

充實還是加速？國小階段奧林匹亞數學的教材分析——以因數倍數單元為例

王昭傑

臺北市螢橋國小教師

摘要

本文針對五年級因數倍數單元之奧數教材與普通數學教材進行分析比對，並結合針對修課學生的學習意向調查、研究佐證以釐清奧數的定位。結果發現家長及學生對奧數大多有正向態度，而奧數教材於因數倍數單元的內容編配中，「加速」概念的子單元佔47.82%、「充實」概念的子單元則有52.18%；顯示奧數教材在因數、倍數單元的內容編配上採「加速」、「充實」並重的方式；而在內容題型上則多屬跨概念連結，且偏重規則的推導與概念的整合。

關鍵詞：加速、充實、奧林匹亞數學

Acceleration or Enrichment? An Analysis of Olympiad Mathematics Curriculum Materials in Elementary School -An Example of Math Course on Factors and Multiples

Jhao-Jie Wang

Teacher, Ying-Qiao Elementary School, Taipei City

Abstract

The main purpose of this article was to analyze the unit “factor” and “multiple” between instructional materials of Olympiad mathematics and regular mathematics lessons and to clarify the identity of Olympiad mathematics by research evidences and a survey investigating students’ learning intention. There were two major findings, at first, most parents and students had positive attitude towards Olympiad mathematics and secondly, in the context of factors and multiples course, there were 47.82% in acceleration concepts and 52.18% in enrichment concepts, which showed that acceleration and enrichment processes applied simultaneously to the Olympiad mathematics curriculum. Thirdly, the framework of the Olympiad mathematics curriculum was based on multiple concept hierarchies alignment and integration of rule inference and concepts.

Keywords: acceleration, enrichment, Olympiad mathematics

壹、前言

1956年，羅馬尼亞針對東歐及蘇聯等6個國家的高中生舉辦國際數學奧林匹亞競賽 (International Mathematics Olympiad, IMO) 進行數學交流，並在爾後的三十年間發展成為全世界73個國家參與的國際數學盛會。即便許多學者(Conrad, 1992; Steffe & Olive, 1991; Von Glasersfeld, 1991)相繼認為「數學是機械式的練習與死板題目」，然而在此競賽中活潑的數學思維與題材，似乎為如此負面的說法提供反動的契機。在台灣則於1992年開始每年推派6名高中生參與此盛會，並有出色的佳績；但即便如此，「奧林匹亞數學」(以下簡稱，奧數)這個名詞卻始終充滿神秘的色彩。近二十年來，在民間團體引進國小、國中的奧數競賽後，台灣的奧數熱潮雖有如雨後春筍般的湧出，然而卻始終有著正反兩極的極端評價。有一派的聲音認為奧數有助資優生或學習者的邏輯推理與思考能力，是數學能力的充實與加深、加廣；而另一派的想法則認為，在國民義務教育階段接受奧數學習會扼殺學生的數學興趣、是一種揠苗助長且變態的加速學習。究竟孰是孰非？目前並無論斷。而在學術上對於奧數成效或相關議題的討論也並不熱絡，即便在國中小奧數盛行的中國大陸亦然。

筆者嘗以「奧林匹亞數學」、「奧數」作為關鍵詞進行台灣碩博士論文搜查時發現，至今關於奧數參與經驗或教材分析等相關論文付之闕如，僅有筆者於2011年碩士論文「靜像式情境數學模組(SIMSP)在國小資優班的施行成效探究-以奧林匹亞數學三國誌為例」一篇，而期刊論文亦少有提及。是否因為奧數於數學學習上沒有其學習價值或研究價值？然而，吳武典、陳昭地(1998)針對參與國際奧數競賽的36名學生進行追蹤調查，結果卻發現泰半學生(83%)皆認為參與奧數競賽的經驗在其後續對於數學、科學的學習態度上有良好的影響，而在自發性

的學習與獨立思考的能力上也有正向的支持效果，而家長方面亦有75%認為參與奧數學習有助其日後的學業發展；以如此的研究結果看來，奧數似乎有其正向價值存在。然而，是否因為有其研究限制？或是有其他原因？以至於奧數研究並不熱絡？

筆者進行奧數教學十餘年以來發現學生在奧數的世界中成長與挑戰，並且看到了學生因為接觸奧數而培養出過人的邏輯推理能力與勇於接受挑戰的態度。然而，究竟奧數的價值為何？是變態的加速？還是深耕的充實？在以下，筆者先就數學資優生的學習需求進行討論，並略述奧數的相關論述，以初步探究奧數存在價值；再者討論教師、學生及家長在奧數學習前後對奧數的觀感差異，以討論奧數對數學情意態度的影響及其學習價值性；最後，在確定奧數確有其價值性後再進行奧數教材及普數教材的分析討論，以釐清奧數於學習上「加速」或「充實」的迷思。

貳、充實或加速？數學資優生學習需求探討

資優課程的呈現方向大致上是以充實(enrichment)或加速(acceleration)兩個面向進行，而其中又因為課程內容、學生能力的因素而互有交集或調整。王昭傑(2011)統整學者對於「加速」與「充實」兩方案的看法，認為「加速」在於依照學生能力所需，提供其提前學習的課程以使符合其程度的課程以維繫其學習興趣；「充實」則為經由內容、過程、結果及環境的課程調整來回應學生學習個別化差異之需求。而在「加速」與「充實」的脈絡下，資優生的認知啟發，除應提供適合其能力且具有深度、廣度及推理與挑戰的題材外(VanTassel-Baska, 1994)，更要提供其多樣化課程與具備高層思考能力要求的課程，以開放性及複雜性高的課程引導其

自我思考系統的建立（毛連塹，1995）；此外，課程亦須具備挑戰性（郭靜姿，2004）以促進知識系統的整合與精熟，並享受學習與探究的樂趣(Gallagher & Gallagher, 1994)。

毛連塹（1995）針對數學課程的設計架構指出，可在課程當中加入複雜性及多樣性，亦即在同一單元中包含許多相關的水平或垂直概念，也可以在同一單元中安排不同類的課程內容或領域。VanTassel-Baska (1994)指出資優生之數學課程旨在協助資優生探討有關數學概念、想法和技能間的關係，培養數學資優生成為一位具有創造力及獨立思考的學習者，及協助數學資優生知道如何欣賞數學的美（比其他學生更能理解、批判和發現數學的意義）；Haskell(2001)亦指出，在資優生的教育上應給予一些深度的內容知識，並引導認知技巧的應用；而如此的做法對其問題解決、批判思考能力的提升將有正向幫助。此外，不是所有資優生的特質與需求都是相同的，資優生的教學應著重在內容 (content)、過程 (process) 與產出 (product) 等三方面的整合探討，並依其內在能力的差異施以區分性的指導 (VanTassel-Baska, 2006)。然以普通數學的強度而言，勢必無法因應與符合數學資優生的學習需求；VanTassel-Baska (2006)就認為由

於資優生相較於一般生較高強度的認知需求與異質性，故在教材呈現上更需考量其適切性而進行區分性的調整。而奧數有其達成區分性指導的內涵與條件嗎？且將奧數相關概念與區分性指導概念整合略述於後。

參、奧林匹亞數學的區分性課程概念

奧數的本質在促進青少年的腦力，並培養其獨立思考和解決問題的能力，是極為實用而有趣的（吳惠娟，2005）。而筆者在多年來奧數教學中發現，奧數涉及多概念的整合或單一概念的深入探究，許多看似困難或不屬於小學範疇的數學，其實在抽絲剝繭後會發現，運用小學階段所教授之基礎概念加以推理與整合，便可以輕鬆解題。王昭傑（2011）認為，學習奧數的目的有三，分別為「概念的釐清與整合」、「策略的統整與精進」及「知識的重組與產出」。總的來說，奧數在於強化學生的概念掌握深度、多元策略運用力的提升與邏輯概念的培養與挑戰。而王昭傑（2011）亦再針對其所提出的奧數三本質與資優區分性的整合課程模式進行比較，如表1。

表1 奧數本質與整合課程模式比對表

向度	奧數本質 (王昭傑, 2011)	整合課程模式 (VanTassel-Baska, 2006)	差異比對
內容	概念的釐清與整合	深化—內容層面	皆著重在以深度與高層次概念介入引導，進行學習概念的釐清與知識整合產出
過程	策略的統整與精進	歷程—產出層面	皆強調妥善精密的布題，並以多元策略的方式進行問題解決
產出	知識的重組與產出	爭議—主題層面	提供較大且廣的概念與主題，給予進行全面及多元的深入探究機會，從而達到知識統整與遷移

資料來源：王昭傑（2011）：靜像式情境數學模組(SIMSP)在國小資優班的施行成效研究—以奧林匹亞數學三國誌為例。國立臺灣師範大學特殊教育學系碩士論文，未出版，臺北。

由表1可知，不論資優課程或奧數，在深化學習內容部分，皆著重在以高層次概念脈絡提供學生進行舊有基模知識的挑戰機會；在學習歷程與產出的策略運用部分，亦都允許學習者進行多策略的整合運用，並期許學習者在較大且深的主題或爭議當中，能達到以多面向切入探究的目標，以達到個體知識的統整與遷移。是以，奧數本質似乎可與區分性課程的整合課程模式互相呼應，並回應不同學生的適應性需求。

肆、奧林匹亞數學學習意向初探

筆者曾於96-99學年度，於學期前後以簡要的學習問卷調查針對國小普通班教師（43人，99學年度）、奧數修課經驗的國小學生（57人，96-99學年度）及家長（38人，96-99學年度）進行奧數學學習意向的調查分析，以初步討論奧數學學習是否有其價值，結果摘要如表2。

表 2 普通班教師、修課學生、家長奧數態度意向初探

對象	普通班教師	修課學生		修課學生家長
人數	43	57		38
項目	奧數態度	修課前	修課後	學生修課後
向度	1.奧數課程意向 (1)充實數學 23.25% (2)變態加速 46.15% (3)適性加速 0.37% (4)不清楚 30.23%	1.奧數課程接受度 (1)應該很好玩 56.14% (2)可能很無聊 28.07% (3)沒什麼感覺 15.79%	1.奧數課程接受度 (1)真的很好玩 78.94% (2)題目很無聊 7.07% (3)沒什麼感覺 13.99%	1.數學興趣提升 (1)無影響 28.94% (2)有提升 52.63% (3)變差了 18.43%
	2.是否立即有助學生數學學習成就？ (1)會有幫助 25.58% (2)沒有幫助 30.23% (3)還需觀察 39.53% (4)無法判斷 4.66%	2.您認為，奧數「會」有助於您的數學學習嗎？ (1)會有幫助 42.10% (2)不知道 31.57% (3)沒有幫助 26.33%	2.修課後，您認為奧數有助於您的數學學習嗎？ (1)確有幫助 84.21% (2)不知道 3.51% (3)沒有幫助 12.28%	2.數學成就改變 (1)變好了 76.31% (2)變差了 7.01% (3)沒改變 14.03% (4)差不多 2.65%
	3.奧數對學生數學能力的強化？（可複選） (1)邏輯推理 48.83% (2)數學成就 46.15% (3)數學興趣 34.88% (4)解題策略 30.23% (5)沒有幫助 18.60%	3.修課「前」，您認為奧數是？（可複選） (1)很難的數學 73.68% (2)提前學習的數學 57.89% (3)知識活用的數學 33.33%	3.修課「後」，您認為奧數是？（可複選） (1)很難的數學 50.87% (2)提前學習的數學 35.08% (3)知識活用的數學 68.42%	3.奧數學學習意向 (1)會繼續學 86.84% (2)考慮學習 7.89% (3)停止學習 5.26%

由表2結果發現，國小普通班教師有46.15%認為奧數是變態的加速學習；而39.53%則對奧數能否立即有助學生數學學習持保留態度、30.23%不認為奧數立即有助學

生數學學習。然而，較為弔詭的是，雖然只有25.58%認為奧數立即有助於學生數學學習成就，但認為奧數對學生數學能力強化的選項卻至少都有30.23%以上認為奧數是有助

於學生解題、推理能力、興趣及成就的增進。顯示教師在填答時或許受到學生當下數學表現而影響其填答意向，但對學生學習長久而言，普通班教師仍有近三成教師肯定奧數有增進學生能力的價值。

筆者進一步分析填答教師背景後發現，認為奧數是變態加速學習的教師中有 80% 並沒有接觸過奧數課程；而認為奧數對學生數學學習無幫助的老師中亦有 76.92% 並沒有接觸過奧數課程或班上沒有上過奧數課的學生。另外，擔任過資優班學生導師的教師（19 人）中，則有 73.68% 肯定奧數課程對學生的正向支持，並且有 57.89% 認為奧數對學生的學習興趣有明顯提升、78.94% 認為對修課學生的邏輯能力改變有成效；此相對於普通班教師在學習興趣的 34.88%、邏輯推理的 48.83% 皆有顯著的差距。由此，我們或可推斷，班上有無奧數修課學生對於普通班教師對於奧數的印象與價值判斷有明顯的影響。

而在奧數修課學生進行學習前、後的奧數學習意向調查後，結果發現學生對「奧數課程的接受度」由修課前的 56.14% 上升至修課後的 78.94%；「奧數課程有助於數學學習」的向度則有高達 84.21% 認為在學習奧數課程後，對其數學概念與邏輯思維有正向幫助。

在家長層面則發現，在「孩子學完奧數課程後對數學興趣是否有影響」向度則發現，28.94% 家長認為無影響，52.63% 認為孩子算數學的興趣有增加；而在「奧數課程對孩子數學成就是否有影響」向度則發現，76.31% 的家長認為在學習奧數後孩子的數學成就有正向改善，此與學生認為奧數課程有助數學學習的看法相近（84.21%）。

而以上調查發現也呼應吳武典、陳昭地（1998）研究發現，亦即奧數學習對學生學習意向、動機與數學成就的改變似乎有正向的支持性存在。另外，王昭傑（2011）的奧數準實驗研究中也發現，奧數學習者認為奧數對於其數學能力有正向幫助（實驗組

93.33%、對照組 80%）。然而，即便教師、學生與家長對奧數具有正向意向的支持，但奧數課程於國小階段數學課程的定位為何？究竟只是無止境的加速？亦或是廣泛的充實？還是加速與充實並進的揉合？筆者於下以五年級數學單元一因數與倍數進行國小階段奧林匹亞數學教材分析，以其釐清奧數課程與普數課程的脈絡關係。

伍、國小階段奧林匹亞數學教材分析

筆者認為，奧數課程著重在跨概念的統整運用，也因此往往會造成奧數課程是「拿國、高中教材提前教」或「變態的加速課程」這樣的迷思。其實，仔細分析奧數課程的內容不難發現，奧數課程的重點就在於「跨概念整合的充實」與「單一概念的精進」。而其中，當然牽涉到所謂的「加速」與「充實」的概念。在此段，筆者以國小五年級課程一因數與倍數單元為例，進行奧數單元與普數單元概念的比對分析，以釐清對奧數課程的迷思。

一、國小階段奧數及普數教材一因數、倍數單元內容編配比率分析

筆者在這個部分進行國小階段奧數（小學奧數超級教程）、普數教材（南一版）於因數、倍數單元內容編配比率分析，以初步釐清兩類教材在相同年段、單元的教材編配差異性為何。筆者先統整現行五年級普數教材於因數、倍數單元之內容發現（南一版、康軒版）：普數內容僅限於整除概念的先備經驗、兩數因數、倍數、公因數、公倍數判斷，乃至於質數與合數的簡易判斷，並未涉及三數以上的因數、倍數等判斷。因普數內容編排相近，以下以南一版普數內容呈現，比較奧數教材內容整理如表 3。

表3 奧數、普數教材在因數、倍數單元內容編配比率分析

內容概念	五年級普數教材			五年級奧數教材		
	課本	練習	總計	課本	練習	總計
1.先備經驗-整除概念	4(4.49%)	-	4(4.49%)	-	-	-
2.因數判斷(數量判斷)	8(8.98%)	10(11.24%)	18(20.22%)	1(1.18%)	-	1(1.18%)
3.兩數公因數判斷	5(5.61%)	11(12.36%)	16(17.98%)	2(2.36%)	-	2(2.36%)
4.倍數判斷	8(8.98%)	21(23.60%)	29(32.58%)	1(1.18%)	-	1(1.18%)
5.兩數公倍數判斷	8(8.98%)	10(11.24%)	18(20.22%)	2(2.36%)	-	2(2.36%)
6.質數與合數判斷	2(2.25%)	2(2.25%)	4(4.49%)	3(3.53%)	2(2.36%)	5(5.88%)
7.三數以上公因數判斷	-	-	-	2(2.36%)	-	2(2.36%)
8.三數以上公倍數判斷	-	-	-	2(2.36%)	1(1.18%)	3(3.53%)
9.質因數分解($n > 100$)	-	-	-	5(5.88%)	2(2.36%)	7(8.24%)
10.因數個數判斷($n > 100$)	-	-	-	2(2.36%)	3(3.53%)	5(5.88%)
11.輾轉相除法($n > 100$)	-	-	-	3(3.53%)	4(4.71%)	7(8.24%)
12.因數總和計算	-	-	-	4(4.71%)	2(2.36%)	6(7.06%)
13. $a \times b = (a, b) \times [a, b]$	-	-	-	3(3.53%)	2(2.36%)	5(5.88%)
14.由和差逆推自然數	-	-	-	2(2.36%)	2(2.36%)	4(4.71%)
15.跨概念結合題	-	-	-	13(15.30%)	22(25.88%)	35(41.76%)
(1)完全平方數	-	-	-	2	1	3
(2)排列組合	-	-	-	2	3	5
(3)盈虧問題	-	-	-	1	2	3
(4)奇偶問題	-	-	-	1	2	3
(5)植樹問題	-	-	-	1	1	2
(6)行程問題	-	-	-	2	4	6
(7)年齡問題	-	-	-	1	2	3
(8)鋪地磚問題	-	-	-	1	3	4
(9)周期問題	-	-	-	2	4	6
	35(39.33%)	54(60.67%)	89(100%)	45(52.94%)	40(47.06%)	85(100%)

由表3可發現，國小階段五年級普數(89題)與奧數(85題)內容份量並無明顯差異，然而在內容編配上的差異甚鉅。以五年級普數而言，強調在基礎概念的建立，除4題先備概念的引導題及質數、合數概念判斷(4.49%)外，於因數判斷、兩數公因數判斷的題數編排幾乎都在20%左右平均分配。比較特別的是，倍數判斷題型有明顯多於因數題型的趨勢，研判因為倍數題型對於因數概念有複習的效果與作用，故普通數學在倍數判

斷概念上花較多的篇幅(32.58%)討論。此外，普通數學練習題編配(60.67%)亦明顯高於課本例題(39.33%)的比例，顯示普通數學重點在基礎的紮實與不斷的練習以鞏固所學。而進一步分析題目內容亦可發現，練習題的安排僅在於布題情境的改變，題目型態並不會改變以達到練習與概念穩定的效果(如：【例4】一盒彈珠20幾顆，每3顆裝成一包可以裝完，每4顆裝成一包，也可以裝完，這盒彈珠多少顆？【練習4】一包花片

有30幾個，5個一堆、7個一堆都可以剛好分完，這包花片有幾個？)。

相對於五年級普數「因數、倍數單元」題型聚焦在六個子題，奧數教材則擴充到十五個子題中。關於普數的六子題只佔11.76%，而「跨概念結合題」佔了所有題數的41.76%，顯示出奧數教材假定奧數學習者在基礎概念上皆有一定能力而只需少部分練習，另一方面也展現出對跨概念連結的高度重視，並不斷在跨概念的整合問題中進行

基本單元的概念釐清。另外，與普數不同的是例題與練習題的編配比例：奧數教材則呈現幾乎相同的編配狀況(52.94%、47.06%)，而各子題亦對應幾乎等量的練習題，顯示奧數教材對於概念的穩固與練習相當重視，且著重在跨概念的練習與題型安排。

最後，在五年級奧數與普數教材相同單元的子題差異上，究竟為「加速」概念？或是「充實」概念？筆者以表4加以說明。

表4 五年級奧數教材—因數、倍數單元教材題型概念分析

內容概念	五年級奧數教材			加速或充實		
	課本	練習	總計	題型 出現年級	加速 概念	充實 概念
1.先備經驗—整除概念	-	-	-	-	-	-
2.因數判斷(數量判斷)	1(1.18%)	-	1(1.18%)	五	-	-
3.兩數公因數判斷	2(2.36%)	-	2(2.36%)	五	-	-
4.倍數判斷	1(1.18%)	-	1(1.18%)	五	-	-
5.兩數公倍數判斷	2(2.36%)	-	2(2.36%)	五	-	-
6.質數與合數判斷	3(3.53%)	2(2.36%)	5(5.88%)	五	-	v
				(100以上判斷)		
7.三數以上公因數判斷	2(2.36%)	-	2(2.36%)	六	v	-
8.三數以上公倍數判斷	2(2.36%)	1(1.18%)	3(3.53%)	六	v	-
9.質因數分解(n>100)	5(5.88%)	2(2.36%)	7(8.24%)	七	v	-
10.因數個數判斷(n>100)	2(2.36%)	3(3.53%)	5(5.88%)	七	v	-
11.輾轉相除法(n>100)	3(3.53%)	4(4.71%)	7(8.24%)	六、七	v	-
12.因數總和計算	4(4.71%)	2(2.36%)	6(7.06%)	十	v	v
				(不教公式)		
13. $a \times b = (a, b) \times [a, b]$	3(3.53%)	2(2.36%)	5(5.88%)	七	v	v
				(逆推運用)		
14.由和差逆推自然數	2(2.36%)	2(2.36%)	4(4.71%)	-	-	v
15.跨概念結合題	13(15.30%)	22(25.88%)	35(41.76%)	-	-	-
(1)完全平方數	2	1	3	七	v	v
(2)排列組合	2	3	5	六、九、十二	v	v
				(不教公式)		

(續下頁)

表4 五年級奧數教材—因數、倍數單元教材題型概念分析(續)

內容概念	五年級奧數教材			加速或充實		
	課本	練習	總計	題型 出現年級	加速 概念	充實 概念
(3)盈虧問題	1	2	3	-	-	v
(4)奇偶問題	1	2	3	四	-	v
(5)植樹問題	1	1	2	四	-	v
(6)行程問題	2	4	6	六	-	v
(7)年齡問題	1	2	3	四	-	v
(8)鋪地磚問題	1	3	4	六	v	-
(9)周期問題	2	4	6	六、七	v	v
概念總計	45 (52.94%)	40 (47.06%)	85 (100%)		11 (47.82%)	12 (52.18%)

二、國小階段奧數教材—因數、倍數單元教材題型概念分析

由表4可發現，在國小階段奧數教材的因數、倍數單元的23個子單元中，含有「加速」概念的子單元有47.82%，而「充實」概念的子單元則有52.18%，顯示奧數教材在因數、倍數單元的內容編配上採「加速」、「充實」並重的方式。「加速」概念中有7個子單元(63.63%)加速一個年級至國小六年級階段概念、6個子單元(54.54%)加速兩個年級至國中一年級階段概念、而加速到九年級(國三)、十年級(高一)、十二年級(高三)之概念分別都佔有9.09%的比率，整理如表5。

需注意的是，加速至「國中階段」的相關概念，只在概念運用但並沒有對概念內容

加以陳述或解說。而加速至「高中階段」的概念則主要著眼在原理的推導，並不強調公式的使用。而在此「充實」意義的分類在於，1.該相關單元之「普數單元」無此類題型之題目，而屬跨概念連結者稱之及2.在此「數與量」單元，運用到「代數」、「幾何」、「機率統計」與「連結」概念者。(例如：【子題13】：兩個自然數的和是54，他們的最小公倍數和最大公因數的差是114，求這兩個自然數是多少？及【子題15(2)】：從1,2,3,4,……,29,30，這30個自然數中，最多可以取出多少個數，使其取出的這些數中，任意兩個不同數的和都不是7的倍數？)。

表5 奧數教材加速、充實概念分析

加速概念內容分析		充實概念內容分析	
+1 (六年級)	63.63%(7/11)	1.100 以上合數、質數判斷	
+2 (七年級，國一)	54.54%(6/11)	2.因數總和計算方式推導	
+3 (八年級，國二)	0.00%(0/11)	3.公因數、公倍數交互關係	
+4 (九年級，國三)	9.09%(1/11)	4.和差逆推自然數	
+5 (高一)	9.09%(1/11)	5.跨概念結合題(表4-(1)-(9))	
+6 (高二)	0.00%(0/11)		
+7 (高三)	9.09%(1/11)		

由表4之整理發現，就五年級奧數課程-因數與倍數單元，與五年級普數課程之相關單元教材內容作比較，奧數課程內容有以下幾大特點：1.加速與充實概念並重、2.全面式的點狀了解，進行線與面的建構、3.著重跨概念的核心釐清與整合。

陸、結論

本研究旨在針對奧數、普數教材於「因數、倍數單元」的教材內容分析。於分析奧數的區分性概念與加速、充實概念後，先進行教師、學生及家長對於奧數學習意向與價值的初探，而後進行奧數、普數教材的內容比對。根據本研究教材分析結果發現如下：

一、加速與充實並重、廣泛跨概念連結

根據本研究發現，五年及奧數教材在因數與倍數單元中，含有「加速」概念的子單元有47.82%，而「充實」概念的子單元則有52.18%，顯示奧數教材在因數、倍數單元的內容編配上採「加速」、「充實」並重的方式。且在內容單元多強調跨概念連結的題目類型，或單一概念的加深充實，較少概念性檢核或簡易程序性問題。

二、著重規則的推導與概念整合，非提前公式學習

筆者分析奧數教材題型分布及其內容後發現，奧數課程與內容安排注重在規則的推導與概念的整合，並非公式的提前學習。然而國小階段奧數於臺灣尚無官方舉辦之競賽活動或課程，在非官方團體主導活動的情況下，難免因為錯誤的教法或媒體的誤導，而造成惡性的排名競爭與變態式的教學。綜觀坊間許多以資優數學掛帥的補習班，多是利用「提前學習公式」的方式進行奧數教學，以短時間提高該補習班學生的競賽成績以對家長有所交代，而形成「變態加速」的迷思。

筆者深耕奧數教學十餘載，深感奧數若能在體質上回歸奧數跨概念重整的基礎概

念；在制度上，由官方單位進行優質競賽概念的導正；在教材上，去除充斥坊間良莠不齊一大抄的問題教材，並擬定奧數能力指標；在教法上，以邏輯推理的引導模式建構概念，不以提前運用的公式填鴨教學；相信奧數不會僅是非官方數理資優生的代名詞，而會形成另一股有如數獨般的動動腦風潮。

參考文獻

- 毛連塢 (1995): 資優教育—課程與教學。臺北: 五南。
- 王昭傑 (2011): 靜像式情境數學模組(SIMSP)在國小資優班的施行成效研究—以奧林匹亞數學三國誌為例。國立臺灣師範大學特殊教育學系碩士論文, 未出版, 臺北。
- 朱華偉 (2011): 小學奧數超級教程—小學五年級。臺北: 九章。
- 吳武典、陳昭地 (1998): 我國參與國際數學奧林匹亞競賽學生的追蹤研究-環境影響之探討。特殊教育研究學刊, 16, 347-366。
- 吳惠娟 (2005): 龍林教師暢談腦力、專注力與奧數—該校夏令營將加強「學習成功六力」。2010年11月21日, 取自 <http://www.epochtimes.com/b5/5/3/11/n845335.htm>
- 郭靜姿 (2004): 談資賦優異學生的鑑定與輔導。2004年4月21日竹師演講稿。2010年11月23日取自: <http://www.nhcue.edu.tw/~spec/4/93/930421.pdf>
- Conard, K. S. (1992). *Lowering Presevice Teachers Mathematics Anxuetv Through Experience-base Mathematics Methods Course*. EDRS.
- Gallagher, J. J., & Gallagher, S. A. (1994). *Teaching the Gifted Children* (4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Haskell, R. E. (2001). *Transfer of learning : Cognition, Instruction, and Reasoning*. San Diego, CA: Academic.
- Steffe, L. P., & Olive, J. (1991). The problem of fractions in the elementary school. *Arithmetic Teacher*, 38, 22-24.
- VanTassel-Baska, J. (1994). *Comprehensive curriculum for gifted learners* (2rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- VanTassel-Baska, J. (2006). *Comprehensive curriculum for gifted learners* (3rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Von Glasersfeld, E. (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Netherlands: Kluwer Academic.

來稿日期: 2012.03.13

接受日期: 2012.04.27