

樣式規律的試探性教學：以建構碎形為例

邱琬琚

嘉義市民生國中

本文摘要

本篇是針對近年漸受重視的樣式規律 (pattern) 的數學概念所設計的教學活動。由於碎形 (fractal) 在結構上具有某些特定的韻律與規則，因此，筆者選擇以碎形中的科赫曲線 (Koch Curve) 與謝賓斯基墊片 (Sierpinski Gasket) 為題材，配合 GSP 電腦動態幾何軟體的具體操作與呈現，發展出三階段關於碎形樣式規律的試探性教學活動。本教學活動於寒、暑假期間校內舉辦的科學營或數學營中實施，對象是國中八、九年級學生，期望讓孩子們在沒有課業的壓力下，提升學習數學的興趣。筆者選擇五位九年級的學生進行這項教學活動的預視，根據其學習表現，可發現：提高學習興趣，學生熱烈討論；培養數學能力，學生增進歸納思維；以及，培養數學經驗，學生增強等比概念。

關鍵詞：GSP 動態幾何、碎形、樣式規律

壹、引言

碎形幾何 (Fractal Geometry) 是近幾年新興的一門數學分支，是一個關於數學外型的研究，展現在從未結束的自我相似性 (self-similarity) 中，觀察大自然的現象、形狀與韻律，諸如葉子、樹的分支、波浪的形狀、山形的邊緣，都有著自我相似的形式。自我相似性是碎形理論中的重要特性，它的特徵是若將圖形的細節不論是放大或縮小，其細節部分的形狀與原本的整體圖形存在著某種意義的相似 (林琦焜, 2001)；且具有精細的結構，即在任意小的比例尺內包含整體圖形 (張遠南, 1998)。

由於碎形在結構上具有某些特定的韻律與規則，而舉凡通性、花樣、式樣、圖樣、特色、模式、韻律、結構…等，都是樣式規律 (pattern) 的型態之一 (曹

通訊作者：

邱琬琚 doki520@cyccatv.net.tw 39

亮吉, 2003)。因此, 筆者選定以數學家按一定規則創造出的定率碎形 (deterministic fractal), 如科赫曲線 (Koch Curve) 與謝賓斯基墊片 (Sierpinski Gasket), 運用 Key Curriculum 公司所發展出來的 The Geometer Sketchpad 4.0 (動態幾何軟體, 簡稱 GSP) 輔助學生學習。由於 GSP 能有效地把數和形的潛在關係及其變化動態地顯示出來, 隨時觀察到各種情況下的數量關係及其變化, 因此, 本活動設計的精髓在藉由 GSP 的視窗環境, 讓學生從定率碎形的製作方式與生成情形中, 探索幾何圖形的樣式規律, 希望讓學生能夠由實務操作中, 掌握數、量、形的概念與關係, 進而抽象化, 將圖像與符號作有意義的連結。

對於熟悉舊教材或習慣傳統教學的教師而言, 黑板上的平面操作對教師的教學與學生的學習著實都是一大負擔, 加上時間與進度的壓力, 教師與學生們變得難以發現課程內容引人入勝之處。因此, 激起筆者對樣式規律相關活動設計的興趣, 為免流於如課本內容形式上的枯燥乏味, 期望與數學幾何世界中的奇觀結合, 並在電腦軟體的輔助下, 利用電腦提供情境, 幫助學生了解碎形的規律性。

本教學活動於寒、暑假期間校內舉辦的科學營或數學營中實施, 對象是國中八、九年級學生, 期望讓孩子們在沒有課業的壓力下, 提升學習數學的興趣, 而教師也能因沒有教學進度壓力, 在活動中盡情融入個人的教學創意。

貳、教學理念

基於以上的理由與動機, 整個教學活動共分成三階段來進行, 第一階段準備活動「認識碎形」、第二階段發展活動「深入碎形的樣式規律—GSP」、第三階段評量活動「Fractal Mission Possible!」。以下分別陳述此三階段的設計理念, 詳細活動內容見附錄。

一、第一階段：認識碎形

此階段為探索幾何圖形變化間的樣式規律拉開序幕, 目的在向學生簡單介紹碎形的由來、意義與形成, 並展示一些介紹碎形的網站, 讓學生更能認識與熟悉碎形隱含的規律, 並藉此激發其學習數學的興趣。在欣賞完多樣化的碎形之後,

向學生介紹科赫曲線 (Koch Curve) 與謝賓斯基墊片 (Sierpinski Gasket)。先淺談其生成情形，並在引導學生臆測其中隱含的規律性後，進入第二階段。

二、第二階段：深入碎形的樣式規律—GSP

本階段的主要目的是，讓學生在接觸科赫曲線與謝賓斯基墊片後，能透過 GSP 工具的操作，將其內在運思實際呈現出來，並透過觀察、討論，深入了解碎形的樣式規律，找出其圖形生成的某些通則，並活用之。

首先，讓學生以 2~3 人自由分組，熟悉會使用到的一些功能，如點、線段、中點、著色、隱藏、等分線段、旋轉、和迭代；之後，在有了前一階段對碎形的粗淺認識後，在沒有教師的引導之下，可讓學生先用紙筆模擬前階段中二個碎形例子的生成情形。這能使學生在熟悉 GSP 的功能之後，更有效地在電腦上活用與呈現。由於這二種碎形的生成情形，皆隱含迭代或遞迴的觀念，因此在探討其樣式規律時，會自然形成一個非常有趣的課題。因此，本階段的第一部分是，先讓學生在個人實際操演後，請學生簡單紀錄下他的繪製過程與發現，當個解說員，解說即將深入碎形的 GSP 的一些重要功能鍵及其運用，使其在繪製與紀錄的過程中，加深對碎形樣式規律的思考。第二部分則是，希望學生在前一部分所觀察碎形的生成與變化中，運用所學，達到內化的過程，並在繪圖與操作中，更加了解線段長與比例及圖形變化中的樣式規律。

由於，此活動的施行對象設定在八、九年級的學生，考慮其目前的認知發展階段，對於尋找科赫曲線與謝賓斯基墊片的樣式規律仍顯過難，因此，除了讓學生彼此討論個人發現與臆測外，筆者也配合 GSP 軟體的運用，製作出當學生討論或思慮出現瓶頸時，可在筆者給予引導的程式中（如圖 1 與圖 2）。讓學生自己利用“+”與“-”鍵，觀察圖形每一次的生成過程，包括科赫曲線的線段數、總線段長與謝賓斯基墊片未被挖空的三角形數與總面積的變化。透過這樣一種間接引導的方式，期望學生不僅可藉由具體操作呈現其內在運思，也能透過軟體的輔助，彼此腦力激盪；由操作中類推思考與延伸意象，獲得啟發；探求圖形變化間的樣式規律，經歷臆測、質疑再辨正的過程。

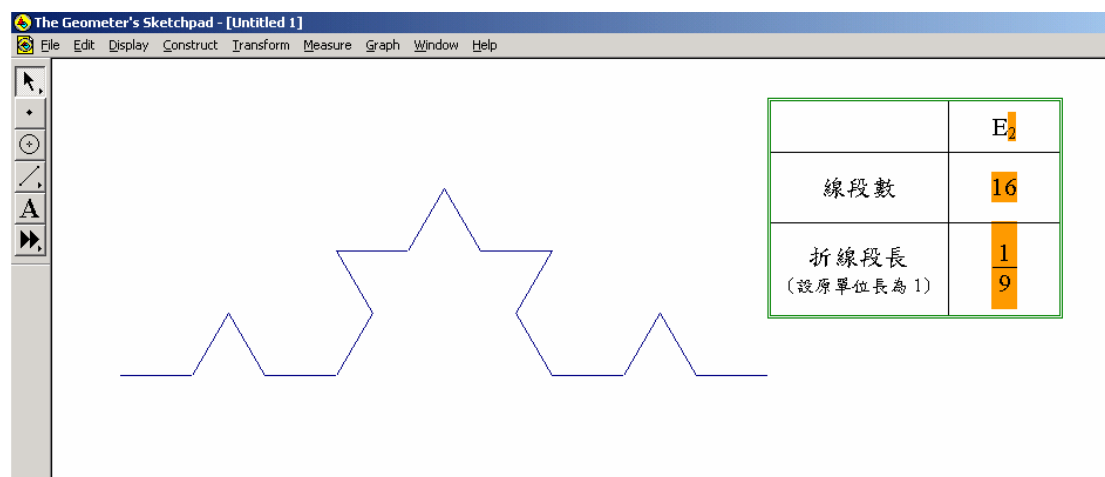


圖 1 科赫曲線生成後的線段數與折線段長計算的 GSP 畫面

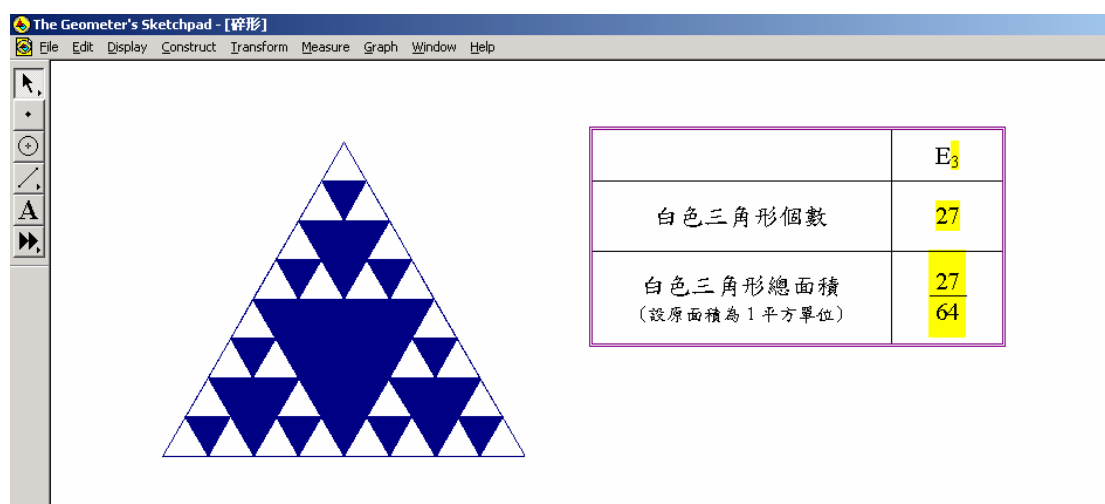


圖 2 謝賓斯基墊片生成後的三角形數與總面積計算的 GSP 畫面

三、第三階段：Fractal Mission Possible !

最後階段是集前二階段之大成，對學生作一個綜合評量，除了著重趣味性之外，也希望讓學生能發揮小組創意與數學知識。本階段的兩大任務是：第一，讓小組發揮所學，應用前二階段的數學知識，說明筆者所給碎形的製作方式，並紀錄下來；第二，請各組學生根據小組討論的想法與創意，製作一個不同於老師給予且其生成具有規律性的碎形，並附予問題情境，而後小組間交換所得，並評量其碎形的設計是否具有樣式規律。

參、教學實踐與分享

為初步試驗以上三階段教學活動的可行性，筆者立意取樣了五位自願但尚未接觸數列與級數課程的國三學生（以下簡稱姿、瑩、南、儂、益），於課後時間進行這項教學活動。其中姿、瑩是女生，南、儂、益是男生，希望透過這五位學生的實際反應，與讀者分享此試探性教學活動的初步結果與心得。

於活動實施期間，筆者盡量讓學生們利用自己的原型知識處理碎形隱藏的樣式規律，儘量不干涉學生之間的互相討論和修正彼此的想法。因此，在學生找尋樣式規律的過程中，GSP 軟體扮演一個非常重要的角色。它除了引發學生的學習動機與學習興趣之外，學生更可透過它的操作，走出思路的陷阱，使原本停滯難以行進的討論延續下去。根據這五位學生的表現，筆者有以下三點觀察心得與讀者分享。

一、提高學習興趣，學生熱烈討論

一直以來，學生總是認為他們學數學只是為了應付接踵而來的考試與即將到來的學測，很少有機會去體會數學的另一番面貌，因此，在第一、二階段活動進行時，學生們個個嘆為觀止，也有人言道：「哇～不知道還有這種數學世界。(姿)」所以，在三個階段活動進行的過程當中，學生們也就顯得興緻特別高昂。例如，在討論金華玉樹生長情形的樣式規律時，有三位學生表示：

益：「如果這樹會生錢，哈哈！一天生 2 張一千塊，那我就變有錢人了！」

南：「聽你在胡扯！趕快討論啦！」

儂：「第一天長 1 枝，第二天長 2 枝，第三天長出 4 枝，再來 8 枝，哼哼！」

跟前面討論的差不多嘛！第六天會長出 $2^5 = 32$ 枝。」

益：「那如果我問你第 n 天長出多少呢？」

儂和南搶著回答：「我知道！ 2^{n-1} 。」

益：「所以我說如果長錢，10 天後我就有 50 萬了！」

南：「錯！是第 10 天長出 512 張一千塊，所以那天你 $1+2+4+8+16+32+64+128+256+512=1023$ 張一千，有 100 萬了，笨！」

益：「對厚！哈哈！」

在這樣的對話中，每一個人對於新問題的出現總是躍躍欲試，討論氣氛非常熱烈，在分享彼此想法的過程中，不但凝聚個人零碎的概念，也修正、補強彼此思慮的不周延處。由此可見，同學間彼此討論的功能有時遠大於教師的直接教學，因為，學生能透過彼此溝通，以口語互相傳遞個人的數學思維，並從對方的訊息中反思自己的思維。

一、 培養數學能力，學生增進歸納思維

由於活動二、三階段是想讓學生在不熟悉解答方式時，利用自己的原型知識處理問題，懂得自己尋求解題的途徑。因此，鼓勵學生運用直覺與過去的數學學習經驗去觀察、臆測，進而利用歸納的思維，局部推理出碎形隱藏的樣式規律。例如，在討論科赫曲線 E_n 的折線段數時，三位學生之間發展出以下的對話：

儂：「簡單嘛！這用數的就知道了啊！」

南：「你白目啊？！那 E_n 怎麼數？」

儂：「對厚……也就是說，得像老師說的找規則，是吧？」

益：「找規則的話， E_0 的折線段 1 條， E_1 的折線段變為 4 條，可以看成是 1×4 ，那 E_2 的折線段就變為 $16 = 4 \times 4$ 條， E_3 的變 $64 = 16 \times 4$ 條， E_4 的變 $256 = 64 \times 4$ 條，所以 E_5 就是 $256 \times 4 = 1024$ 條。再往下算， E_6 就 $1024 \times 4 = 4096$ ，但是沒辦法找到 E_n 啊！」(邊看著 GSP 畫面即如圖 2-1 邊說道)

儂：「是不是 E_1 時有 2^2 條， E_2 時有 2^4 條， E_3 時有 2^6 條， E_4 時有 2^8 條？啊， 2 就是 2×1 ， 4 就是 2×2 ， 8 就是 2×4 ，所以最後應該有 $2 \times n$ 。」

南：「厚，不是啦！你漏講了啦！應該是 $2^{2 \times n}$ 條！」

在以上的對話中，不難看出一開始儂直覺認為在看得到圖形之下，求數目用數的就可以解決問題，而在與其他同學的討論中，才發現必須將具體轉為抽象。因此，他們一邊觀察電腦畫面中，圖形每一次的生成後科赫曲線的線段數的變化，一邊透過過去的數學學習經驗臆測可能隱含的規律，最後，將所得結果類推至 E_n 圖形，並歸納出其最後結果。另外，在討論謝賓斯基墊片 E_n 未被挖空的三角形數的部分，有兩位學生表示：

儂：「嘿嘿！這一次我不會再回答錯了！跟前面的差不多，只是圖形不太

一樣而已，但道理一樣嘛！ $3=3^1$ ， $9=3^2$ ， $27=3^3$ ， $81=3^4$ ，所以到
 E_n 時候，結果應該是 3^n 。這一題比較簡單！」

瑩：「別太臭屁哦！我們也已經有結果了。被你搶先而已。」

從上述的對話中可看出，之前的科赫曲線討論過程與結果已成為他們的前置經驗，所以，在解類似的問題時，已能快速歸納結果。

由此可見，學生從解題中已漸漸形成他們個人的解題策略，不僅可以詳細說明個人的解題內容，也能充份理解問題的真實數學意義，組織其個人的思考策略。

二、 培養數學經驗，學生增強等比概念

部分學生似乎已能透過具體觀察及探索，發現圖形變化間隱含的樣式規律，並且察覺其內在的數學概念一等比。例如，在討論科赫曲線 E_n 的折線段數時，師生之間發展出以下一段對話：

姿：「可以寫 $4 \times E_{n-1}$ 嗎？」

師：「你為什麼會問不可這樣寫？你覺得可以的理由是什麼？」

姿：「因為下一個圖形的數目都是前一個圖形的4倍，每一個都跟前一個有關，所以……。」

師：「很好，但 E_{n-1} 本身代表的意義是生成圖形，其實你應該用別的符號代表，不過沒關係，你可以繼續往下做哦！這在數學上其實是一種遞迴的關係，你不妨試著找找 E_n 和 E_0 的關係，會有重大發現哦！」

由姿的回應，可看出她在找尋樣式規律時，已察覺出數量間的比例關係，且進一步用符號表徵出結果。而從其第三階段碎形設計的訪談與設計草圖(圖3-1)中，更可看出她和瑩在概念的建構上雖不夠完備，但已能作為檢驗的工具，將其應用與推廣。師生三人的對話片段如下：

師：「你們準備怎麼著手？」

瑩(半推半就下)：「想從那個斯基什麼片的做做看。」

師：「謝賓斯基墊片！不過這和你們的設計有什麼關係？」

瑩：「嗯～那個什麼墊片的不用利用正三角形的三邊中點連線嗎？所以我們就想說如果改用正方形應該也會有規律才對，然後就這樣啦！」

姿：「老師，我們現在正在驗算。不過應該對吧？」

師：「那你們就試試看吧！」

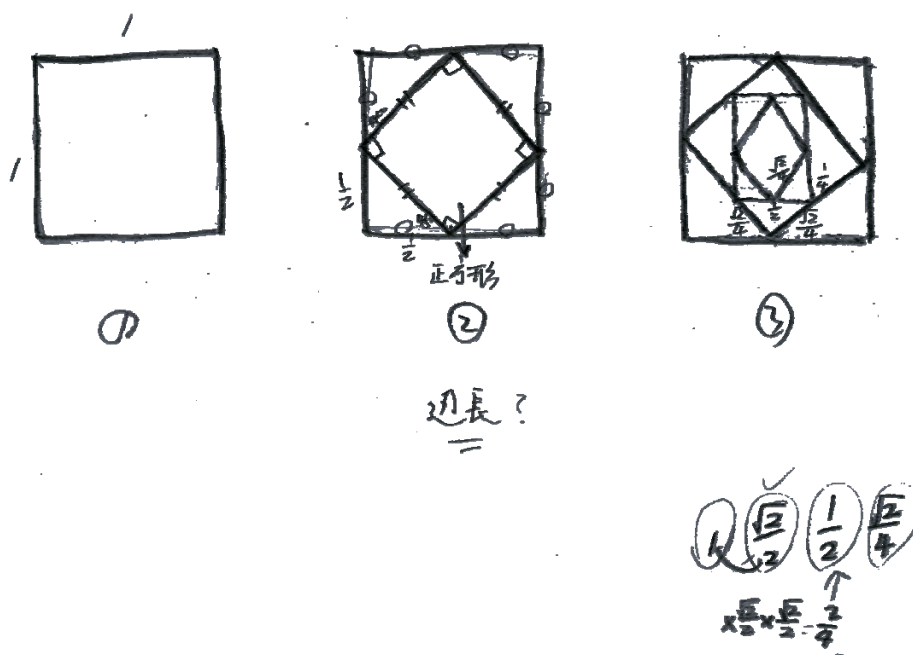


圖 3-1 姿與瑩碎形設計草稿

再由姿與瑩兩人所繪的草稿圖（圖 3-1）中可看出，她們是先運用邊與角度驗證所得的四邊形是一個正方形之後，開始思考：每一次生成後所得的正方形邊長是否具有樣式規律？由圖 3-1 的右下角處，更可清楚看出她們運用等比概念的檢測過程。

由此可見，學生在這樣的教學活動過程中，似乎可以發展出豐富的創造性思考，也能類推及運用建構碎形的概念，進而提升自己的數學經驗與能力。

肆、教學省思

長久以來，要將國中的數學課程完全與生活結合，是一件非常困難的事，因為，課程內容多偏向於抽象概念與邏輯，對大多數的數學教師而言，這一直是一個令人非常困擾的數學教學問題。再者，教師因為授課時數與課程進度的限制，在以升學為主的考試壓力下，常常過度重視理論與解題技巧的講述。為了試探能否擺脫這樣的困境，個人於是在寒假或暑假時辦理的科學營或數學營中，初步嘗試如何實施本教學活動，就是希望，學生能在活動時間充足、設備齊全之下，重拾學習數學的樂趣、重新體驗一次數學知識的豐富。

由於參與本活動的學生只有五位，所以，在學生遭逢困境或思路瓶頸時，筆者比較能適時予以引導、協助，致所見到的學習結果多是正向的回饋，但是，卻可能因此而疏漏許多教學的細節。企盼其他教師在參考或運用此教學活動時，要視學生的個別情況，增減或調整活動的內容。對於活動進行時學生的數學概念建構，筆者有幾點建議：

1. 除了等比概念的建構外，教師可視當時狀況，將部分國中階段未能深入的概念納入教學之中。例如，談到科赫曲線的折線段數部分，學生找出生成 E_n 的折線段數是 2^{2^n} 條時，可以拉回最開始 E_0 時的 1 條情形，而後慢慢引入零次方的概念。
2. GSP 是幫助學生作圖像與抽象連結的一項媒介，教師亦可視狀況考量，是否將 GSP 的功能納入教學內容，或可以選擇其他更有幫助的工具。
3. 由於學生在解題時，易陷入只由結果找規律的迷思之中，因此，教師需多加了解、試探學生的解題歷程與數學思維內容，必要時協助其理解問題的內在數學意義。

伍、參考文獻

- 林琦焜 (2001): 碎形專題—從 Cantor 集到碎形。 **數學傳播**, 25 (1), 頁 3 - 14。
- 曹亮吉 (2003): **阿草的數學聖杯**。台北：天下遠見。
- 張遠南 (1998): **數學古今奇觀**。台北：銀禾文化事業有限公司。
- Mandelbrot, B. B.(1967). How long is the coast of Britian ? Statistical self-similarity and fractal dimension. *Science*, 156, 636-638.
- Mandelbrot, B. B. (1982) . *The fractal geometry of nature*. San Francisco: Freeman.

附錄

第一階段 準備活動：認識碎形

教學時間：45 分鐘

教學目標：

1. 透過一些碎形的網站，讓學生能踏入碎形的世界，引發動機，激起學習興趣。
2. 透過科赫曲線與謝賓斯基墊片的介紹，讓學生能發現碎形隱含的規律性。

活動步驟：

1. 簡單介紹碎形的由來、意義與形成。
2. 展示一些介紹碎形的網站。

碎	形	Fractal
http://alumni.nctu.edu.tw/~sinner/complex/fractals/		
Sprott's	Fractal	Gallery
http://sprott.physics.wisc.edu/fractals.htm		

3. 淺談科赫曲線與謝賓斯基墊片圖形的生成情形，引導學生臆測其中隱含的規律性。

教師參考資源：

許多自然現象，如雲的邊界、山形的邊緣、海岸的形狀、閃電的交叉、氣體的彌漫、液體的湍流、葉子的分支……等，雖然到處充滿著破裂、扭曲與雜亂，但仍有著規律（張遠南，1998）。

約四分之一世紀前，西元 1967 年，一位 IBM Thomas J. Watson 研究中心的研究員 Benoit Mandelbrot 開始研究上述的不規則，並用一個單詞「碎形」(fractal) 來表示這些圖形，它是由法文動詞 frangere (破壞) 的形容詞「fractus」來的，其意義即為破碎的、分裂的、不平坦的。之後針對英國海岸線長度的不確定，導出了碎形理論的重要概念 (Mandelbrot, 1982)。並提出一套新的幾何學，他稱之為碎形幾何學 (Fractal Geometry)。下圖 1.1 即為有名的碎形圖形 Mandelbrot Set，這個圖形有很細緻的結構，類似的形狀無窮的重複出現，而且不管你如何把圖形放大，你所看到的形狀，跟原圖形幾乎是一樣或類似（如圖 1.2 為

圖 1.1 的局部放大圖)，而這就是碎形的基本特性。

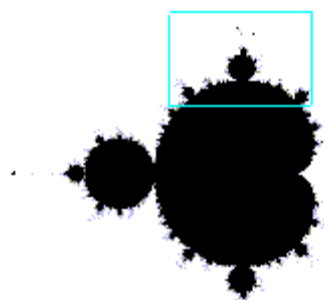


圖 1.1 Mandelbrot set



圖 1.2 圖 1.1 的局部放大圖

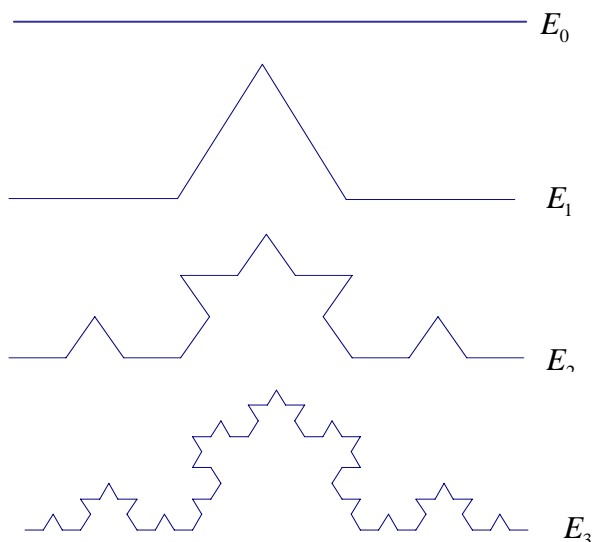
(資料來源：Mandelbrot , 1982)

以下為本活動運用之定率碎形，簡述如下：

◆Koch Curve (科赫曲線)

瑞典數學家科赫 (Helge von Koch , 1870 - 1924) 於 1904 年發現了科赫雪片 (Koch Snowflake)。科赫雪片是由一個正三角形的三邊不斷生成，為討論方便，我們只取其中一邊作為討論，而其生成結果稱為科赫曲線。

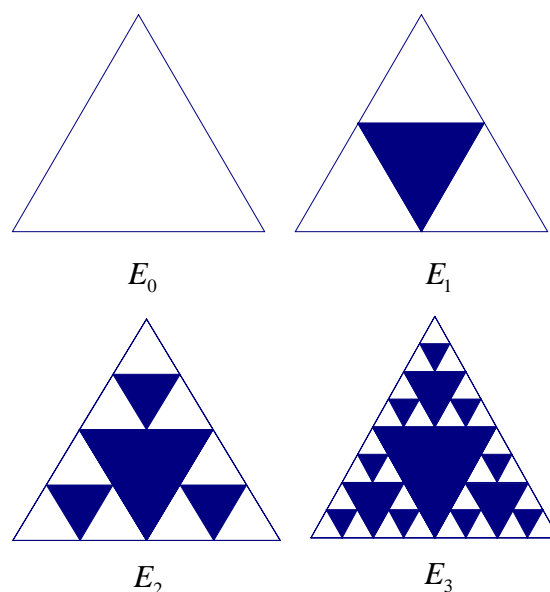
其生成的過程是這樣子的，設 E_0 是單位長線段；從 E_0 中去掉中間的 $\frac{1}{3}$ ，並用底邊在去掉的線段上的正三角形的另外二邊代替，由此得出四條線段組成圖形 E_1 ；而後再對 E_1 的每一條線段進行同樣的過程得 E_2 ；如此繼續，以至無窮，最後的極限曲線，便是科赫曲線。



◆Sierpinski Gasket (謝賓斯基墊片)

這個例子是波蘭數學家謝賓斯基 (Waclaw Sierpinski , 1882 - 1969) 於 1916 年提出，說明一個等腰三角形，取出中間的一相似部分，在多次重複後與科赫曲線是相同的道理。

其生成的過程是，設 E_0 是一正三角形，將三角形每一邊的中點連線，會分割成四個小正三角形，我們把中央的那塊倒立的正三角形拿掉，由此會剩下三個相同的正三角形組成圖形 E_1 ；接下來對 E_1 中剩下的每個三角形進行同樣的過程得 E_2 ；如此繼續，以至無窮，最後便形成謝賓斯基墊片。



第二階段 發展活動：深入碎形的樣式規律—GSP

教學時間：90 分鐘

教學目標：

1. 能利用動態幾何軟體 GSP 畫出科赫曲線與謝賓斯基墊片。
2. 透過 GSP 工具的操作，將其內在運思實際呈現出來，並透過觀察、討論，深入了解碎形的樣式規律，找出其圖形生成的某些通則。

活動步驟：

1. 讓學生以 2~3 人自由分組。
2. 讓學生先熟悉 GSP 軟體會使用到的一些功能，如點、線段、中點、著色、隱藏、等分線段、旋轉、和迭代。
3. 先讓學生用紙筆模擬前階段中二個碎形例子的生成情形，請學生簡單紀錄下他的繪製過程與發現，當個解說員，解說即將深入碎形的 GSP 的一些重要功能鍵及其運用。

問題導引：

- ① 當個解說員，解說即將深入碎形的 GSP 功能鍵及其運用。
- ② 紀錄下你繪製 Koch Curve (科赫曲線) 的過程。

繪製過程中，對於科赫曲線，你有什麼數學上的發現？

- ③ 紀錄下你繪製 Sierpinski Gasket (謝賓斯基墊片) 的過程。

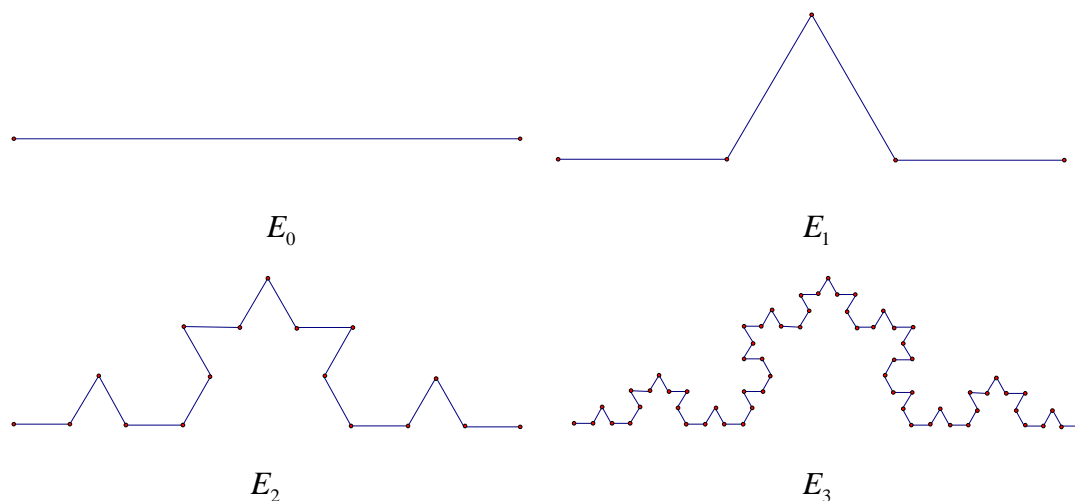
繪製過程中，對於謝賓斯基墊片，你有什麼數學上的發現？

4. 觀察碎形的生成與變化，在繪圖與操作中，更加了解線段長與比例及圖

形變化中的樣式規律，並運用所學，探求圖形變化間的樣式規律。

教師佈題：

◆科赫曲線 (Koch Curve)



若上列為科赫曲線的生成圖形，依照此規律生成，則

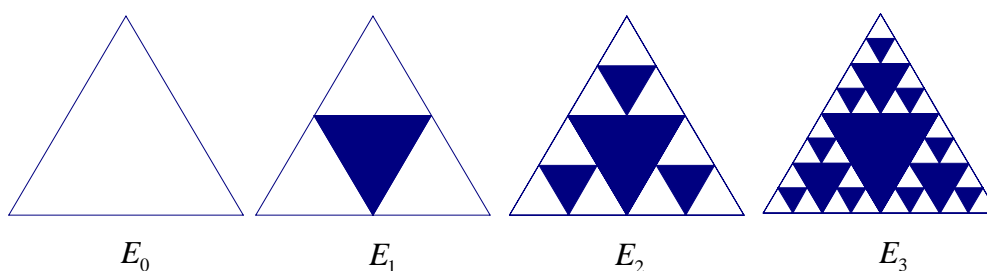
《1》折線段數的討論：生成 E_n 時，其圖上將有幾條折線段？試找出通式。

《2》折線段長的討論：設 E_0 是單位長為 1 單位的折線段

①生成 E_n 時，其圖上的每一條折線段長為多少？試找出通式。

②若一個生成圖形預備只用一條繩子圍出，則生成 E_n 時，繩長需多少單位？

◆謝賓斯基墊片 (Sierpinski Gasket)



若上列為謝賓斯基墊片的生成圖形，依照此規律生成，則

《1》三角形個數的討論：生成 E_n 時，其圖上剩下多少個未被挖空的三角形（即圖中的白色部分三角形）？請找出通式。

《2》三角形面積的討論：設 E_0 是面積為 1 平方單位的三角形，生成 E_n 時，其圖上剩下未被挖空的三角形（即圖中的白色部分三角形）的總面積為何？請找出通式。

5. 小組發表討論結果。
6. 小組間互相質疑與辨正結果，並得出結論。

第三階段 評量活動：*Fractal Mission Possible!*

教學時間：90 分鐘

教學目標：

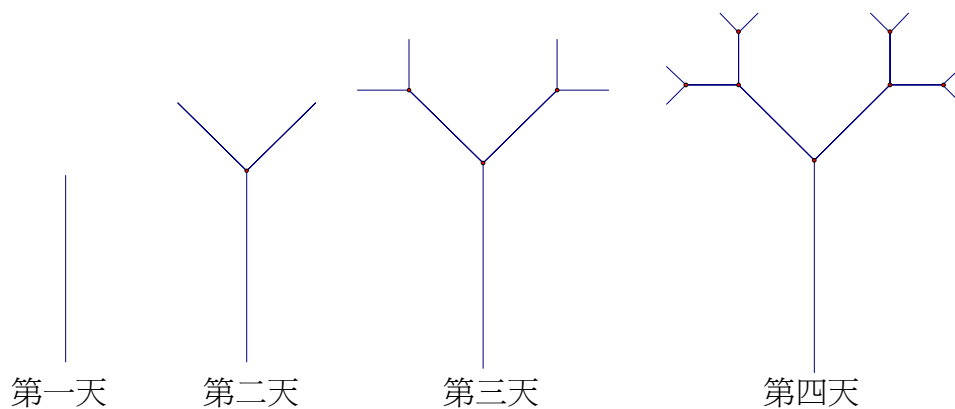
1. 學生能運用所學數學知識，觀察、臆測出給定碎形的生成與製作方式。
2. 學生能發揮小組創意製作新碎形，培養反省思考的能力，替小組創作的碎形附予問題情境。

活動步驟：

1. 讓各組學生討論並說明出所給定之碎形圖形的製作方式，並紀錄下來。

問題情境：

相傳東海龍王在他水底的龍宮種了一顆金華玉樹，在他播種後的第一天，非常奇妙地樹開始長高到 1 公尺，第二天在樹頂上長出 2 枝新枝，每一新枝為原長度的一半，而且夾成直角。



- ①如此生長下去，請預測一下，六天後，這棵樹會長成啥模樣？
 - ②你們認為這棵樹的生長情形有什麼樣式規律嗎？討論一下，並紀錄下結果哦！
2. 請各組學生根據小組討論的想法與創意，製作一個不同於老師給予且其生成具有規律性的碎形，並為它設計題目，以利別組同學探尋其樣式規律。

問題情境：

發揮你們的創造力與想像力，運用之前所學，自己設計一個碎形。

記住，你們的碎形必須是可以不斷生成，且具有某種樣式規律的哦！

討論出來後，先為你們設計的碎形命名，而後將你們碎形的生成情形畫下來，並針對你們的碎形擬幾個關於它生成前後樣式規律的問題。

3. 交換小組間的所得，並評量其碎形的設計是否具有樣式規律。

評量表

第 組 評量	碎形外型			碎形設計		小組 特色	總分
	切合 主題	美麗 迷人	具有 創意	具備樣 式規律	題目適 切性		
評分 (±5分)							
驗證區	驗證碎形是否能無限生成			1. 檢驗碎形生成是否隱含樣式規律？並說明之。 2. 觀察其出題方式是否適切？若是，計算其結果；若否，修正其題目，並計算出修正後該題的結果。		給分理由：	
教師評量							