

第一章 緒論

楔子

一位主修鋼琴的學生，深感自己的不足，所以拜了一位名師為徒，希望能夠更上層樓。

第一堂課，老師沒說什麼，只是給了他一份譜子，要他在下次來之前練習好。那琴譜對這學生來說，是一個很艱深的曲子，比起他以前所學的，難上許多倍，但他還是非常認真的、花了很多時間的練習，最後勉強在下次上課前練習好了。

第二堂課，他彈奏完這曲子，以為會獲得老師的讚美，沒想到老師只是默默的再給了他一份琴譜，說：下次彈這一首吧！這會兒，第二首又更難了些，他還是奮力地練習，並克服了它。

第三堂，迎接他的是又更難的曲子，第四堂、第五堂，第六堂還有更難的…，一堂接著又一堂。

終於，有一天，他忍不住問了：「老師，為什麼你一直給我很難的曲子練習呢？」。

老師還是酷酷的，並拿出一份曲子，說：「彈彈看吧！」。

他展開這琴譜，發現那正是他第一堂課所拿到的曲子。而今，他的手，正不由自主的、非常流利的、順暢的彈奏著這首，他曾經覺得難到極點的曲子呢！

源起

有一位年輕人曾問我：教書這麼多年，教的都是這些內容，會不會感到煩膩？

說真的，一點也不會，因為面對的學生每年都不同啊！這「不同」不僅是外表長相不同，腦袋裡的想法也有大大的不同。每天上課，接到學生種種不同的「招數」可都是千奇百怪的，使我的教學生涯充滿了刺激，在教學相長的日子中，不知不覺地增加了許多經驗。-----只有一個單元會使我感到有一點無力：「三角函數」，因為不管我怎麼賣力的教、用心的教，學生還是十分畏懼這個單元。

兩年前，有幸回到母校進修，在課堂上，聽到謝老師用精準的詞語、豐富的例子解釋著同化、順化、基模…，彷彿醍醐灌頂，突然覺得：原來我以前的教學，只是在錯誤中摸索正確的方向，所以才會常常覺得要接學生的「招」。如果我用功些，也許畢業時，我可以練就一番神功---就是可以預測學生到底在想些什麼，然後啊，就像身懷數百種絕學的武林高手一樣，所有的招數都難不倒我呵！

這個願望還沒達成，便不知不覺地到達決定論文題目的重要時刻。當我滿懷苦惱地說：「我想知道學生為什麼學不好三角函數。」時，老師以蘇格拉底式的口吻說：妳覺得是什麼原因啊？

嗯，以我的教學經驗看來，學生從銳角三角函數進入廣義角三角函數這個環節最難，他得破除舊有的直角三角形中的銳角基模，學習新的廣義角三角函數的定義，接著增加了一連串的性质、換角公式、正負值的變化…，使得一時之間要面對的挑戰複雜化，要考慮的條件變多了，這種bottom-up的教材排列，似乎對學生而言是困難重重的。

那，如果先教廣義三角函數呢？用top-down的教材排列，先學大的架

構，從一開始就適應複雜的情況，待整個系統熟練之後，最後再將銳角的情況視為特殊情形處理，阻力會減少嗎？就好比——那位酷酷的鋼琴教師，先給了超難的曲子…？

「那就來個實驗吧！」

第一節 研究動機

從數學知識的架構來看，銳角三角函數的定義雖然是廣義三角函數的一個特殊情況，卻能涵蓋多數的基本性質(例如三角函數倒數關係、商數關係、平方關係及餘角關係)；從教材安排的觀點來看，課程的內容應由淺而深，由簡而繁，把根基打穩固再更上層樓，所以先學銳角三角函數的定義；從數學歷史發展的角度觀之，三角函數的源起，也是先由銳角開始，因此目前我們所看到的中學課本中，三角函數的單元，都是由銳角三角函數入手。

但若從學生學習數學的觀點來看，「如何學習得順利」、「如何學得好」似乎才是重點。當我們發現，三角函數單元成為學生的夢靨，內心有無數個問號，而手中可以找到的資料，並無法完整回答：「如何從根本來有效克服學生在學習現有教材順序時，所遇到的困難，而不是頭痛醫頭，腳痛醫腳？」在研究者以往的教學經驗中，學生在從銳角過渡到廣義角三角函數定義時，開始感到混淆與困惑的比例增加；一些文獻中也指出，在這個單元中出現了不少學習迷思與錯誤類型(施盈蘭, 1994;黃純杏,2001;陳忠雄,2003;簡志明,2004)。

正好遇見了因教材變動，而在國中就沒學過銳角三角函數的這一屆高一學生，對照著以往的學生---帶著以前學過的銳角三角函數概念，來學習廣義三角函數定義，他們好比一張白紙，真是機不可失，趕快來實驗看看。

第二節 研究目的暨研究問題

本研究的主要目的為探究高中生在學習三角函數單元時，先學習廣義角三角函數定義之可行性。故發展新的順序教材內容並設計教學實驗，以比較教材內容為先教銳角三角函數，及先教廣義角三角函數兩種順序不同的狀況下，學習的過程是否順利、教學是否順暢、新的教學順序有何優勢及劣勢，以及培養出的學生的數學遷移能力有何差異。

根據此目的，本研究的研究問題為：

- (一)、如何研擬先教廣義後教銳角三角函數順序教學活動教材？
- (二)、兩組在基本概念之成就測驗表現與學習態度為何？
- (三)、探討兩組學習順序在「學習遷移」上有何差異？

第三節 名詞界定

- (一)、本研究中所指之銳角三角函數定義及廣義角三角函數定義，依現行高中教材內之單元內容所定義。
- (二)、本研究將先學銳角三角函數再學廣義角三角函數的學習順序稱為「傳統順序」；將先學廣義三角函數再學銳角三角函數的學習順序稱為「新順序」。
- (三)、本研究所探討之學習遷移，主要為三角函數定義概念的垂直遷移部份。