

## 第四章 結果與討論

本章呈現分析之結果：第一節呈現在基本學力測驗下國中生在數學內容知識與數學認知能力之評量架構；第二節進行各次測驗之單向度考驗，了解國中生在基本學力測驗數學科之作答反應是否符合混合Rasch模式之假設，以及如何選擇適當之混合Rasch模式描述學生之作答反應；第三節呈現國中生在數學內容知識與數學認知能力之整體表現；第四節說明國中生在數學內容知識之各組表現類型及各類型表現內涵；第五節進行綜合討論。

### 第一節 國中生數學內容知識與數學認知能力 之評量架構

本節呈現將文獻分析與試題內容歸類後，所顯示之國中生數學內容知識與數學認知能力之評量架構，並對數學內容知識提出數學學習單元。在確立本研究之評量架構後，乃針對2001-2005年共十次數學科測驗，進行試題歸類，以獲得試題在數學內容知識、數學認知能力及數學學習單元所出現題數及比例。

#### 一、數學內容知識與數學認知能力之評量架構

研究者與參與研究之數學教師，審視本研究有關之數學內容知識與數學認知能力文獻，共同訂定本研究之分類：將數學內容知識分為「數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數」；數學認知能力分為「概念理解、程序知識與執行、問題解決」。在數學內容知識之下，又細分若干學習單元。分析所得之數學科評量架構如表4-1所示，其中學習單元將在表4-2呈現：

表4-1：數學內容知識及數學認知能力評量架構表

數學內容知識 (學習單元)	數與量			幾何與 空間概念			資料分析 統計與機率			代數		
	學 習 單 元 一	學 習 單 元 二	....	學 習 單 元 一	學 習 單 元 二	....	學 習 單 元 一	學 習 單 元 二	....	學 習 單 元 一	學 習 單 元 二	....
數學認知能力												
概念理解												
程序知識與執行												
問題解決												

## 二、數學學習單元評量架構

經由上述歸類形成共識後，所有試題皆歸類於所屬之數學內容知識(數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數)與數學認知能力(概念理解、程序知識與執行、問題解決)；同時在四大類數學內容知識之下，將各試題更進一步的歸類於所屬之數學單元，2001-2005年共十次之基本學力測驗數學科試題之數學學習單元評量架構，如表4-2：

表4-2：數學學習單元分布表

數與量	幾何與空間概念	代數	資料分析、統計與機率
(分數)四則運算	三角形的幾何性質	未知數列式、式子化簡	機率
比與比例式	多邊形的幾何性質	方程式解的意義	集中量數
等差(比)數列與級數	圓的幾何性質	說明方程式的意義	次數分配計算
因數與倍數	圓和三角形的幾何性質	一元一次方程式	解讀統計圖
近似值	體積、表面積、展開圖	二元一次方程式	
數線(絕對值)	平行線	一元二次方程式	
根號	作圖證明	多項式	
數的規律	圖形面積	座標平面	
科學符號	對稱	函數	
	相似形	因式分解	
	角度計算	判斷方程式的類型	
	畢氏定理	等量公理	
	中垂線、角平分線、中線性質	不等式	
		運算規則	

### 三、數學科測驗試題題數及比例

在將 2001-2005 年之所有數學科試題根據數學內容知識及認知能力之數學評量架構進行歸類後，數學內容知識試題出現題數及比例如表 4-3、數學認知能力出現題數及比例如表 4-3。其中有關試題歸屬之數學內容知識、學習單元、認知能力的詳細歸類表見附錄一：

表4-3：數學內容知識試題題數及比例分布表

數學內容知識 (題數及比例)	數與量		幾何與 空間概念		資料分析 統計與機率		代數	
	題數	比例	題數	比例	題數	比例	題數	比例
2001(1)	7	21.9%	13	40.6%	0	0%	12	37.5%
2001(2)	7	22.6%	13	41.9%	0	0%	11	35.5%
2002(1)	8	25.8%	9	29.0%	1	3.2%	13	42.0%
2002(2)	8	25.8%	11	35.5%	1	3.2%	11	35.5%
2003(1)	8	25.8%	11	35.5%	3	9.7%	9	29.0%
2003(2)	10	32.3%	8	25.8%	2	6.4%	11	35.5%
2004(1)	9	28.1%	11	34.4%	1	3.1%	11	34.4%
2004(2)	6	18.8%	12	37.5%	1	3.1%	13	40.6%
2005(1)	9	27.3%	14	42.4%	2	5.9%	8	24.2%
2005(2)	8	24.2%	16	48.5%	2	6.1%	7	21.2%

在數學內容知識之試題分佈，可看到國中基本學力測驗數學科試題出現最多的是「幾何與空間概念」與「代數」，其次是「數與量」，試題出現最少的則為「資料分析、統計與機率」。

在幾何與空間概念部份，2003年第二次試題出現的比例最低，只有25.8%，而在2005年第二次試題出現的比例最高，有48.5%；試題出現比例在30%以下，有2次測驗，試題出現比例在30%至40%之間，有4次測驗，試題出現比例在40%以上，有2次測驗。

在代數部份，2005年第二次試題出現的比例最低，只有21.2%，而在2002年第二次試題出現的比例最高，有42.0%；試題出現比例在30%以下，有2次測驗，試題出現比例在30%至40%之間，有5次測驗，試題出現比例在40%以上，有3次測驗。

在數與量部份，2004年第二次試題出現的比例最低，只有18.8%，而在2005年第一次試題出現的比例最高，有27.3%；試題出現比例在20%以下，有1次測驗，試題出現比例在20%至25%之間，有3次測驗，試題出現比例在25%以上，有6次測驗。

在資料分析統計與機率部份，十次測驗中，各次測驗試題出現比例約介於3%至10%之間。

表4-4：數學認知能力試題題數及比例分布表

數學認知能力 (題數及比例)	概念理解		程序知識與執行		問題解決	
	題數	比例	題數	比例	題數	比例
年度(次別)						
2001(1)	14	43.8%	11	34.4%	7	21.8%
2001(2)	14	45.2%	12	38.7%	5	16.1%
2002(1)	12	38.7%	10	32.3%	9	29.0%
2002(2)	6	19.4%	18	58.0%	7	22.6%
2003(1)	17	54.8%	8	25.8%	6	19.4%
2003(2)	12	38.7%	14	45.2%	5	16.1%
2004(1)	16	50.0%	9	28.1%	7	21.9%
2004(2)	9	28.1%	19	59.4%	4	12.5%
2005(1)	9	27.3%	15	45.4%	9	27.3%
2005(2)	8	24.2%	19	57.6%	6	18.2%

在數學認知能力方面，可看到國中基本學力測驗數學科試題在「概念理解」能力上，2003年第一次測驗試題出現之比例高達54.8%，而在2002年第二次測驗試題出現的比例則低至19.4%；在「程序知識與執行」能力上，2004年第二次測驗試題出現之比例高達59.4%，而在2003年第一次測驗試題出現的比例則較低為25.8%；在「問題解決」能力上，2002年第一次測驗試題出現之比例較高為29%，而在2004年第二次測驗試題出現的比例則較低為12.5%。由此可知，就「概念理解」及「程序知識與執行」能力，各次測驗出現之比例差異性較大，而「問題解決」能力，由於各次測驗出現題數本來就少，因此出現比例差異性較小。

#### 四、各學習單元試題題數表

以下分別就最適模式為三組之六次測驗所有試題、及最適模式為四組之四測驗所有試題，分別就數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數四部份，分別呈現各數學內容知識所包含之數學學習單元的試題題數及比例，如表4-5至表4-8：

##### (一)數與量

表4-5：數與量各學習單元題數及比例分布表

組別(題數及比例) 學習單元	最適模式為三組		最適模式為四組	
	題數	比例	題數	比例
(分數)四則運算	10	19.6%	5	17.2%
比與比例式	10	19.6%	7	24.1%
等差(比)數列與級數	6	11.8%	6	20.7%
因數與倍數	10	19.6%	4	13.8%
近似值	2	3.9%	1	3.5%
數線(絕對值)	1	1.95%	1	3.5%
根號	6	11.8%	5	17.2%
數的規律	5	9.8%	0	0%
科學符號	1	1.95%	0	0%
合計	51	100%	29	100%

由表 4-5，可明顯看到，在數與量之下的學習單元，以(分數)四則運算、比與比例式、等差(比)數列與級數、因數與倍數、根號，這五個學習單元在基本學力測驗數學科之試題所出現的比例較高。

## (二)幾何與空間概念

表 4-6：幾何與空間概念各學習單元題數及比例分布表

組別(題數及比例) 學習單元	最適模式為三組		最適模式為四組	
	題數	比例	題數	比例
三角形的幾何性質	16	24.3%	11	21.3%
多邊形的幾何性質	2	3.0%	5	9.6%
圓的幾何性質	10	15.2%	12	23.1%
圓和三角形的幾何性質	2	3.0%	2	3.8%
體積、表面積、展開圖	1	1.5%	3	5.8%
平行線	4	6.1%	2	3.8%
作圖證明	3	4.5%	1	1.9%
圖形面積	3	4.5%	2	3.8%
對稱	1	1.5%	0	0%
相似形	12	18.3%	8	15.4%
角度計算	1	1.5%	1	1.9%
畢氏定理	2	3.0%	0	0%
中垂線、角平分線、中線性質	9	13.6%	5	9.6%
合計	66	100%	52	100%

由表 4-6，可明顯看到，在幾何與空間概念之下的學習單元，以三角形的幾何性質、圓的幾何性質、相似形，這三個學習單元在基本學力測驗數學科之試題所出現的比例較高。

## (三)資料分析統計與機率

表 4-7：資料分析統計與機率各學習單元題數及比例分布表

組別(題數及比例) 學習單元	最適模式為三組		最適模式為四組	
	題數	比例	題數	比例
機率	3	42.8%	3	50%
集中量數	1	14.3%	2	33.3%
次數分配計算	2	28.6%	0	0%
解讀統計圖	1	14.3%	1	16.7%
合計	7	100%	6	100%

由表 4-7，可明顯看到，在資料分析統計與機率之下的學習單元，以機率在基本學力測驗數學科之試題所出現的比例較高。

#### (四)代數

表 4-8：代數各學習單元題數及比例分布表

組別(題數及比例) 學習單元	最適模式為三組		最適模式為四組	
	題數	比例	題數	比例
未知數列式、式子化簡	5	7.6%	6	15.0%
方程式解的意義	2	3.0%	0	0%
說明方程式的意義	1	1.5%	0	0%
一元一次方程式	3	4.5%	3	7.5%
二元一次方程式	16	24.3%	11	27.5%
一元二次方程式	6	9.1%	1	2.5%
多項式	3	4.5%	3	7.5%
座標平面	4	6.1%	2	5.0%
函數	16	24.3%	6	15.0%
因式分解	4	6.1%	6	15.0%
判斷方程式的類型	1	1.5%	0	0%
等量公理	1	1.5%	1	2.5%
不等式	2	3.0%	1	2.5%
運算規則	2	3.0%	0	0%
合計	66	100%	40	100%

由表4-8，可明顯看到，在代數之下的學習單元，以二元一次方程式、函數，這兩個學習單元在基本學力測驗數學科之試題所出現的比例較高。

## 第二節 模式單向度及適合度考驗與模式選擇

本節主要分為兩個部分：第一部份針對 2001-2005 年基本學力測驗數學科各次試題之國中生作答反應，利用因素分析法進行模式單向度考驗，以了解各次試題之作答反應，是否符合 Rasch 模式之單向度假設；第二部分則針對 2001-2005 年基本學力測驗數學科各次試題之國中生作答反應，進行混合 Rasch 模式分析，並依據最適模式選擇之規準，選擇最適的混合 Rasch 模式，以描述國中生在基本學力



測驗數學科之表現。

### (一)模式單向度考驗結果

本研究利用因素分析方法，針對 2001-2005 年基本學力測驗數學科受試者作答反應組型(共十次測驗)進行分析，以 Reckase(1979)所提出的單一主要向度標準( $\lambda_1$  佔總變異的 20%以上)，以及第一特徵值( $\lambda_1$ )與第二特徵值( $\lambda_2$ )之比大於 4，作為判定單一向度的標準，各次測驗之因素分析結果如表 4-9：

表 4-9：單向度考驗之因素分析特徵值摘要表

卷別	2001(1)	2001(2)	2002(1)	2002(2)	2003(1)
最大特徵值 $\lambda_1$	7.843	8.418	7.888	8.996	9.929
第二特徵值 $\lambda_2$	1.560	1.399	1.323	1.362	1.397
$\lambda_1$ 佔總變異比率	24.508	27.155	25.445	29.020	32.030
$\lambda_1/\lambda_2$	5.028	6.017	5.962	6.605	7.107
卷別	2003(2)	2004(1)	2004(2)	2005(1)	2005(2)
最大特徵值 $\lambda_1$	9.360	10.845	8.733	10.328	7.205
第二特徵值 $\lambda_2$	1.426	1.470	1.657	1.783	1.632
$\lambda_1$ 佔總變異比率	30.193	33.891	27.292	31.298	21.832
$\lambda_1/\lambda_2$	6.564	7.378	5.270	5.792	4.415

Reckase(1979)提出在考驗單向度時，條件之一為最大特徵值 $\lambda_1$ 需佔總變異的 20%以上，由上表，可看到十份測驗的 $\lambda_1$ 所佔總變異比率皆大於20%，滿足上述條件。另一條件為第一特徵值( $\lambda_1$ )與第二特徵值( $\lambda_2$ )之比大於4，由上表，可看到十份測驗的第一特徵值( $\lambda_1$ )與第二特徵值( $\lambda_2$ )之比皆大於4。由這兩個檢驗單向度的條件，可得到本研究的十份測驗大體上滿足測量同一潛在變項（數學能力），亦即符合單向度假設。

### (二)最適混合Rasch模式適合度考驗與模式選擇

本部分說明如何選擇適當之混合Rasch模式以描述資料：

## 1.2001年第一次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-10：2001第一次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>0.925</u>	<u>0.650</u>	<u>0.350</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>0.050</u>	<u>0.100</u>	<u>0.200</u>
AIC-Index		176891.89	172559.42	171650.61	171490.37
BIC-Index		177106.96	172996.07	<b>172308.84</b>	172370.19
CAIC-Index		177139.96	173063.07	172409.84	172505.19
df		4294967262	4294967228	4294967194	4294967160

由表4-10，根據最適模式選擇規準：在bootstrap法的部份，2、3及4組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2001年第一次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以三組之混合Rasch模式來描述。

## 2. 2001年第二次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-11：2001第二次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes	MRM with 5 classes
Bootstrap estimates						
Cressie Read		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.450</u>	<u>0.150</u>	<u>0.250</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.625</u>	<u>0.475</u>	<u>0.525</u>
AIC-Index		168535.69	164336.32	163621.72	163372.37	163336.13
BIC-Index		168744.24	164759.94	164260.40	<b>164226.12</b>	164404.95
CAIC-Index		168776.24	164824.94	164358.40	164357.12	164568.95
df		2147483615	2147483582	2147483549	2147483516	2147483483

由表4-11，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3、4及5組之

混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，4組模式之BIC值最小。因此，2001年第二次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以4組之混合Rasch模式來描述。

### 3. 2002年第一次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-12：2002年第一次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>0.950</u>	<u>1.000</u>	<u>1.000</u>
Pearson $\chi^2$		0.025	<u>0.975</u>	<u>0.975</u>	<u>1.000</u>
AIC-Index		179291.06	174018.03	173307.44	173124.35
BIC-Index		179499.61	174441.65	<b>173946.12</b>	173978.10
CAIC-Index		179531.61	174506.65	174044.12	174109.10
df		2147483615	2147483582	2147483549	2147483516

由表4-12，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3及4組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2002年第一次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以3組之混合Rasch模式來描述。

#### 4. 2002年第二次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-13：2002第二次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.050</u>	0.000
Pearson $\chi^2$		0.025	<u>0.975</u>	<u>0.050</u>	0.000
AIC-Index		165992.80	161810.20	160908.04	160697.64
BIC-Index		166201.35	162233.82	161546.72	161551.39
CAIC-Index		166233.35	162298.82	161644.72	161682.39
df		2147483615	2147483582	2147483549	2147483516

由表4-13，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3及4組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2002年第二次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以3組之混合Rasch模式來描述。

#### 5. 2003年第一次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-14：2003第一次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes	MRM with 5 classes
AIC-Index						
BIC-Index		0.000	<u>1.000</u>	<u>1.000</u>	<u>0.800</u>	<u>0.650</u>
CAIC-Index		0.000	<u>1.000</u>	<u>1.000</u>	<u>0.850</u>	<u>0.700</u>
Bootstrap estimates						
Cressie Read		159182.68	154372.07	153273.10	152966.09	152979.84
Pearson $\chi^2$		159391.23	154795.69	153911.79	153819.84	154048.66
		159423.23	154860.69	154009.79	153950.84	154212.66
df		2147483615	2147483582	2147483549	2147483516	2147483483

由表4-14，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3、4及5組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，4組模式之BIC值最小。因此，2003年第一次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以4組之混合Rasch模式來描述。

#### 6. 2003年第二次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-15：2003第二次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.575</u>	<u>0.725</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.850</u>	<u>0.950</u>
AIC-Index		146585.53	143881.19	143258.68	143101.61
BIC-Index		146794.08	144304.80	<b>143897.36</b>	143955.36
CAIC-Index		146826.08	144369.80	143995.36	144086.36
df		2147483615	2147483582	2147483549	2147483516

由表4-15，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3及4組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2003年第二次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以3組之混合Rasch模式來描述。

## 7. 2004年第一次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-16：2004第一次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>0.925</u>	<u>0.175</u>	<u>0.075</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>0.700</u>	<u>0.050</u>	<u>0.050</u>
AIC-Index		161413.19	156792.86	155558.59	155493.31
BIC-Index		161628.25	157229.51	<b>156216.83</b>	156373.13
CAIC-Index		161661.25	157296.51	156317.83	156508.13
df		4294967262	4294967228	4294967194	4294967160

由表4-16，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3及組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2004年第一次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以3組之混合Rasch模式來描述。

## 8. 2004年第二次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-17：2004第二次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes	MRM with 5 classes
Bootstrap estimates						
Cressie Read		0.000	<u>0.850</u>	<u>0.750</u>	<u>0.300</u>	<u>0.325</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>0.675</u>	<u>0.850</u>	<u>0.600</u>	<u>0.625</u>
AIC-Index		155556.23	151249.78	149871.33	149541.17	149912.49
BIC-Index		155771.30	151686.43	150529.57	<b>150421.00</b>	151013.89
CAIC-Index		155804.30	151753.43	150630.57	150556.00	151182.89
df		4294967262	4294967228	4294967194	4294967160	4294967126

由表4-17，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3、4及5組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，4組模式之BIC值最小。因此，2004年第二次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以4組之混合Rasch模式來描述。

#### 9. 2005年第一次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-18：2005第一次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes
Bootstrap estimates					
Cressie Read		0.000	<u>1.000</u>	<u>0.600</u>	<u>0.400</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>0.850</u>	<u>0.400</u>	<u>0.450</u>
AIC-Index		162461.61	158027.97	157221.13	157288.80
BIC-Index		162683.19	158477.66	<b>157898.91</b>	158194.69
CAIC-Index		162717.19	158546.66	158002.91	158333.69
df		8589934557	8589934522	8589934487	8589934452

由表4-18，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3及4組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，3組模式之BIC值最小。因此，2005年第一次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以3組之混合Rasch模式來描述。

## 10. 2005年第二次基本學力測驗數學科的資料分析結果

表4-19：2005第二次基本學力測驗數學科作答反應之混合Rasch模式分析結果表

適合度統計量 及訊息規準值	模式	MRM with 1 class	MRM with 2 classes	MRM with 3 classes	MRM with 4 classes	MRM with 5 classes
Bootstrap estimates						
Cressie Read		0.000	<u>0.300</u>	<u>0.650</u>	<u>0.775</u>	<u>0.575</u>
Pearson $\chi^2$		0.000	<u>0.375</u>	<u>0.825</u>	<u>0.650</u>	<u>0.800</u>
AIC-Index		171070.80	167723.39	166691.44	166384.56	166475.95
BIC-Index		171292.39	168173.07	167369.23	<b>167290.45</b>	167609.94
CAIC-Index		171326.39	168242.07	167473.23	167429.45	167783.94
df		8589934557	8589934522	8589934487	8589934452	8589934417

由表4-19，根據最適模式選擇之規準：在bootstrap法的部份，2、3、4及5組之混合Rasch模式，其資料與模式皆為適配；就訊息規準值BIC的部份，4組模式之BIC值最小。因此，2005年第二次基本學力測驗數學科的試題反應組型，可以4組之混合Rasch模式來描述。

小結：

由上述最適模式選擇之結果可得在2001年第一次、2002年第一次、2002年第二次、2003年第二次、2004年第一次、2005年第一次，共六次測驗，以三組混合Rasch模式來描述最為適切；2001年第二次、2003年第一次、2004年第二次、2005年第二次，共四次測驗，則以四組混合Rasch模式來描述最為適切。各年度各次測驗歸屬於各組之國中生佔母體比例見附錄二，各次測驗之各組試題答對率分佈圖見附錄三。



### 第三節 國中生在數學內容知識與數學認知能力 之整體表現

本節主要說明在基本學力測驗前提下，國中生在數學內容知識與數學認知能力之整體表現，共分為兩個部分：第一部分進行Rasch模式之試題反應分析，獲得各測驗試題之答對率(本研究所指之Rasch模式試題答對率，即古典測驗所指之答對率)，接著分別求取2001-2005各次測驗試題分屬於數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數及概念理解、程序知識與執行、問題解決之平均答對率；第二部分則進行混合Rasch模式之試題反應分析，同時也分別求取2001-2005年各次測驗試題分屬於數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數及概念理解、程序知識與執行、問題解決之平均答對率，以進行後續之討論分析。

#### 一、Rasch模式分析結果

本部分主要分析Rasch模式之結果，在求取2001-2005年共十次基本學力測驗數學科試題答對率後，分別就各年度、各次測驗試題所屬之數學內容知識與數學認知能力求取其平均答對率，其結果與分析如下：

#### (一)數學內容知識之分析結果

表4-20：各數學內容知識之答對率分布表

數學內容知識 年度(次別)	數與量	幾何與 空間概念	資料分析 統計與機率	代數
2001(1)	0.667	0.508	×	0.604
2001(2)	0.671	0.594	×	0.554
2002(1)	0.535	0.475	0.639(只有一題)	0.518
2002(2)	0.671	0.550	0.695(只有一題)	0.617
2003(1)	0.655	0.596	0.664	0.730
2003(2)	0.664	0.656	0.697	0.730
2004(1)	0.672	0.603	0.717(只有一題)	0.562
2004(2)	0.719	0.668	0.748(只有一題)	0.687
2005(1)	0.706	0.558	0.684	0.708

2005(2)	0.585	0.614	0.881	0.696
平均答對率	0.655	0.582	0.716	0.641

就表 4-20，所得各年度各次數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數之試題平均答對率，依各數學內容知識平均答對率高低，可看到其中有二次測驗國中生在數與量的答對率最好、有五次測驗在資料分析統計與機率答對率最好、有三次測驗在代數的答對率最好；另外有八次測驗在幾何與空間概念答對率最差、有兩次測驗在代數答對率最差。

就十次測驗各內容知識之平均答對率來看：資料分析統計與機率之平均答對率最高，其次是數與量，再者為代數，平均答對率最低的為幾何。

## (二)數學認知能力之分析結果

表4-21：各數學認知能力之答對率分布表

數學認知能力 年度(次別)	概念理解	程序知識與執行	問題解決
	2001(1)	0.604	0.618
2001(2)	0.618	0.578	0.591
2002(1)	0.507	0.571	0.460
2002(2)	0.614	0.625	0.558
2003(1)	0.644	0.641	0.578
2003(2)	0.678	0.747	0.545
2004(1)	0.634	0.636	0.530
2004(2)	0.764	0.678	0.561
2005(1)	0.616	0.690	0.589
2005(2)	0.718	0.610	0.633
平均答對率	0.640	0.639	0.551

就表4-21，所得各年度各次之概念理解、程序知識與執行、問題解決試題平均答對率，依各數學認知能力之平均答對率高低，可看到其中有四次測驗國中生在概念理解的答對率最好、有六次測驗在程序知識與執行的答對率最好；另外有兩次測驗在程序知識與執行答對率最差、有八次測驗在問題解決答對率最差。

就十次測驗各認知能力之平均答對率來看：概念理解程序知識與執行之平均答對率相近，平均答對率最低的為問題解決。

## 二、混合Rasch模式分析結果

### (一)最適模式為三組之測驗結果分析比較

本部分就2001年第一次、2002年第一次、2002年第二次、2003年第二次、2004年第一次、2005年第一次，共六次測驗，求取數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數之試題平均答對率，及概念理解、程序知識與執行、問題解決之試題平均答對率進行分析比較，以了解在此六次測驗中，國中生的表現，如表4-22。其中，詳細數學內容知識及數學認知能力之試題平均答對率數據見附錄四：

表4-22：最適模式為三組之測驗結果在數學內容知識與數學認知能力平均答對率分析表

數學內容知識	組別		
	第一組	第二組	第三組
數與量	0.685	0.635	0.327
幾何與空間概念	0.785	0.485	0.271
資料分析統計與機率	0.912	0.707	0.327
代數	0.842	0.577	0.322

數學認知能力	組別		
	第一組	第二組	第三組
概念理解	0.839	0.563	0.289
程序知識與執行	0.870	0.607	0.330
問題解決	0.729	0.455	0.277

由表4-22，在數學內容知識方面：不論是哪一組，其試題之平均答對率最高的皆為「資料分析統計與機率」、其次是「數與量」、第三為「代數」、最後則是「幾何與空間概念」；在數學認知能力方面：不論是哪一組，其試題之平均答對率最高的皆為「程序知識與執行」、其次是「概念理解」、最後則是「問題解決」，由此我

們可以看到各組在數學內容知識及數學認知能力表現之一致性。

## (二)最適模式為四組之各次測驗結果分析比較

本部分就2001年第二次、2003年第一次、2004年第二次、2005年第二次，共四次測驗，求取數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數之試題平均答對率，及概念理解、程序知識與執行、問題解決之試題平均答對率進行分析比較，以了解在此四次測驗中，國中生的表現，如表4-23。其中，詳細數學內容知識及數學認知能力之試題平均答對率數據見附錄四：

表4-23：最適模式為四組測驗結果在數學內容知識與數學認知能力平均答對率分析表

數學內容知識	組別			
	第一組	第二組	第三組	第四組
數與量	0.883	0.751	0.533	0.307
幾何與空間概念	0.855	0.684	0.485	0.307
資料分析統計與機率	0.902	0.836	0.709	0.425
代數	0.904	0.716	0.485	0.307
數學認知能力	組別			
	第一組	第二組	第三組	第四組
概念理解	0.892	0.777	0.580	0.348
程序知識與執行	0.891	0.708	0.466	0.247
問題解決	0.805	0.621	0.468	0.341

由表4-23，可看到，在數學內容知識方面：第一組在「資料分析統計與機率」與「代數」之平均答對率相近，且優於「數與量」及「幾何與空間概念」；第二組在「資料分析統計與機率」平均答對率最高，其次是「數與量」，再者為「代數」，最後則為「幾何與空間概念」；第三組在「資料分析統計與機率」平均答對率最高，

其次是「數與量」，「代數」與「幾何與空間概念」之平均答對率則相近；第四組在「資料分析統計與機率」平均答對率最高，「數與量」、「代數」、「幾何與空間概念」之平均答對率相同。

其中較特別的是，第二組、第三組、第四組在「資料分析統計與機率」，就各組之四個數學內容知識平均答對率來看，相對較高；另外，第一組、第二組、第三組在「資料分析統計與機率」之平均答對率較為集中，並且與第四組之平均答對率有差距存在。

在數學認知能力方面：第一組在「概念理解」與「程序知識與執行」之平均答對率相近，且優於「問題解決」；第二組在「概念理解」之平均答對率最高，其次是「程序知識與執行」，最後則是「問題解決」；第三組在「概念理解」之平均答對率最高，「程序知識與執行」與「問題解決」之平均答對率相近；第四組則呈現較為特別的狀況，在「概念理解」之平均答對率最高，其次是「問題解決」，最後則是「程序知識與執行」。

小結：

由上述Rasch模式及混合Rasch模式之分析結果，我們可看到在Rasch模式中，我們將所有國中生視為一個同質群體，因此在討論分析國中生在各數學內容知識與數學認知能力之表現時，只能看到在量方面的差異。但若就混合Rasch模式的分析結果，就最適模式為三組的六次測驗結果，可看到在「資料分析統計與機率」之平均答對率最高、其次是「數與量」、第三為「代數」、最後則是「幾何與空間概念」；在「程序知識與執行」之平均答對率最高、其次是「概念理解」、最後則是「問題解決」，各組在數學內容知識及數學認知能力表現具一致性；就最適模式為四組的四次測驗結果，各組在「數與量」、「幾何與空間概念」、「資料分析統計與機率」、「代數」之平均答對率高低較不一致；在「概念理解」、「程序知識與執行」與「問題解決」之平均答對率高低也存在歧異，由此可看到各組在數學內容

知識與數學認知能力之質方面的差異。

## 第四節 國中生在數學內容知識

### 之各組表現類型及各類型表現內涵

在針對2001-2005年各次測驗之學生作答反應組型進行混合Rasch模式分析後，可得到2001年度第一次、2002年度第一次、2002年度第二次、2003年度第二次、2004年度第一次、2005年度第一次，共六次測驗，以三組的混合Rasch模式來描述學生資料最為適切；而2001年第二次、2003年第一次、2004年第二次、2005年第二次，共四次測驗，以四組的混合Rasch模式來描述學生資料最為適切。本部分將分析混合Rasch模式之結果，分別針對以「三組」及「四組」描述測驗資料的各次測驗結果，求取數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數之下各數學學習單元之試題平均率，進一步了解作答反應類型學生在數學學習單元表現，其中詳細平均答對率數據見附錄五、附錄六。

#### 一、混合Rasch模式之分析結果

在了解國中生在數學內容知識與數學認知能力之初步表現後，本部分更進一步分析在各數學內容知識(數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數)之下再細分的數學學習單元，國中生之平均答對率為何？

在進行此分析之前，研究者首先遇到的最大問題是：基本學力測驗數學科各次的試題題數約在30-33題左右，各次測驗所包含的數學學習單元有限，因此若就各次測驗結果分別進行分析，較無法看到學生完整的表現。

因此，研究者將六次(2001年第一次、2002年第一次、2002年第二次、2003年第二次、2004年第一次、2005年第一次)以三組模式描述資料的測驗，就各組進行合併討論，分別求取各組在不同學習單元之平均答對率，以進行分析比較；同時也針對四次(2001年第二次、2003年第一次、2004年第二次、2005年第二次)以四組

模式描述資料的測驗，進行相同方式之分析比較，以了解學生在不同學習單元表現之優劣。

以下則針對混合Rasch模式所獲得之結果進行分析比較。首先在最適模式為三組及四組之情形，研究者初步以平均答對率為0.5為標準，以瞭解分屬於各組之國中生的整體表現；其次，就各組內各學習單元之平均答對率，進行相對高低之比較，以更進一步獲得各組之表現特徵。

#### (一)最適模式為三組之數學學習單元表現之分析比較

##### 1.就數學學習單元之平均答對率為0.5之分析比較

##### (1)數學內容知識：數與量

表4-24：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	科學符號、(分數)四則運算、數線、根號、等差(比)、比與比例式、因數與倍數、近似值、數的規律
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	科學符號、(分數)四則運算、數線、根號、等差(比)、比與比例式、因數與倍數、近似值
	0.5以下	數的規律
第三組	0.5以上	無
	0.5以下	(分數)四則運算、根號、比與比例式、因數與倍數、近似值、數線、等差(比)、數的規律、科學符號

由表4-24，可看到：屬於第一組的國中生在數與量的所有學習單元中平均答對率都在0.5以上；屬於第二組的國中生，在所有數學學習單元中，只有在「數的規律」這個學習單元的平均答對率低於0.5；屬於第三組的國中生，則在數與量所有的學習單元之平均答對率皆低於0.5。

(2)數學內容知識：幾何與空間概念

表4-25：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	對稱、角度計算、體積表面積展開圖、平行線、商高定理、相似形、圓的幾何性質、三角形的幾何性質、中垂線角平分線中線性質、圓和三角形的幾何性質、圖形面積、作圖證明、多邊形的幾何性質
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	對稱、角度計算、平行線、中垂線角平分線中線性質、圓和三角形的幾何性質
	0.5以下	體積表面積展開圖、商高定理、相似形、圓的幾何性質、三角形的幾何性質、圖形面積、作圖證明、多邊形的幾何性質
第三組	0.5以上	無
	0.5以下	對稱、角度計算、體積表面積展開圖、平行線、商高定理、相似形、圓的幾何性質、三角形的幾何性質、中垂線角平分線中線性質、圓和三角形的幾何性質、圖形面積、作圖證明、多邊形的幾何性質

由表4-25，可看到：屬於第一組的國中生在幾何與空間概念的所有學習單元中平均答對率都在0.5以上；而屬於第二組的國中生，則在部分學習單元的答對率在0.5以上、部分學習單元答對率在0.5以下；屬於第三組的國中生，則在幾何與空間概念所有的學習單元之平均答對率皆低於0.5。



(3)數學內容知識：資料分析、統計與機率

表4-26：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	解讀統計圖、次數分配計算、機率、集中量數
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	解讀統計圖、次數分配計算、機率、集中量數
	0.5以下	無
第三組	0.5以上	無
	0.5以下	解讀統計圖、次數分配計算、機率、集中量數

由表4-26，可看到：屬於第一、二組的國中生在資料分析、統計與機率的所有學習單元中平均答對率都在0.5以上；屬於第三組的國中生，則在資料分析、統計與機率所有的學習單元之平均答對率皆低於0.5。

(4)數學內容知識：代數

表4-27：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	等量公理、不等式、多項式、方程式解的意義、說明方程式的意義、未知數列式、二元一次方程式、一元一次方程式、函數、因式分解、座標平面、一元二次方程式、判斷方程式類型、運算規則
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	等量公理、不等式、多項式、方程式解的意義、說明方程式的意義、未知數列式、二元一次方程式、一元一次方程式、座標平面、運算規則
	0.5以下	函數、一元二次方程式、判斷方程式類型
第三組	0.5以上	等量公理
	0.5以下	不等式、方程式解的意義、說明方程式的意義、二元一次方程式、一元二次方程式、因式分解、座標平面、多項式、未知數列式、一元一次方程式、函數、判斷方程式類型、運算規則

由表4-27，可看到：屬於第一組的國中生，在代數的所有學習單元中，平均答對率都在0.5以上；屬於第二組的國中生，則在大部分學習單元的平均答對率在0.5以上、在函數、一元二次方程式、判斷方程式類型，這三個學習單元平均答對率則低於0.5；屬於第三組的國中生，除了在等量公理之外，其餘在代數所有的學習單元之平均答對率皆低於0.5。

小結：

在混合Rasch模式所獲得之結果，我們可以初步得到分屬於三組之國中生在數學學習單元之表現，就數學學習單元平均答對率為0.5進行之分析比較，可獲得屬於第一組的國中生，在所有的數學學習單元之平均答對率皆高於0.5；屬於第二組的國中生，則在某些數學學習單元平均答對率高於0.5、某些學習單元平均答對率低於0.5；屬於第三組之國中生，只有在少數之數學學習單元平均答對率高於0.5，在大部分數學學習單元之平均答對率皆低於0.5。

## 2.就各組內數學學習單元之相對平均答對率高低之分析比較

本部份主要想要瞭解各組組內平均答對率相對高低之數學學習單元，亦即更進一步的瞭解各組表現之特徵。在數學學習單元平均答對率分布圖中，括號中的數字，為該學習單元之題數，例如，因數與倍數(10)，表示屬於因數與倍數的試題有10題。

(1)數與量

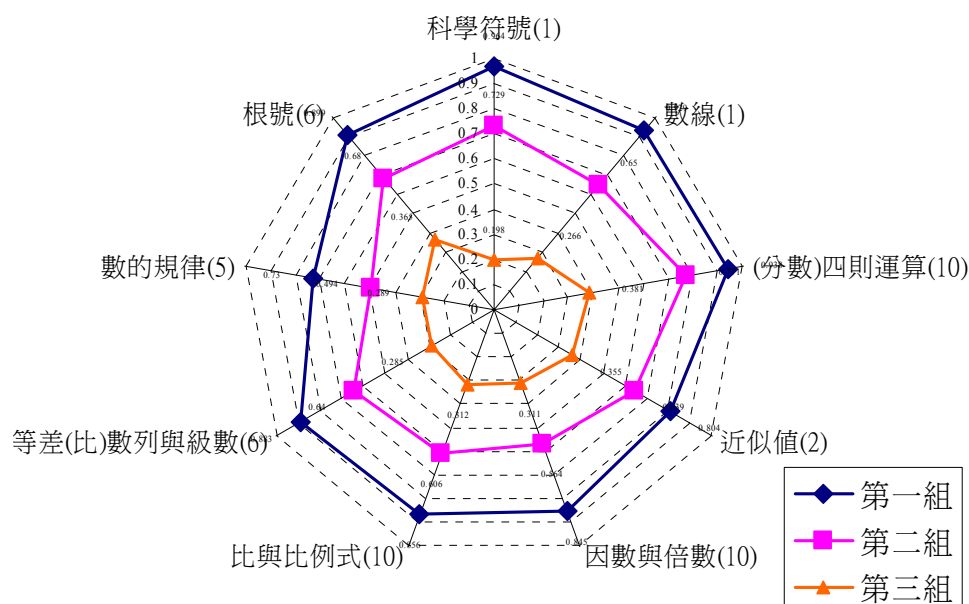


圖4-1：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分布圖

由圖4-1：我們可以看到在科學符號及數線的試題，都只有一題，屬於第一組的學生，在這兩個學習單元答對率皆在0.9以上，屬於第二組的學生，其答對率則在0.73及0.65，這兩組學生在試題之答對率與其他學習單元之答對率相近，但屬於第三組的國中生，其答對率則只有在0.2左右，相對於其他學習單元，答對率較低。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，也會造成解釋上的偏差。

就(分數)四則運算、近似值、因數與倍數、比與比例式、等差(比)數列與級數、數的規律、根號七個學習單元來看：第一組的學生在(分數)四則運算之試題平均答對率高於0.9，其餘學習單元之平均答對率皆高於0.8，但數的規律試題平均答對率則只有0.73；第二組的學生平均答對率最高的是(分數)四則運算，為0.771，其餘學

習單元之平均答對率約介於0.6-0.771之間，其中數的規律、因數與倍數平均答對率則低於0.6；第三組的學生平均答對率最高的仍是(分數)四則運算，為0.381，其次是根號，為0.365，其餘學習單元之平均答對率約介於0.2-0.35之間，在這些學習單元中答對率都較低。

## (2)幾何與空間概念

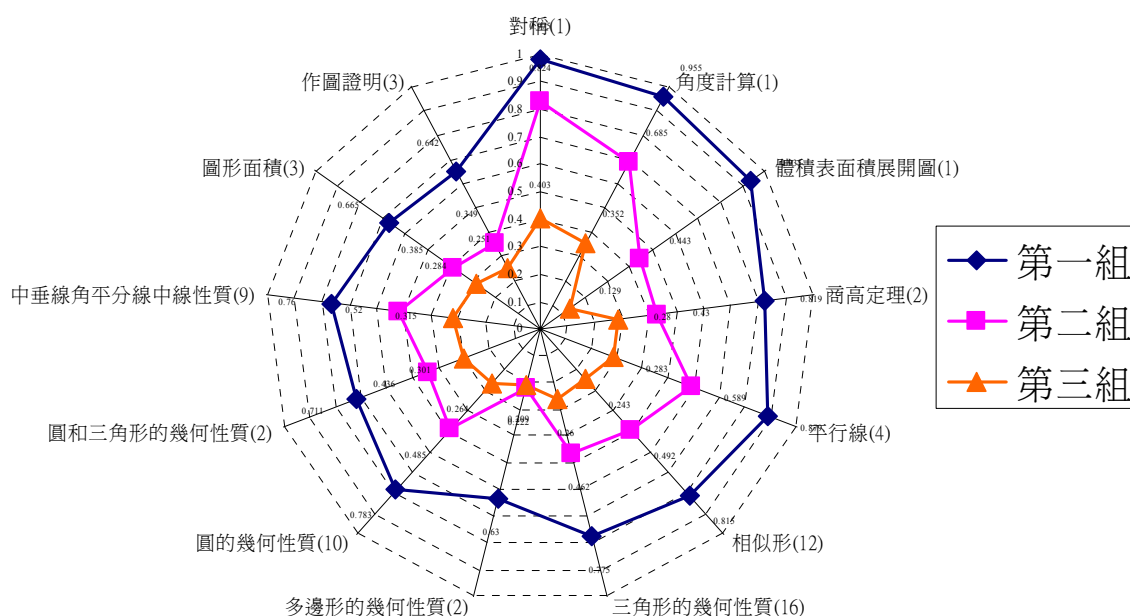


圖4-2：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分布圖

由圖4-2：我們可以看到在對稱、角度計算、體積表面積展開圖的試題，都只有一題，屬於第一組的學生，在這兩個學習單元答對率皆在0.9以上，屬於第二組的學生，其答對率則在0.824、0.685、0.352，屬於第三組的國中生，其答對率則只有在0.403、0.352、0.129，在體積表面積展開圖之試題平均答對率較低。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，也會造成解釋上的偏差。

就其他十個學習單元來看：

第一組的學生在平行線、商高定理、相似形的試題平均答對率高於0.8；在圖形幾何性質部份平均答對率約在0.7-0.8間，但多邊形的幾何性質之答對率只有0.6左右，相對於其他圖形幾何性質，答對率較差；在中垂線、角平分線、中線性質部份，答對率接近於圖形的幾何性質；在圖形面積、作圖證明的部份答對率則只介於0.6-0.7之間。

第二組的學生在平行線及中垂線、角平分線、中線性質答對率較高，約在0.5-0.6之間；在商高定理、相似形的試題平均答對率則在0.4-0.5之間；在圖形幾何性質部份平均答對率約在0.4-0.5間，但多邊形的幾何性質之答對率只有0.2左右，相對於其他圖形幾何性質，答對率較差；在圖形面積、作圖證明的部份答對率則只介於0.3-0.4之間。

第三組的學生學習單元在中垂線角平分線中線性質、圓和三角形的幾何性質之試題平均答對率介於0.3-0.4間，其餘學習單元之試題平均答對率約介於0.2-0.3間，在這些學習單元中答對率都較低。

### (3)資料分析統計與機率

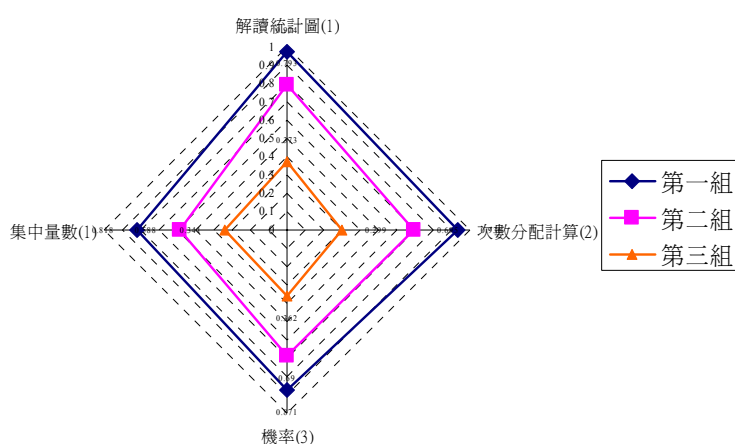


圖4-3：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分布圖

在資料分析統計與機率中，由於所有的試題只有七題，因此在分析解釋上需更加小心。我們可以看到第一組學生在解讀統計圖、次數分配計算之試題平均答對率在0.9以上，而機率、集中量數之試題平均答對率也介於0.8-0.9間；第二組學生在解讀統計圖、次數分配計算機率之試題平均答對率在0.7-0.8間，但集中量數的答對率則低於0.6；而第三組的學生在解讀統計圖、機率、集中量數之試題平均答對率介於0.3-0.4間，但次數分配計算之試題平均答對率則低於0.3。

#### (4)代數

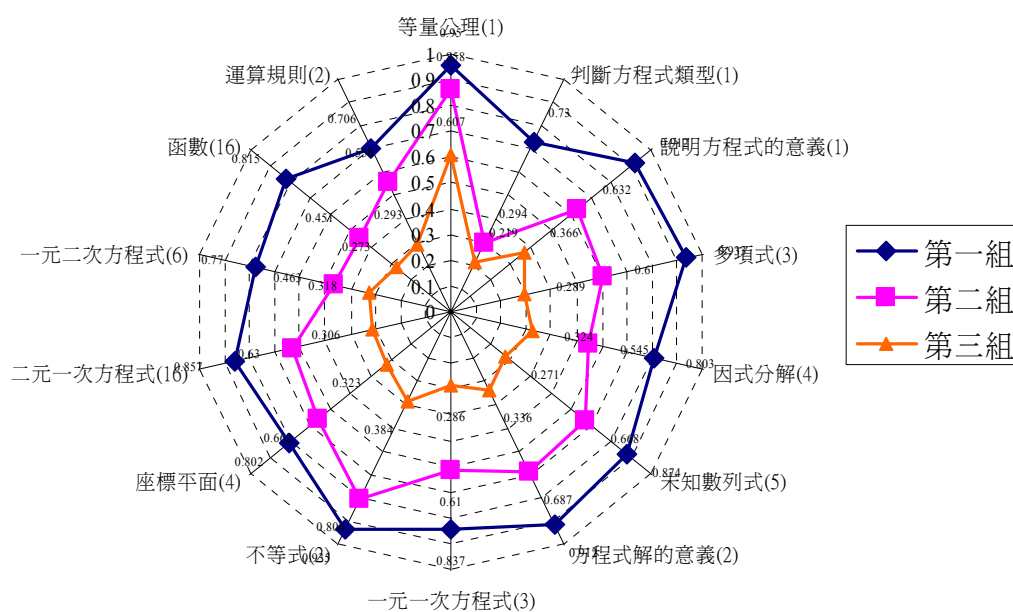


圖4-4：最適模式為三組之數學學習單元平均答對率分布圖

由圖4-4：我們可以看到在等量公理、判斷方程式類型、說明方程式的意義之試題，都只有一題。屬於第一組的學生，在等量公理、說明方程式的意義這兩個學習單元答對率皆在0.9以上，但在判斷方程式類型，答對率只有0.73；屬於第二組的學生，在等量公理，答對率為0.858，在說明方程式的意義，答對率為0.687，而在判斷方程式類型，答對率則低至只有0.323；屬於第三組的國中生，在等量公理，答對率為0.607，在判斷方程式類型、說明方程式的意義，答對率則在0.2-0.4

之間。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，也會造成解釋上的偏差。

就其他十一個學習單元來看：

第一組的學生在不等式、多項式之試題平均答對率高於0.9；在有關未知數列式、一元一次方程式、二元一次方程式、函數、座標平面、因式分解之試題平均答對率約在0.8-0.9間，但一元二次方程式、運算規則之答對率約在0.7-0.8間，相對於其他學習單元，答對率較差。

第二組的學生在未知數列式、一元一次方程式、二元一次方程式、座標平面試題平均答對率較高，約在0.6-0.7之間；在因式分解之試題平均答對率在0.5-0.6間；在二元一次方程式、函數平均答對率則約在0.4-0.5間，其答對率相對較低。

第三組的學生學習單元之平均答對率約介於0.2-0.4間，在這些學習單元中答對率都較低。

小結：

由上述之各組內數學學習單元之相對平均答對率高低之分析比較，可歸納統整各組在數學學習單元之表現特徵：

表4-28：最適模式為三組之各組數學學習單元表現特徵表

組別	數學內容知識	數學學習單元平均答對率
第一組	數與量	(分數)四則運算之試題平均答對率最高，其他學習單元之答對率都不錯，但數的規律之試題平均答對率只有0.73。
	幾何與空間概念	在平行線、商高定理、相似形答對率相對較高，其次是圖形幾何性質(但多邊形的幾何性質之答對率只有0.6)、中垂線角平分線中線性質部份，最後則是在圖形面積、作圖證明部份。
	資料分析統計與 機率	在解讀統計圖、次數分配計算之試題平均答對率在0.9以上，而機率、集中量數之試題平均答對率也介於0.8-0.9間
	代數	在不等式、多項式之試題平均答對率相對最高，其次是未知數列式、一元一次方程式、二元一次方程式、函數、座標平面、因式分解，最後則是但一元二次方程式、運算規則。
第二組	數與量	在(分數)四則運算平均答對率最高，其餘學習單元之平均答對率約介於0.6-0.771之間，而數的規律、因數與倍數平均答對率則低於0.6。
	幾何與空間概念	在平行線及中垂線、角平分線、中線性質答對率較高，其次是商高定理、相似形，再者是圖形幾何性質部份(但多邊形的幾何性質之答對率只有0.2左右)，最後則是圖形面積、作圖證明的部份。
	資料分析統計與 機率	在解讀統計圖、次數分配計算、機率之試題平均答對率在0.7-0.8間，但集中量數的答對率則低於0.6。
	代數	在未知數列式、一元一次方程式、二元一次方程式、座標平面、不等式、多項式平均答對率較高，其次是因式分解，最後則是一元二次方程式、函數。



第三組	數與量	在(分數)四則運算答對率最高，其次是根號，而其餘學習單元之平均答對率普遍較低，而等差(比)數列與級數、數的規律之試題平均答對率低至0.3以下。
	幾何與空間概念	中垂線角平分線中線性質、圓和三角形的幾何性質之試題平均答對率介於0.3-0.4間，其餘學習單元之試題平均答對率約介於0.2-0.3間。
	資料分析統計與 機率	解讀統計圖、機率、集中量數之試題平均答對率介於0.3-0.4間，但次數分配計算之試題平均答對率則低於0.3。
	代數	在不等式、方程式解的意義、二元一次方程式、一元二次方程式、因式分解、座標平面之試題平均答對率介於0.3-0.4間，但在多項式、未知數列式、一元一次方程式、函數、運算規則之試題平均答對率則只有在0.2-0.3間。

(二)最適模式為四組之數學學習單元表現之分析比較

1.就數學學習單元之平均答對率為0.5之分析比較

(1)數學內容知識：數與量

表4-29：最適模式為四組之數學學習單元答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	數線、比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算、因數與倍數、根號、近似值
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	數線、等差(比)、(分數)四則運算、比與比例式、因數與倍數、根號
	0.5以下	近似值
第三組	0.5以上	數線、比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算、因數與倍數
	0.5以下	根號、近似值
第四組	0.5以上	無
	0.5以下	比與比例式、等差(比)、因數與倍數、數線、(分數)四則運算、根號、近似值

由表4-29，可看到：屬於第一組的國中生在數與量的所有學習單元中答對率都在0.5以上；屬於第二組的國中生，則只有在「近似值」這個學習單元，答對率低於0.5；屬於第三組的國中生，則在「根號、近似值」這兩學習單元答對率低於0.5；而屬於第四組的國中生，則在數與量所有的學習單元之答對率皆低於0.5。

(2)數學內容知識：幾何與空間概念

表4-30：最適模式為四組之數學學習單元答對率分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	角度計算、圓和三角形的幾何性質、作圖證明、相似形、平行線、圖形面積、體積表面積展開圖、圓的幾何性質、中垂線角平分線中線性質、三角形的幾何性質、多邊形的幾何性質
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	角度計算、作圖證明、相似形、平行線、體積表面積展開圖、圓和三角形的幾何性質、圖形面積、圓的幾何性質、三角形的幾何性質、中垂線角平分線中線性質、多邊形的幾何性質
	0.5以下	無
第三組	0.5以上	角度計算、相似形、圖形面積、體積表面積展開圖
	0.5以下	作圖證明、平行線、圓的幾何性質、中垂線角平分線中線性質、三角形的幾何性質、圓和三角形的幾何性質、多邊形的幾何性質
第四組	0.5以上	無
	0.5以下	答對率0.1-0.2：相似形、平行線、體積表面積展開圖、圓的幾何性質、角度計算、圓和三角形的幾何性質、圖形面積、中垂線角平分線中線性質、三角形的幾何性質、多邊形的幾何性質、作圖證明

由表4-30，可看到：屬於第一、二組的國中生在幾何與空間概念的所有學習單元中答對率都在0.5以上；屬於第三組的國中生，則在「角度計算、相似形、圖形面積、體積表面積展開圖」這四個學習單元答對率高於0.5，其餘學習單元答對率則低於0.5；而屬於第四組的國中生，則在數與量所有的學習單元答對率皆低於0.5。

(3)數學內容知識：資料分析、統計與機率

表4-31：最適模式為四組之數學學習單元表現分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	解讀統計圖、機率、集中量數
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	解讀統計圖、機率、集中量數
	0.5以下	無
第三組	0.5以上	解讀統計圖、機率
	0.5以下	集中量數
第四組	0.5以上	解讀統計圖
	0.5以下	機率、集中量數

由表4-31，可看到：屬於第一、二組的國中生在資料分析、統計與機率的所有學習單元中答對率都在0.5以上；屬於第三組的國中生，則在「解讀統計圖、機率」這兩個學習單元答對率高於0.5，在「集中量數」答對率則低於0.5；而屬於第四組的國中生，則在「解讀統計圖」答對率高於0.5，在「機率、集中量數」答對率則低於0.5。

(4)數學內容知識：代數

表4-32：最適模式為四組之數學學習單元表現分析表

組別	答對率	學習單元
第一組	0.5以上	未知數列式、多項式、不等式、因式分解、座標平面、一元二次方程式、二元一次方程式、一元一次方程式、函數、等量公理
	0.5以下	無
第二組	0.5以上	未知數列式、多項式、座標平面、多項式、因式分解、一元二次方程式、二元一次方程式、一元一次方程式、等量公理
	0.5以下	函數
第三組	0.5以上	函數、不等式、座標平面、二元一次方程式、等量公理
	0.5以下	多項式、因式分解、一元一次方程式、函數、二元一次方程式
第四組	0.5以上	無
	0.5以下	未知數列式、因式分解、二元一次方程式、等量公理、多項式、不等式、座標平面、一元一次方程式、函數、一元二次方程式

由表4-32，可看到：屬於第一組的國中生，在代數的所有學習單元中，答對率都在0.5以上，學習表現較好；而屬於第二組的國中生，則在大部分學習單元的答對率在0.5以上、在「函數」答對率則低於0.5；而屬於第三組的國中生，在部分學習單元的表現表現較好，部分學習單元表較差；而屬於第四組的國中生，則在代數所有的學習單元之答對率皆低於0.5。

小結：

在混合Rasch模式所獲得之結果，我們可以初步得到分屬於四組之國中生在數學學習單元之表現，就數學學習單元平均答對率為0.5進行之分析比較，可獲得屬於第一組的國中生，在所有的數學學習單元之平均答對率皆高於0.5；屬於第二組的國中生，則只有在近似值、函數之答對率低於0.5，其餘學習單元答對率皆高於0.5；而屬於第三組的國中生，在部分學習單元答對率高於0.5，部分學習單元答對率低於0.5；而屬於第四組的國中生，只有在解讀統計圖之答對率高於0.5、其餘所

有學習單元之答對率皆低於0.5。

## 2.就各組內數學學習單元之相對平均答對率高低之分析比較

本部份主要想要瞭解各組組內平均答對率相對高低之數學學習單元，亦即更進一步的瞭解各組表現之特徵。在數學學習單元平均答對率分布圖中，括號中的數字，為該學習單元之題數，例如，因數與倍數(4)，表示屬於因數與倍數的試題有4題。

### (1)數學內容知識：數與量

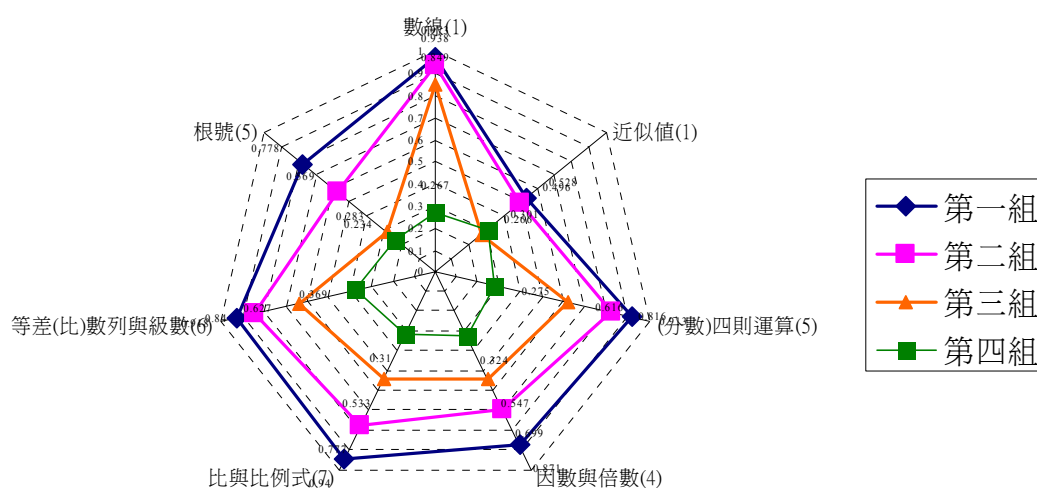


圖4-5：最適模式為四組之數學學習單元答對率分布圖

由圖4-5：我們可以看到在數線及近似值的試題，都只有一題，在數線部分，屬於第一、二、三組的學生，試題答對率較為接近，並且與第四組的學生在試題答對率上有很大的差距；在近似值部分，屬於第一、二組的學生，其答對率也只介於0.5-0.6間，而第三四組的學生試題答對率只在0.3左右。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，也會造成解釋上的偏差。

就(分數)四則運算、因數與倍數、比與比例式、等差(比)數列與級數、根號五

個學習單元來看：第一組的學生在比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算之試題平均答對率高於0.9，在因數與倍數之試題平均答對率為0.871、而根號之試題平均答對率只有0.778；第二組的學生平均答對率在(分數)四則運算、等差(比)數列與級數之試題平均答對率高於0.8，比與比例式、因數與倍數試題平均答對率介於0.6-0.8間，根號的試題平均答對率則低於0.6；第三組的學生，除根號之答對率低至0.283，比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算、因數與倍數之試題平均答對率介於0.5-0.6間；第四組的學生平均答對率最高的是比與比例式、等差(比)、因數與倍數，介於0.3-0.4間，(分數)四則運算、根號之平均答對率約介於0.2-0.35間。

(2)數學內容知識：幾何與空間概念

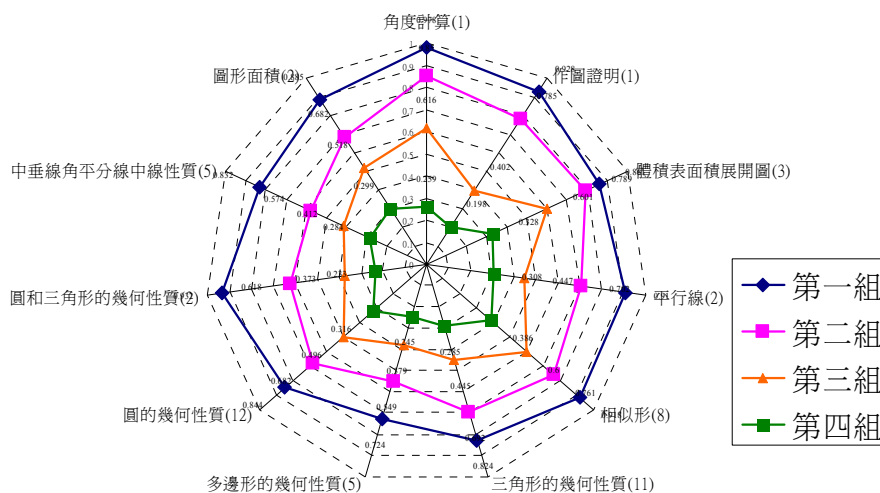


圖4-6：最適模式為四組之數學學習單元答對率分布圖

由圖4-6：我們可以看到在角度計算、作圖證明的試題，都只有一題，屬於第一組的學生，在這兩個學習單元答對率皆在0.9以上，屬於第二組的學生，其答對率則在0.8左右，屬於第三組的國中生，在角度計算的答對率為0.616，但在作圖證明的答對率只有0.373，屬於第四組的國中生在這兩個學習單元之答對率約介於0.2-0.3間。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，

也會造成解釋上的偏差。

就其他九個學習單元來看：

第一組的學生在平行線、相似形的試題平均答對率高於0.9；在圖形幾何性質部份平均答對率約在0.8-0.9間，但多邊形的幾何性質之答對率只有0.7左右，相對於其他圖形幾何性質，答對率較差；在中垂線、角平分線、中線性質部份、及圖形面積，答對率接近於圖形的幾何性質。

第二組的學生在平行線、相似形、圖形面積、體積表面積展開圖答對率約介於0.7-0.8之間；在圖形幾何性質部份平均答對率約介於0.6-0.7，但多邊形的幾何性質之答對率只有0.549左右，相對於其他圖形幾何性質，答對率較差；中垂線、角平分線、中線性質之試題平均答對率則只有0.574。

第三組學生在相似形、體積表面積展開圖答對率約在0.6左右；在圖形幾何性質部份平均答對率約介於0.4-0.5；在圖形面積之試題平均答對率為0.447。

第四組的學生在相似形、平行線、體積表面積展開圖、圓的幾何性質之試題平均答對率約介於0.3-0.4間，在圖形面積、中垂線角平分線中線性質、圖形的幾何性質之試題平均答對率約介於0.2-0.3間。



(3)數學內容知識：資料分析統計與機率

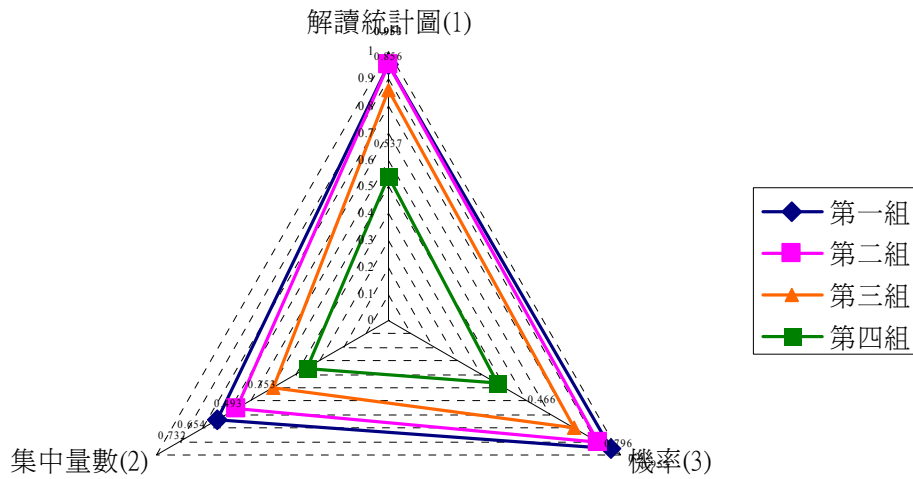


圖4-7：最適模式為四組之數學學習單元答對率分布圖

在解讀統計圖、機率這兩個學習單元，第一、二、三組的國中生，試題答對率較接近，且與第四組的國中生之試題答對率有若干差距；在集中量數的部分，四組的國中生的答對率，在三個學習單元中都是較低的。

#### (4)數學內容知識：代數

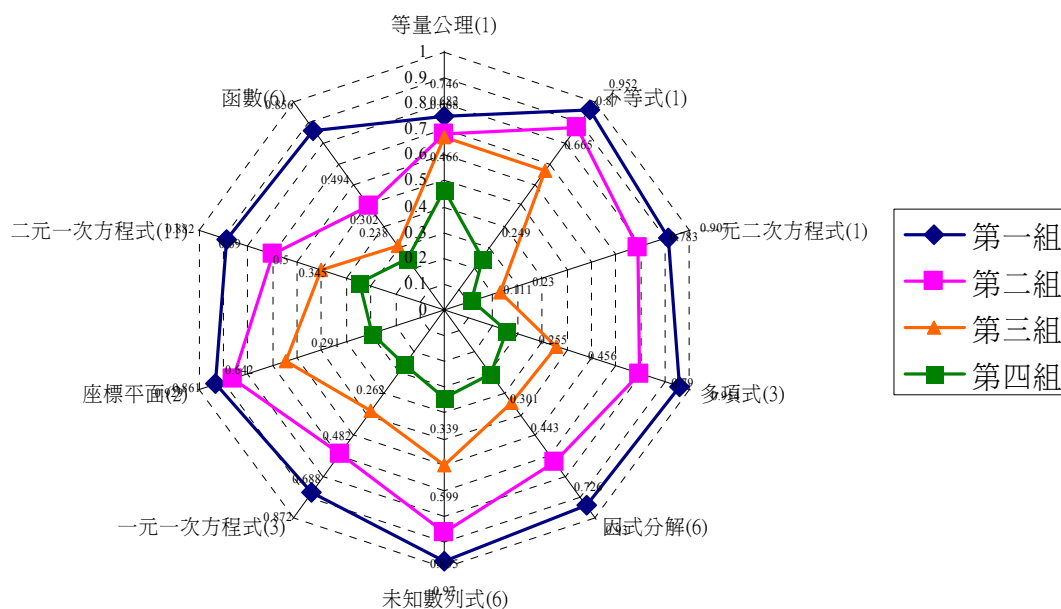


圖4-8：最適模式為四組之數學學習單元答對率分布圖

由圖4-4：我們可以看到在等量公理、不等式、一元二次方程式之試題，都只有一題。在等量公理、不等式部分，屬於第一、二、三組的國中生答對率較為接近，且與第四組的國中生答對率有差距；在一元二次方程式部分，屬於第一、二組國中生答對率較為接近，第三、四組國中生答對率也較為接近，且這兩組答對率差距較大。但在只有一題試題之情形下，試題本身的難易度會影響學生的答對率，也會造成解釋上的偏差。

就其他七個學習單元來看：

第一組的學生在有關未知數列式、多項式、因式分解、座標平面、二元一次方程式之試題平均答對率高於0.9；在一元一次方程式、函數之試題平均答對率約在0.8-0.9間，在這七個學習單元，答對率都相當不錯。

第二組的學生，在未知數列式、多項式、座標平面之試題平均答對率介於0.8-0.9間，在因式分解、二元一次方程式、一元一次方程式之試題平均答對率介於0.6-0.8

間，而函數答對率低至0.482。

第三組的學生在未知數列式、座標平面之試題平均答對率約在0.6-0.7間；在因式分解、多項式、一元一次方程式、二元一次方程式答對率約在0.4-0.5間；函數的試題平均答對率則低至0.3。

第四組的學生未知數列式、因式分解、一元一次方程式之試題平均答對率介於0.3-0.4間，其餘學習單元之答對率介於0.2-0.3間。

小結：

由上述之各組內數學學習單元之相對平均答對率高低之分析比較，可歸納統整各組在數學學習單元之表現特徵：

表4-33：最適模式為四組之各組數學學習單元表現特徵表

組別	數學內容知識	數學學習單元表現
第一組	數與量	在比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算之試題平均答對率最高，其次是在因數與倍數，而根號之試題平均答對率只有0.778。
	幾何與空間概念	平行線、相似形的試題平均答對率相對較高；其次是圖形幾何性質部份(但多邊形的幾何性質之答對率只有0.7左右)；在中垂線、角平分線、中線性質部份、及圖形面積，答對率接近於圖形的幾何性質。
	資料分析統計與機率	在解讀統計圖、機率之試題平均答對率優於集中量數。
	代數	未知數列式、多項式、因式分解、座標平面、二元一次方程式之試題平均答對率相對較高，其次是在一元一次方程式、函數，在這七個學習單元，答對率都高於0.8。
第二組	數與量	在(分數)四則運算、等差(比)數列與級數之試題平均答對率高最高，其次是比與比例式、因數與倍數，根號的試題平均答對率則低於0.6。
	幾何與空間概念	在平行線、相似形、圖形面積、體積表面積展開圖答對率相對較高；其次是圖形幾何性質(但多邊形的幾何性質之答對率只有0.549)，中垂線、角平分線、中線性質之試題平均答對率則只有0.574。
	資料分析統計與機率	在解讀統計圖、機率之試題平均答對率優於集中量數。
	代數	在未知數列式、多項式、座標平面之試題平均答對率較高，其次是因式分解、二元一次方程式、一元一次方程式之試題，而函數答對率低至0.482。

第三組	數與量	比與比例式、等差(比)、(分數)四則運算、因數與倍數之試題平均答對率較高，而根號之答對率低至0.283。
	幾何與空間概念	在相似形、體積表面積展開圖答對率相對較高，其次是圖形幾何性質部份，再者是圖形面積。
	資料分析統計與機率	在解讀統計圖、機率之試題平均答對率優於集中量數。
	代數	在未知數列式、座標平面之試題平均答對率相對較高，其次是因式分解、多項式、一元一次方程式、二元一次方程式，而函數的試題平均答對率則低至0.3。
第四組	數與量	比與比例式、等差(比)、因數與倍數之試題平均答對率最高，其次是(分數)四則運算、根號。
	幾何與空間概念	在相似形、平行線、體積表面積展開圖、圓的幾何性質之試題平均答對率較高，其次是在圖形面積、中垂線角平分線中線性質、圖形的幾何性質。
	資料分析統計與機率	在解讀統計圖、機率之試題平均答對率優於集中量數。
	代數	在未知數列式、因式分解、一元一次方程式之試題平均答對率較高，其餘學習單元之答對率則只介於0.2-0.3間。

## 第五節 綜合討論

本節之目的是對研究所得之相關結果進行綜合討論。第一部分對Rasch模式及混合Rasch模式所得之結果，在內容知識及數學認知能力兩方面進行比較，第二部分比較TIMSS-1999、TIMSS-2003與本研究結果之異同。

### 一、Rasch模式與混合Rasch模式分析結果之比較

本節主要探討採用Rasch模式與混合Rasch模式，分析國中基本學力測驗數學科學生作答反應組型結果之異同。在混合Rasch模式所進行之分析結果，可得到最適模式為三組、共六次測驗，最適模式為四組、共四次測驗，以下分別針對這兩種不同模式，與Rasch模式所得結果，針對數學內容知識與數學認知能力進行相關比較。

#### (一)Rasch模式與最適模式為三組之混合Rasch模式結果之比較

根據研究結果，2001年第一次、2002年第一次、2002年第二次、2003年第二次、2004年第一次、2005年第一次，共六次測驗，以三組混合Rasch模式來描述最為適切。以下將先求取Rasch模式在這六次測驗中，數學內容知識與數學認知能力之平均答對率，並與表4-22之最適模式為三組測驗結果在數學內容知識與數學認知能力平均答對率進行比較。

## 1.數學內容知識之比較

### (1)就平均答對率之高低進行比較

表4-34：六次測驗之各數學內容知識平均答對率表

數學內容知識 年度(次別)	數與量	幾何與 空間概念	資料分析 統計與機率	代數
2001(1)	0.667	0.508	×	0.604
2002(1)	0.535	0.475	0.639(只有一題)	0.518
2002(2)	0.671	0.550	0.695(只有一題)	0.617
2003(2)	0.664	0.656	0.697	0.730
2004(1)	0.672	0.603	0.717(只有一題)	0.562
2005(1)	0.706	0.558	0.684	0.708
平均答對率	0.653	0.558	0.686	0.623

就表4-34，明顯看到在這四個數學內容知識中，其平均答對率之高低為：資料分析統計與機率 > 數與量 > 代數 > 幾何，但這四個平均答對率數值非常接近。

就表4-22，最適模式為三組之混合Rasch模式中，各組在這四個數學內容知識之平均答對率之高低(括號內數字為平均答對率)為：

第一組：資料分析統計與機率(0.912) > 數與量(0.865) > 代數(0.842) > 幾何(0.785)

第二組：資料分析統計與機率(0.707) > 數與量(0.635) > 代數(0.577) > 幾何(0.485)

第三組：資料分析統計與機率(0.327) > 數與量(0.327) > 代數(0.322) > 幾何(0.271)

由上述比較可獲得，就各數學內容知識之平均答對率高低進行比較時，Rasch模式與混合Rasch模式之結果是相同的。

### (2)就平均答對率之結構進行比較

若就各數學內容知識之平均答對率的結構來看，如圖4-9：

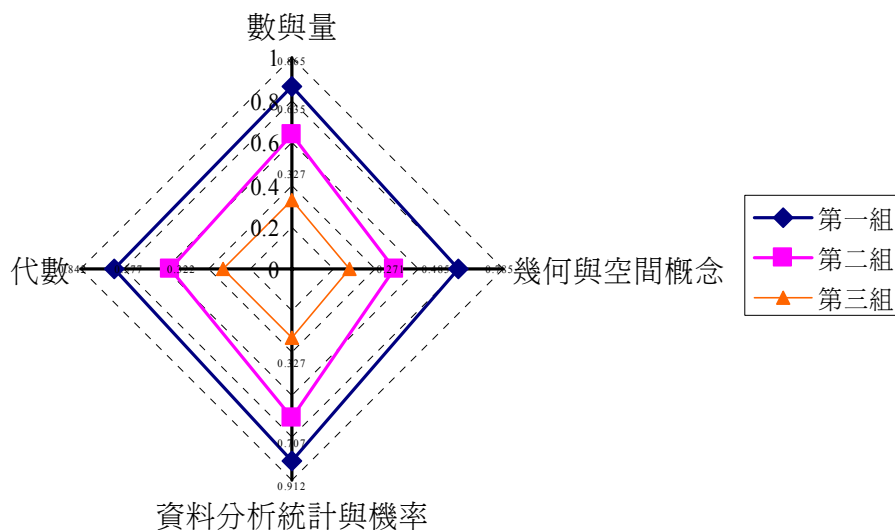


圖4-9：最適模式為三組之各數學內容知識平均答對率分佈圖

在資料分析統計與機率部份，屬於第一、二組學生的平均答對率較為相近，且與屬於第三組學生的平均答對率有較大差距存在；在數與量、代數部份，分屬於一、二、三組的學生之差距相近；但在幾何與空間概念上，第二組學生之平均答對率雖與第三組學生有差異，但相較於第一組學生之差異，與第三組學生之差異較近。

因此，雖然三組學生就各數學內容知識之平均答對率高低來比較時，結果相同；但若就各數學內容知識之平均答對率結構來比較時，即可看到在Rasch模式下所無法得到之不同類型學生表現的異同。



## 2.數學認知能力之比較

### (1)就平均答對率之高低進行比較

表4-35：六次測驗之各數學認知能力平均答對率表

數學認知能力 年度(次別)	概念理解	程序知識與執行	問題解決
2001(1)	0.604	0.618	0.467
2002(1)	0.507	0.571	0.460
2002(2)	0.614	0.625	0.558
2003(2)	0.678	0.747	0.545
2004(1)	0.634	0.636	0.530
2005(1)	0.616	0.690	0.589
平均答對率	0.609	0.684	0.525

就表4-35，明顯看到在這四個數學認知能力中，其平均答對率之高低為：程序知識與執行 > 概念理解 > 問題解決。

就表4-23，最適模式為三組之混合Rasch模式中，各組在這三個數學認知能力之平均答對率之高低(括號內數字為平均答對率)為：

第一組：程序知識與執行(0.87) > 概念理解(0.839) > 問題解決(0.729)

第二組：程序知識與執行(0.607) > 概念理解(0.563) > 問題解決(0.455)

第三組：程序知識與執行(0.33) > 概念理解(0.289) > 問題解決(0.277)

由上述比較可獲得，就各數學認知能力之平均答對率高低進行比較時，Rasch模式與混合Rasch模式之結果是相同的。

### (2)就平均答對率之結構進行比較

若就各數學認知能力之平均答對率的結構來看，如圖4-10：

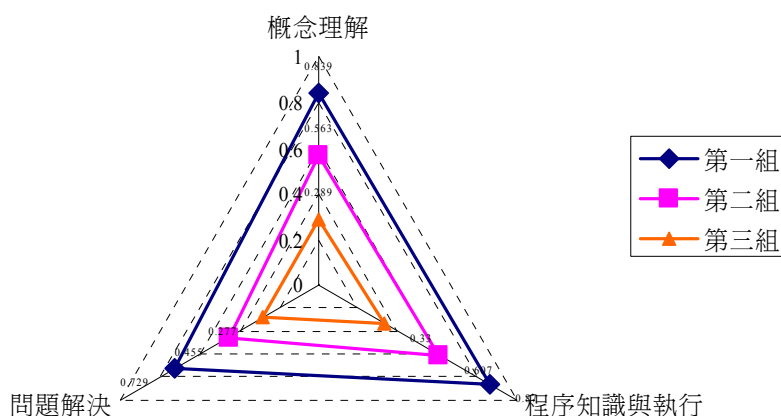


圖4-10：最適模式為三組之各數學認知能力平均答對率分佈圖

在概念理解、程序知識與執行部份，分屬於一、二、三組的學生之差距相近；但在問題解決上，第二組學生之平均答對率雖與第三組學生有差異，但相較於第一組學生之差異，與第三組學生之差異較近。

因此，雖然三組學生就各數學認知能力之平均答對率高低來比較時，結果相同；但若就各數學認知能力之平均答對率結構來比較時，即可看到在Rasch模式下所無法得到之不同類型學生表現的異同。

#### (二) Rasch模式與最適模式為四組之混合Rasch模式結果之比較

根據研究結果，2001年第二次、2003年第一次、2004年第二次、2005年第二次，共四次測驗，以四組混合Rasch模式來描述最為適切。以下將先求取Rasch模式在這四次測驗中，數學內容知識與數學認知能力之平均答對率，並與表4-23之最適模式為四組測驗結果在數學內容知識與數學認知能力平均答對率進行比較。

## 1.數學內容知識之比較

### (1)就平均答對率之高低進行比較

表4-36：四次測驗之各數學內容知識平均答對率表

數學內容知識 年度(次別)	數與量	幾何與 空間概念	資料分析 統計與機率	代數
2001(2)	0.671	0.594	×	0.554
2003(1)	0.655	0.596	0.664	0.730
2004(2)	0.719	0.668	0.748(只有一題)	0.687
2005(2)	0.585	0.614	0.881	0.696
平均答對率	0.658	0.618	0.764	0.667

就表4-36，明顯看到在這四個數學內容知識中，其平均答對率之高低為：資料分析統計與機率 > 代數 > 數與量 > 幾何，但這四個平均答對率數值非常接近。

就表4-23，最適模式為四組之混合Rasch模式中，各組在這四個數學內容知識之平均答對率之高低(括號內數字為平均答對率)為：

第一組：資料分析統計與機率(0.902) = 代數(0.904) > 數與量(0.883) > 幾何(0.855)

第二組：資料分析統計與機率(0.836) > 數與量(0.751) > 代數(0.716) > 幾何(0.684)

第三組：資料分析統計與機率(0.709) > 數與量(0.533) > 代數(0.485) = 幾何(0.485)

第四組：資料分析統計與機率(0.425) > 數與量(0.307) = 代數(0.307) = 幾何(0.307)

由上述比較可獲得，四組學生混合Rasch模式結果下：第一組學生在資料分析統計與機率、代數表現相當，其次是數與量，最差的則是代數；而第二、三組學生在資料分析統計與機率之平均答對率最高，其次是數與量，再者為代數，但第二組學生的幾何之平均答對率低於代數，第三組在代數與幾何的表現相當；第四組學生則只有在資料分析統計與機率之平均答對率最高，在數與量、代數、幾何之平均答對率相同，且低於資料分析統計與機率。就各數學內容知識之平均答對率高低進行比較，混合Rasch模式分析所得之結果明顯的與Rasch模式所得到之結果

並不相同。

## (2)就平均答對率之結構進行比較

若就各數學內容知識之平均答對率的結構來看，如圖4-11：

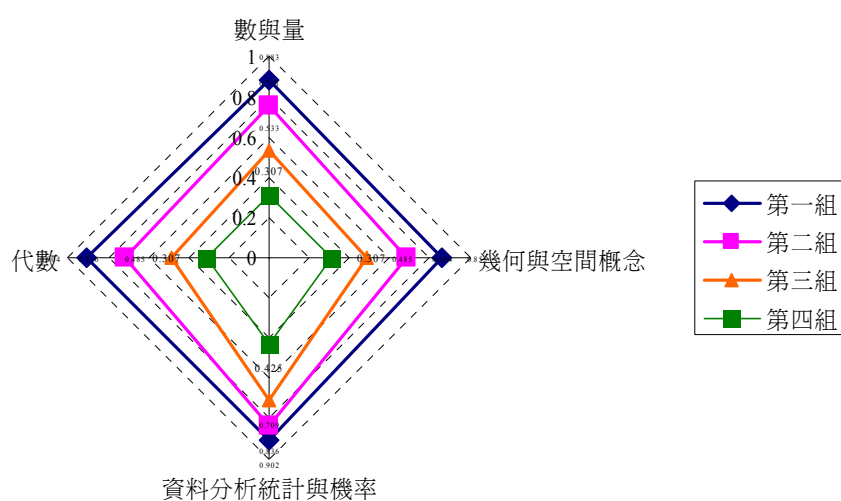


圖4-11：最適模式為四組之各數學內容知識平均答對率分佈圖

在資料分析統計與機率部份，屬於第一、二、三組學生的平均答對率較為相近，且與屬於第四組學生的平均答對率有較大差距存在；在數與量、代數部份，分屬於一、二組的學生之差距相近，分屬於三、四組的學生之差距相近；但在幾何與空間概念上，四組學生之平均答對率差距相當。

因而，在最適模式為四組之混合Rasch模式情形下，四組學生不論就各數學內容知識之平均答對率高低來比較時、亦或是就平均答對率結構來比較時，都可看到在Rasch模式下所無法得到之不同類型學生表現的異同。

## 2.數學認知能力之比較

表4-37：四次測驗之各數學認知能力平均答對率表

數學認知能力 年度(次別)	概念理解	程序知識與執行	問題解決
2001(2)	0.618	0.578	0.591
2003(1)	0.644	0.641	0.578
2004(2)	0.764	0.678	0.561
2005(2)	0.718	0.610	0.633
平均答對率	0.686	0.627	0.591

就表4-37，明顯看到在這四個數學認知能力中，其平均答對率之高低為：概念理解 > 程序知識與執行 > 問題解決。

就表4-23，最適模式為四組之混合Rasch模式中，各組在這三個數學認知能力之平均答對率之高低(括號內數字為平均答對率)為：

第一組：概念理解(0.892) = 程序知識與執行(0.891) > 問題解決(0.805)

第二組：概念理解(0.777) > 程序知識與執行(0.708) > 問題解決(0.621)

第三組：概念理解(0.58) > 程序知識與執行(0.466) = 問題解決(0.468)

第四組：概念理解(0.348) > 問題解決(0.341) > 程序知識與執行(0.247)

由上述比較可獲得，就各數學認知能力之平均答對率高低進行比較時，Rasch模式與混合Rasch模式之結果是不盡相同的。第一組學生在概念理解程序知識與執行表現相當，且優於問題解決；第二組學生之表現則與Rasch模式之結果相同；第三組學生則只有在概念理解之平均答對率最高，而程序知識與執行及問題解決之平均答對率則相對較差；第四組學生則呈現較不相同結果，學生在概念理解之平均答對率最高，但在問題解決之平均答對率卻優於程序知識與執行。

### (2)就平均答對率之結構進行比較

若就各數學認知能力之平均答對率的結構來看，如圖4-12：

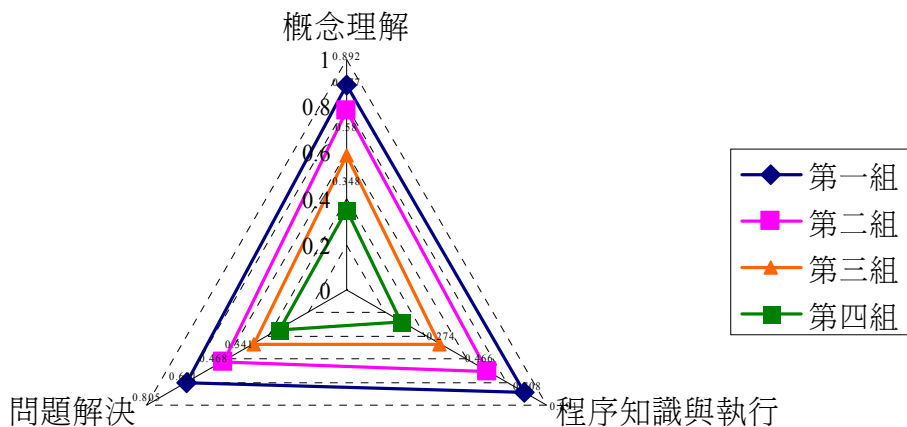


圖4-12：最適模式為四組之各數學認知能力平均答對率分佈圖

在概念理解、程序知識與執行部份，分屬於一、二的學生及分屬於三、四組的學生差距相近；但在問題解決上，第一、二、三組學生之平均答對率差距相近，但第四組的學生則與第三組學生的差距相對較小。

因而，在最適模式為四組之混合Rasch模式情形下，四組學生不論就各數學認知能力之平均答對率高低來比較時、亦或是就平均答對率結構來比較時，都可看到在Rasch模式下所無法得到之不同類型學生表現的異同。

## 二、TIMSS與國中基本學力測驗分析結果之比較

本節主要比較我國八年級國中生參加TIMSS-1999、TIMSS-2003與國中畢業生參加國中基本學力測驗之結果。這兩種測驗存在兩大不同點：其一為參加TIMSS的對象為八年級學生，而參加國中基本學力測驗的對象則為九年級學生；其二為TIMSS為一國際性的成就評量測驗，因此在評量內容上，我國八年級學生並不一定全部學習過，而國中基本學力測驗則主要針對我國國中畢業生所進行之測驗，因此在評量內容上，也以我國之教學內容作為主要評量之依據。雖然這兩種測驗

存在上述兩大不同點，但研究者認為，數學學習是一個累進的過程，同時各國數學內容知識之範圍的共同性相當高，因此比較學生在TIMSS與國中基本學力測驗的表現結果，可對我國學生在數學方面的表現有更進一步的瞭解。

#### 一、數學內容知識方面之比較

TIMSS-1999將數學內容領域區分為分數與數感、測量、資料表徵分析和機率、幾何、代數五大類；TIMSS-2003將數學內容領域區分為數、測量、資料、幾何、代數五大類；本研究將國中基本學力測驗之試題依據數學內容知識分為數與量、幾何與空間概念、資料分析統計與機率、代數四大類，根據表2-6、表2-10、表4-20，可獲得各內容知識之平均答對率高低順序，如表4-38：

表4-38：各數學內容知識平均答對率比較表

TIMSS-1999	TIMSS-2003	2001-2005國中基本學力測驗
資料表徵分析與機率(0.7832)	數(0.6935)	資料分析統計與機率(0.716)
代數(0.7328)	幾何(0.6890)	數與量(0.655)
分數與數感(0.7301)	代數(0.6639)	代數(0.641)
幾何(0.7014)	資料(0.6540)	幾何(0.582)
測量(0.6768)	測量(0.6476)	

由表4-38，可明顯看到在TIMSS-1999，我國八年級學生之平均答對率除測量外，皆高於0.7；而在TIMSS-2003我國八年級學生之平均答對率則約介於0.65-0.7之間。在數的部份，由1999年的排名第三躍升為第一，在幾何部份也由排名第四躍升為第二，代數部份則由排名第二降至第三，差異不大，而資料表徵分析與機率部份則由原先排名第一降至第四，唯一不變是測量。與2001-2005國中基本學力測驗結果比較，各數學內容知識之表現與TIMSS-1999之表現較為接近。

另外，根據表2-4及表2-8，就我國八年級學生參與TIMSS-1999、TIMSS-2003在各數學內容領域之國際排名，皆在參與國家之前1-4名，表示我國學生在參與之各國之間表現算是相當優異。

其中TIMSS-1999與TIMSS-2003之測驗分析，皆將所有參加受試者視為單一同質群體進行分析，因此無法針對不同作答類型的受試者繼續進行後續比較。

## 二、數學認知能力方面之比較

TIMSS1999在數學預期表現，區分為知道、使用例行性程序、使用複雜程序、調查和解決問題、溝通和推理五大類；TIMSS-2003將數學認知領域區分為知道事實和程序、使用概念、解決例行性問題、推理四大類；本研究將國中基本學力測驗之試題依據數學認知能力分為概念理解程序知識與執行問題解決三類根據表2-7、表2-11、表4-21，可獲得各認知能力之平均答對率高低順序，如表4-39：

表4-39：各數學認知能力平均答對率比較表

TIMSS-1999	TIMSS-2003	2001-2005國中基本學力測驗
使用複雜程序(0.7743)	知道事實和程序(0.7294)	概念理解(0.640)
使用例行性程序(0.7594)	使用概念(0.7291)	程序知識與執行(0.639)
知道(0.7545)	解決例行性問題(0.6499)	問題解決(0.551)
調查和問題解決(0.6990)	推理(0.5787)	
溝通與推理(0.6433)		

由表4-39，可看到在數學認知能力方面，學生不論是在TIMSS-1999、TIMSS-2003，亦或是國中基本學力測驗，在知道事實及程序、概念理解及使用程序部份，表現皆優於溝通推理及問題解決。

其中TIMSS-1999與TIMSS-2003之測驗分析，皆將所有參加受試者視為單一同質群體進行分析，因此無法針對不同作答類型的受試者繼續進行後續比較。