

## 第二章 《測圓海鏡分類釋術》的歷史脈絡

### 第一節 時代背景

《測圓海鏡分類釋術》一書，是顧應祥在明朝嘉靖二十九年(1550年)所撰寫的，所以，我們要想深入本書之歷史意義，就必須對明朝當時的時代背景加以瞭解。

十四世紀中葉至十七世紀中葉，即明朝時期，是中國歷史發展進程的一個重要轉折。政治上，元亡明興，專制主義中央集權制度進一步強化了。明太祖朱元璋對元末政治撥亂反正，改革中央和地方官制，提高皇權，加強對基層社會的控制，成祖朱棣靖難，進而翦除藩王對皇權的威脅，草創內閣制度，為鞏固自己的權力中心和進取北方邊疆而遷都北京。通過這些大刀闊斧的措施，奠定了有明一代政治體制的基本格局。北元蒙古勢力退守漠北草原，雄據中西亞洲的，帖木兒帝國限於內亂紛爭，為明朝的由亂入治提供了有利的外部環境。

到了正統至正德年間，宦官專政，政治腐敗；經濟秩序混亂，財政拮据，韃靼、瓦剌興起，屢叩邊關，突入長城。明廷失去了安國定邊的強大實力，內外交困。嘉靖、萬曆年間，明朝政治衰象顯現，帝王腐化，首輔柄政與宦官專權交錯更疊，朝臣中朋黨樹立；賦役紊亂、財政匱乏，邊疆、海疆頻頻告急。除了歷史上常有的北方游牧民族南下的威脅外，還有東方的倭寇和西方的早期殖民主義的挑戰。

天啓、崇禎年間，明朝統治走向窮途末路。黨爭激烈，宦官魏忠賢專權，加劇了政治上的混亂局面。滿族貴族在東北建立「後金」(後改為「大清」)政權，並南下爭雄，荷蘭、西班牙等殖民者在中國東南沿海發展據點。為對付內憂外患，明朝統治者消耗了國力，進而向民間殘酷榨取。水、旱、蝗、兵等災猶如雪上加霜，南北農民紛紛揭竿而起。終於在農民戰爭的烈火中、在滿洲貴族的鐵騎下，明王朝覆滅。

在社會經濟方面，明初時，在元末大動亂中受到嚴重破壞的社會經濟全面恢復並有所發展，永樂年間的國力，在亞洲乃至世界，都堪稱首區一指。譬如：周

邊和外海六十餘國和明朝建立了朝貢關係；鄭和下西洋以先進的船隊和航海技術開闢亞非之間的海上交通網絡，都顯示明朝在世界上的影響力。到了嘉靖、萬曆年間，逐漸形成商業和手工業的經濟活動，使得商品經濟的繁榮達到一個高峰。但由於商品與貨幣價值觀念的改變，使得市鎮居民開始顯示力量，逐利拜金、奢侈浪費形成風氣。重利忘義，恃強凌弱，貧富貴賤起落不常，上下尊卑秩序顛倒，傳統社會的人倫道德觀念受到強烈的衝擊。<sup>1</sup>

商業也以超乎很多士紳所可能體會到的具體形式(比如說書籍)，湧入士紳文化習俗的圈子。在明代中葉，以資助和非牟利的基本原則來出版書籍仍然是很普遍的。一位本地名人之子可能支付知縣印刷書本所需要的費用，蓋以書籍的出版會為該縣帶來聲譽。儘管如此，正是商業的發展，不斷地促成書籍的出版，從而在為考試和消遣而閱讀的人們之間流通。正如一位生活在 15 世紀後半期的士紳所描述的那樣：「宣德、正統間，書籍印刷尚未廣。今所在書版，日增月益。」<sup>2</sup>而顧應祥之《測圓海鏡分類釋術》就是在如此的商業背景下出版的。

不過，學術思想上，伴隨著明初專制集權政治的，是專制的文教政策和思想控制。官方倡導尊經崇儒，奉程朱理學為正宗，以統一全國的思想；實行嚴格的八股取士科舉制度，建立完備的官學，推行森嚴的文字獄，以求天下的長治久安。

明中期王守仁(1472-1528)「心學」的崛起與廣泛的傳播<sup>3</sup>，把「心」作為本體，提高人的主體意識。強調「吾心」之「良知」是「自家的準則」，把常人與聖賢等同，不以聖賢經書和理學教條為是非善惡的標準，從而動搖了朱學的統治地位，衝破其思想禁錮和僵化局面，在思想界引起了不啻於一場革命的狂瀾。王學刺激了某些進步的思想家反對聖賢偶像、反對封建禮教束縛的「異端」思想的產生。可惜，至明後期，王學末流發展了王學的虛空而至於禪化，談玄說空之風盛行，形成了晚明學術界嚴重的空疏學風。

---

<sup>1</sup> 參考傅衣凌主編，《明史新編》，台北昭明出版社，民 88 年。

<sup>2</sup> 轉引自卜正民著，(方駿、王秀麗、羅天佑合譯)，《縱樂的困惑—明朝的商業與文化》，(台北聯經出版社，民 93 年)，頁 175。

<sup>3</sup> 王守仁(王陽明)，字伯安，浙江餘姚人。以其曾結廬於會稽山陽明洞側，學者遂尊稱陽明先生。

有鑑於此，以王廷相為代表的唯物主義思想家和學者，從理氣論、知行觀、性理論、義利觀等哲學、倫理範疇內對宋明理學(程朱理學和陸王心學)進行了批評。針對明後期的空疏學風、心學的禪化誤國，面對社會各類問題的空前激化和內憂外患，一批進步的知識份子倡導「實學」，以儒家的經世傳統為其主要淵源，力主改革弊政，提倡「有用之學」的實學思潮應運而生。<sup>4</sup>

在教育與考試制度分面，明朝建立之初，朱元璋通過科舉考試、薦舉賢才、學校培養等多種途徑，來解決選官取士的問題。洪武三年(西元 1370 年)曾下詔實行科舉考試，一連舉行三年，由於被選取的人才多是少年後生，缺乏實際經驗，朱元璋頗不滿意，所以，洪武六年(西元 1373 年)起暫停科舉。這時明朝十分注重薦舉取士和興辦學校，從中選拔優秀人才任用做官。不過，薦舉的情況也不比科舉好，薦舉多而且濫。經過比較後，洪武十五年(西元 1382 年)又決定恢復科舉取士，從洪五十七年(西元 1384 年)以後每隔三年舉行一次，以後科舉取士很快又被提高到主導地位，薦舉漸漸衰落，而學校也成為科舉的預備機構了。<sup>5</sup>

明代國子監有南京國子監、中都國子監和北京國子監。中央官學尚有宗學及武學，宗學是朱元璋注視對皇親國戚子弟的教育所設立的；武學為洪武二十年(1387 年)七月，禮部請立武學，開武學，直到正統六年，射京衛武學，七年，設南京武學。明代地方行政分省、府、州、縣四級，邊疆至邊、衛(所)二級，府以下各行政區域設立儒學，府設府學，州設州學，縣設縣學，衛設衛學。農村普設社學。此外，各邊遠地區的行政機構所在地亦設學，如都司儒學，行督司儒學，都轉運司儒學，宣慰司儒學，按撫司儒學，諸土司儒學等等。衛儒學，都司儒學主要招收武臣子弟。有時「無武學者，送衛學，或附近儒學。」<sup>6</sup>由此可知，地方儒學和地方武學有密切的聯繫。地方官學除上述外還設有醫學及陰陽學，皆創立於洪武十七年(1384 年)，設官而不給祿。地方設立的有：醫學，府設正科一人；

<sup>4</sup> 參考喬衛平等編纂，《中國文明史 明代卷》，台北：地球出版社，民 84。

<sup>5</sup> 參考郭齊家，《中國古代考試制度》(台北：台灣商務印書館，民 84)，頁 109-110。

<sup>6</sup> 《明會要》卷 25〈學校上〉。

州設典科一人；縣設訊科一人。陰陽學是研究天文的學校，府設正術一人；州設典術一人；縣設訊術一人。醫學和陰陽學的設置豐富了學校的類型，促進了醫學和天文學的發展。<sup>7</sup>

明初統治者推崇程朱理學，重視文化教育，初立洙泗、尼山兩書院，後因竭力興辦官學，書院便趨於沉寂。經過一百三十餘年的緩慢發展，到了成化、弘治年間，書院開始復甦，但真正的振興，是正德年間王守仁、湛若水心學思潮興起以後。嘉靖以後，書院勃興，成為明代後期學校教育體系中富有生命活力的一個有機組成部分。明代書院的發展與官學的盛衰、陸王心學的興起、政治的變化以及商品經濟的發展等有著密切的關係。

另外，明代民間還有個人或集體捐資興辦的義學，個人開辦的私塾等私學。義學、私塾等私學招收年齡較小的民間子弟，主要講授傳統的啓蒙教材，使其能讀書識字，適應一般的社會生活之需要。<sup>8</sup>

在數學教育上，雖明代官學課程內容包含「數」，是學習九章之法，但因在數學考試方面，《明太祖實錄》中記載：「洪武三年(1370年)八月，京師及各行省開鄉試。……，重試者後十日復以五事試之，曰：騎、射、書、算、律。」不過，後來頒布的科舉考試，算學則完全被排除在外。<sup>9</sup>以至宣德(1426年)之後，官學便不再開設算學課程。《明實錄·宣德四年》(1429年)記載國子監助教王先對此作法的批評：「近年生員，只記誦文字，以備科貢，其於字學、算學略不曉習。改入國監，歷事諸司，字畫粗拙，算術不通，何以居官蒞政？」結果仍是不開授算學。再者，正統十五年(1450年)監察御史朱裳以及正德(1520年)禮部員外郎鄭善夫上書論曆，都請設算學。可見，算學在明朝的學校教育以及科舉考試中

---

<sup>7</sup> 參考參考張建仁，《明代教育管理制度研究》(台北市：文津出版社，民 82)，頁 36-41。及郭齊家，《中國古代學校》(台北：台灣商務印書館，民 84)，頁 118。

<sup>8</sup> 參考參考張建仁，《明代教育管理制度研究》(台北市：文津出版社，民 82)，頁 42。

<sup>9</sup> 唐朝曾設立「明算科」，通過考試後交吏部錄用，這意味著通過數學考試也可以做官。但在宋代以後就不再出現了。直到 1877 年，清朝才又把算學列為科舉科目。參見李儼，〈唐宋元明數學教育史〉、〈清代數學教育制度〉，收錄《李儼、錢寶琮科學史全集》第八卷，頁 225、265。

是不受重視的。<sup>10</sup>

而數學史家對明代數學的評價，歷來大都不高。錢寶琮說：「中國古代傳統數學到明代幾乎失傳」，<sup>11</sup>李儼說「自明初至清初，約當公元 1367 年迄 1750 年，前後凡四百年。……是稱中算沈寂時期」，<sup>12</sup>李約瑟說：「在 1400 年間に 1500 年間，幾乎沒有一部值得注意的著作」。<sup>13</sup>而指標性的『天元術』之失傳，更顯示明代數學遠比宋、元落後。顧應祥在《測圓算術》的自序中所講的「但每條細草止以天元一互筭，而漫無下手之處」，更是明證。

根據梅榮照的研究指出，<sup>14</sup>明朝數學的逐漸倒退主要表現在：(1)數學著作的大量失傳；(2)宋元時期廣泛應用的「增乘開方法」，明代已無人知曉；(3)明代著名數學家吳敬、顧應祥和唐順之等對天元術根本就不理解。吳敬說「立天源一，舉手無能措。」，顧應祥《測圓海鏡分類釋術》亦稱：「每條下細草，雖徑立天元一，反復合之，而無下手之術」；(4)在唐宋時期已有廣泛應用的小數，在明代都用增加小數名稱的方法來處理；(5)高次方程組已不復存在，線性方程組也不像《九章算術》用「分離係數法」來表示，而是倒退用具體事物的名稱來表知未知數；(6)在明代的著作中大力宣傳河圖洛書是「數學之本原」的象數神秘主義和數學天才論。

而數學發展的必要條件可以歸納為四點：(1)生產給數學研究提供的物質條件；(2)從事數學研究的人員；(3)數學本身的基礎；(4)從事數學工作人員的哲學思想。<sup>15</sup>徐光啓在《刻同文算指序》(1641 年)中也指出：「算數之學特廢于近世數百年間爾。廢之緣有二，其一為名理之儒，士舉天下的實事；其一為妖妄之術，

<sup>10</sup> 楊瓊茹，《明代曆算學家周述學及其算學研究》，(台北：國立台灣師範大學數學系碩士班論文，2002 年)頁 14。

<sup>11</sup> 錢寶琮，《中國數學史》，收錄於杜石然、郭書春、劉鈍主編《李儼、錢寶琮科學史全集》第五卷（瀋陽：遼寧教育出版社，1998），頁 230。

<sup>12</sup> 李儼，《中國算學史》，收錄於杜石然、郭書春、劉鈍主編《李儼、錢寶琮科學史全集》第一卷（瀋陽：遼寧教育出版社，1998），頁 142。

<sup>13</sup> 李約瑟，《中國科學技術史》(Science and Civilisation in China) 第三卷，頁 117。

<sup>14</sup> 梅榮照，〈宋元數學的盛衰〉，《自然科學史研究》第 7 卷，第 3 期(1988 年)，頁 205-213。

<sup>15</sup> 同註 14。



謬論數有神理，能之來藏往，靡所不效。」他認為數學落後的原因有兩個，一個是知識界沒有人從事研究實際的學問，包括數學在內；另一個是即使有少數人從事數學工作，他們也是相信數字神秘主義的一套。

總之，明代數學是不能單純用傳統數學的缺點或侷限性所能解釋的，當有其更為深刻的社會根源：

(1)自古以來，中國數學和中國古代的天文曆法總是相輔相成的，關係至為密切。而自明代初年起，嚴禁民間研究學習曆法，顯然是怕假借天象而造反的農民起義。明代實施的《大統曆》，實際上就是元代《授時曆》的繼續。成化以後，不斷有人提出修改曆法的建議，結果均遭拒絕，有的還被判有罪。明人沈德符在《野獲編》卷二十中指出：「國初學天文有厲禁，習曆者遣戍，造曆者殊死」。直到十六世紀下半葉，才有人衝破不准研究天文曆法的禁令。嚴酷的禁令和長期拒絕修改曆法，導致明代天文學的衰退。從而構成了宋元數學在明代淪為衰退的重要因素。<sup>16</sup>

明以後商業、手工工業以及造船業都有所發展，除了有關的珠算得到發展外，其他就很少見到有所反映。隨著珠算術的發展，籌算和建立在籌算基礎上的天元術、四元術、高次方程和方程組的數值解法等宋元數學的諸多成就，便進一步被人們遺忘或衰廢了。

(2)魯迅說八股的科舉考試制度培養出「千篇一律的儒者們」；顧炎武甚至說：「八股之害甚于焚書，而敗壞人才，有甚于咸陽之郊所坑者但四百六十餘人也」，<sup>17</sup> 這說明了八股取士科舉制度所造成的嚴重後果，明代規定科舉考試內容為四書五經，其中未包含數學內容。且按照唐代制度，明算科的儒士比其他科的儒士低一等，而明朝亦未設明算科，水降船低，從事數學工作的人則不知該置於何種地位了！

<sup>16</sup> 杜石然，〈明代數學及其社會背景〉，《自然科學史研究》第8卷，第1期(1989年)，頁9-16。

<sup>17</sup> 轉引自孔國平，《李冶朱世杰與金元數學》收錄於王淪生、劉鈍所主編的《中國數學史大系》(石家莊：河北科學技術出版社，2000)，頁31。

(3)入明之後，最重要的學術工作，當推《永樂大典》的編輯，於永樂六年(西元 1408 年)完成，全書手抄本，無刊本。其所收算書以現今所蒐集之殘本中表示：明初時，古代的《十書》和宋元的各種算書，還不能說已經失傳。但《大典》的編撰本意是在於供皇帝御覽而不是廣為流傳。因此雖收入所多算書，但並不能說明這許多算書在明初都是一般人可以讀得到的。實際情況是，要想讀到許多算書似乎非常困難，如吳敬尋訪多年才獲得一部《九章算術》的手抄本。至於宋元算書，除楊輝所著各種實用算術書籍仍然流行於世之外，其餘的宋元諸大家的著作，則很少見有問津者。<sup>18</sup>

(4)明初把程朱理學定為一尊；明代中葉時，程朱理學趨向沒落，代之而起的是以王守仁為代表的「心學」。不管是理學還是心學，他們都反對研究實用之學，追求維持封建秩序的「理」。理學與數學有關的有兩點：一是理學家反對設立算學館，理學家認為這是「徒有煩費，於國事無補」；二是宣揚數字神秘主義的象數學。在理學被欽定為正宗思想以前，宋元數學家是很少受到它的影響；<sup>19</sup>在理學被定為一尊、強迫別人接受以後，情形就大不同了。明代在理學思想的影響下，從事數學研究的人寥寥無幾，數學發展出現了如前所述的嚴重倒退的現象。<sup>20</sup>

顧應祥生在這樣的社會背景之下，雖數學不是科學的考試項目，但顧應祥登進士第且後來貴為尚書，卻憑藉著自己對數學的喜愛，持續的做著數學研究；他在王陽明的理學影響下，將陰陽學融入數學，但依然堅持著對數學的愛好，寫了數本數學著作；他在商業發展下，大家都研究實用珠算的同時，保留了傳統數學的傳承。在明代的脈絡中，顧應祥這樣的數學家實屬難得。

## 第二節 顧應祥的生平事跡

<sup>18</sup> 同註 12。

<sup>19</sup> 錢寶琮，〈宋元時期數學與道學的關係〉，《宋元數學史論文集》，(北京：科學出版社，1966 年)，頁 234-238。

<sup>20</sup> 轉引自王連發，〈勾股算學家—明顧應祥及其著作研究〉(台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班論文，2002 年)頁 14。

顧應祥，字惟賢，號箬溪或箬溪道人，<sup>21</sup>湖州長興人。<sup>22</sup>他生於明憲宗成化十九年九月二十五日<sup>23</sup>（西元 1483 年）。明孝宗弘治十八年（西元 1505 年）他登進士第。武宗正德元年（西元 1506 年）年，奉旨擔任輜軒使者，參與編纂《明孝宗實錄》於南畿。

明武宗正德三年編修完成，他改授饒州府推官。適值姚源洞盜匪作亂，樂平縣令汪和被虜，顧應祥前往盜賊城堡招安，後汪和脫險，賊亦散去<sup>24</sup>，自此之後顧應祥聲名大起。武宗正德六年辛未，他以臺諫徵召至京師，上因其年少，遂先補為錦衣衛經歷。正德七年壬申，王陽明先生是年四十一歲，在京師擔任考功清吏司郎中。按《同志考》，是年穆孔暉、顧應祥、鄭一初、方獻科、王道、梁谷、萬潮、陳鼎、唐鵬、路迎、孫瑚、魏廷霖、蕭鳴鳳、林達、陳洸、黃綰、應良、朱節、蔡宗兗、徐愛等人，一同受業於王陽明。<sup>25</sup>

武宗正德十二年，吏部推薦顧應祥為大理卿，他力辭不就，因改任廣東嶺東道僉事（正五品）。此時，王陽明擔任都察院左僉都御史、巡撫南、贛、汀、漳等處。顧應祥在王陽明的指揮之下，先後討平汀、漳山寇、海寇、郴、桂的賊寇，半年間打了三次勝仗。正德十四年寧王宸濠叛亂，顧應祥奉派擔任江西按察副使，但是未到任，叛亂已平，他隨即撫循瘡痍，招集流亡，盡力做好善後。<sup>26</sup>

嘉靖五年，顧應祥昇任陝西苑馬寺卿，掌管六監二十四苑之馬政。<sup>27</sup>嘉靖六年四月，他升任山東布政使司左參政，<sup>28</sup>隨即又升任按察使。嘉靖九年（西元 1530 年）四月又升為右布政使，<sup>29</sup>十一月，再升為都察院右副都御史巡撫雲南。<sup>30</sup>他極

---

<sup>21</sup> 明《唐荆川先生年譜》卷二，四十三頁有「箬溪：太平寰宇記云在長興縣南五十步，夾溪悉生箭箬故云，尚書顧惟賢取以自號」。唐鼎元編，《明唐荆川先生年譜》，北京市：北京圖書館出版社，1998。

<sup>22</sup> 顧應祥的著作中都標示為吳興，吳興即是今之湖州府。

<sup>23</sup> 徐中行，〈資善大夫南京刑部尚書贈太子少保箬溪顧公應祥行狀〉。

<sup>24</sup> 王世貞，〈箬溪顧公墓誌銘〉，《弇州山人四部稿》卷 86。

<sup>25</sup> 參考〈王守仁年譜〉，《王陽明全集》卷三十三（上海：上海古籍出版社，1995），頁 1235。

<sup>26</sup> 此段參考《王陽明年譜》與徐中行，〈資善大夫南京刑部尚書贈太子少保箬溪顧公應祥行狀〉。

<sup>27</sup> 同注 6。

<sup>28</sup> (明)張居正等撰，《明世宗實錄》卷 75。臺北市：中央研究院歷史語言研究所，民 73。

<sup>29</sup> 《明世宗實錄》卷 112。

<sup>30</sup> 《明世宗實錄》卷 119。



意經略，疏凡二十餘章。<sup>31</sup>嘉靖十二年（西元 1533 年）正月，聞母喪，未待朝廷派出職務代理人，他即返家奔喪，遭革職返鄉。<sup>32</sup>是年夏天四月，他在滇南巡撫行堂寫下了第一本數學著作，亦即《勾股算術》。

遭罷職後返鄉，家居十五年。在這期間，他倘佯菰城、峴山之間與尚書蔣瑤、劉麟共組苕溪詩社，準備終老於此。

嘉靖二十七年（西元 1548 年）因為都察院的薦舉，他再擔任原職。<sup>33</sup>時方議征元江，他『以那鑑孤豚，困獸不可急』，不宜急著進兵。適巧他又派升南京兵部右侍郎（嘉靖二十八年七月）離開雲南。繼任的人執意出師而兵敗，導致布政使死亡。

嘉靖庚戌（西元 1550 年），他榮陞刑部尚書。以法律條令繁雜，因此將其刪改解釋，命郎官吳維岳、陸穩定為永例，撰寫了《律解疑辨》。<sup>34</sup>在朝廷之中，他獎拔于鱗、元美等人，於是知名天下。<sup>35</sup>這一年，他寫了《測圓海鏡分類釋術》。此時嚴嵩擔任首輔，朝中之人皆懼其權勢。他因與嚴嵩為同年登進士第，故以耆舊自處，而導致嚴嵩不悅，才剛上任三個多月，就被調任南京刑部尚書。最後，他在嘉靖三十二年致仕，年七十一歲，又十二年卒，享年八十三。

顧應祥獨好讀書，未嘗無故一日不讀書。因此，九流百家皆識其首尾，而尤精於算學，相關著作有《測圓海鏡分類釋術》，《弧矢算術》與《授時曆撮要》等書。<sup>36</sup>其他的著作，有《箬谿疏草》、<sup>37</sup>《歸田詩選》，<sup>38</sup>還有在他高齡七十九時所編寫的《長興縣志》、<sup>39</sup>在他去世前一年所著作的《惜陰錄十二卷》等。<sup>40</sup>其後代

<sup>31</sup> (清)吳廷燮，〈雲南卷〉，《明督撫年表》卷五。（北京：中華書局，1982）頁 606。

<sup>32</sup> 同上，頁 608。

<sup>33</sup> 《明世宗實錄》卷 350。

<sup>34</sup> 〈藝文志〉，《長興縣志》。

<sup>35</sup> 黃宗羲，〈王門學案〉，《明儒學案》，頁 297。

<sup>36</sup> 同上。

<sup>37</sup> 此書為顧應祥首度巡撫雲南時的奏章合輯而成，中央研究院傅斯年圖書館藏有微縮膠捲。

<sup>38</sup> 此書為顧應祥二度巡撫雲南時，將罷職時的詩作選輯而成，中央研究院傅斯年圖書館藏有微縮膠。

<sup>39</sup> 〈舊志源流〉，《長興縣志》。

<sup>40</sup> 顧應祥，〈自序〉，《靜虛齋惜陰錄》（臺南縣，莊嚴出版社，1995[民 84]）頁 1。

整理了他的詩詞書信，編為《崇雅堂文集》十四卷。<sup>41</sup>

### 第三節 顧應祥的算學著作及算學思想

茲將顧應祥數學相關著作介紹如下，我們尤其著重在其中所反映的數學思想。

(1)《勾股算術》是一部關於勾股形解法及用勾股形測望的數學專著，成書於嘉靖癸巳年(1533年)，有上、下二卷。書中有〈勾股論說〉一篇，系統介紹了勾股弦三邊與三邊和、三邊差之間的各種關係及相互求法，給出了有關的四十個公式。有了這些公式可方便地進行各種勾股計算，因此，〈勾股論說〉是認識勾股形及其解法的總綱。此文被轉載於明程大位《算法統宗》中，對後世頗有影響。<sup>42</sup>

顧應祥覺得「九數之中惟勾股一法幽深玄遠，近世習算之士，得其肯綮著絕少，……所謂勾股弦和較、黃中之說開闔折變，悉得古人立法之旨，求之于心，無不吻合，蓋有不假于思索者，恐其久而忘也。政務之暇，手錄其詳節，各為問答一二章附之，名曰《勾股算術》，俾后之學算者因此求之，庶有以得其要領云旨。」<sup>43</sup>透過自己的思索，最後他終於能夠瞭解勾股問題的重要性。他也唯恐忘記要旨，因此手錄其詳節，各為問答一、二章，提供後學之士更容易得到「勾股問題」的要領。

因為明朝數學的衰退，數學典籍的散失，所以，在《勾股算術》之中，顧應祥曾經提到的數學典籍只有下列這幾種：在自序中寫到《周髀算經》和《四元玉鑿》，<sup>44</sup>在《勾股求弦術》一節中，提到楊輝《續序古摘奇算法》以及《張邱建算經》。

顧應祥在自序中說「自幼性好數學，然無師傅，每得諸家算書，輒中夜思

<sup>41</sup> 整理自王連發，《勾股算學家—明顧應祥及其著作研究》(台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班論文，2002年)，頁17-21。

<sup>42</sup> 馬翔，〈勾股算術提要〉，見郭書春主編的《中國科學技術典籍通彙·數學》卷(二)，頁973。

<sup>43</sup> 顧應祥，〈勾股算術自序〉，《勾股算術》，郭書春主編《中國科學技術典籍通彙·數學》卷(二)。

<sup>44</sup> 顧應祥見到的《四元玉鑿》為民間私藏本，見陳鳳珠，《清代算學家駱騰鳳及其算學研究》(台北：國立台灣師範大學數學研究所碩士論文，民90)，頁10。

索至於不寐，久之若神告之者，遂盡得其術」。可見，顧應祥從小就對數學有深厚的興趣，且廢寢忘食研讀，並將其心得紀錄下來而成書，以利後學之士。

(2)《測圓海鏡分類釋術》全書十卷，討論各類測望問題，與《測圓海鏡》基本相同，<sup>45</sup>成書於嘉靖庚戌年(1550年)。

書中自序說明了寫書的目的，同時也說明顧應祥無法理解天元術，故而刪去了有關天元術的內容。但書中詳註了三乘方及四乘方，兼加減諸乘方廉隅，因而，雖捨棄了天元術，但補入了大量的帶從廉隅開方細草，雖有捨本逐末之嫌，但也為開方法的繼承和發展作出了貢獻。<sup>46</sup>

從序中我們可知《測圓海鏡分類釋術》十卷是顧應祥根據唐順之的《測圓海鏡》手抄本改寫而成的，<sup>47</sup>后者也對顧應祥的《測圓海鏡分類釋術》提出了一些中肯的建議：「然鄙見竊以為此書形下之數太詳，而形上之義或略，使觀之者尚不免有數可陳而義難知。及示人以鴛鴦枕而不度與人以金針之疑，僕意欲明公於緊要處提掇一二，作法源頭出來」。<sup>48</sup>顧應祥亦請唐順之為《測圓海鏡分類釋術》做序，但因為唐順之晚年「因久病早衰，近年稍從事於槁形灰心，究意道家之說」，這篇序文終究未曾問世。

顧應祥自序中再次提及自己對數學的濃厚興趣，而且亦云「今夫世之論數者，俱視為末藝，故高明者不屑為之，而執泥者遂以為占驗之法，雖樂城公自序亦以為九九賤伎，殊不知君子之學自性命道德之外皆藝也，與其徒費精神於佔畢之間，又不若留情於此，不惟可以取樂，亦足以為養心之助焉。」說明當時數學是不受重視的，但顧應祥則認為學習數學不僅是必要的，且對修身養性

<sup>45</sup>《測圓海鏡分類釋術》中有九題是顧應祥編入，但《測圓海鏡》有八題未編入前書。筆者將在第五章做說明。

<sup>46</sup>馬翹，〈測圓海鏡分類釋術提要〉，見郭書春主編的《中國科學技術典籍通彙，數學》卷(二)，頁993，其中提及書中詳註了三乘方、四乘方及五乘方，但《測圓海鏡分類釋術》中最高乘方為四乘方而無五乘方。

<sup>47</sup>唐順之(1507—1560)，字應德，號荆川，武進人。嘉靖八年會試第一。先後任武選主事、翰林編修、春坊司諫等職，嘉靖十九年因與羅洪先、趙時春一起請百官於元日朝見太子，被世宗削職為民。嘉靖末以其知兵事而被徵召入朝，先後任車駕主事、兵部郎中、僉都禦史等職，嘉靖三十九年病逝於禦倭舟中，年五十四。為明朝有名的文學家、軍事家、數學家，數學著作有〈數論六篇〉，收錄在《荆川文集》。

<sup>48</sup>同注44。

也有幫助，這是他對學習數學的見解。

他認為「天地之所以神變化而生萬物者，陰陽而已。一陰一陽交互錯綜而變化無窮焉。聖人因其交互錯綜之不齊而置為數術以測之。於是乎天地之高深，日月之出入，鬼神之幽秘皆可得而知之矣」<sup>49</sup>，也就是說，他認為天地間萬事萬物的變化規律均是從陰陽對立、相互依存、消長變化而造成的，而數術更是駕馭錯綜複雜、變化無窮的陰陽之根本。顯然，他強調把陰陽思想引入數學，並賦予其神奇的威力。<sup>50</sup>

(3)《弧矢算術》是中國傳統數學中第一本有關弧矢方面的專著，成書於嘉靖三十一年(1552年)，自序中曰：「弧矢一術古今算法所載者絕少，錢塘吳信民《九章算法》只載一條，《四元玉鑑》所載數條，皆不言其所以然之故。沈存中《夢溪筆談》有割圓之法，雖自謂造微，然止於徑矢求弦，……乃取諸家算書、間附己意，各立一法，名曰《弧矢算術》。」可見此書是他在吳敬《九章算法比類大全》及沈括的《夢溪筆談》有關論述的基礎上，加以補充、歸納而成的。

本書收錄有〈弧矢論說〉及〈方圓論說〉論文。前者是一篇對弧矢方面問題的總結，不僅給出了有關弧矢的各項定義及相互求法，還說明了弧矢和圓徑的相互關係，並由此給出的計算弧矢的理論依據：「其法不出於勾股開方之術」，以及將弧矢之術與勾股術相類比，由此得出計算公式。後者則是一篇對方五斜七和圓周率的討論。他雖知「方五斜七有奇，周三徑一有奇」，並知有比周三徑一更精準的密率( $\frac{22}{7}$ )，徽率( $\frac{157}{50}$ )，但卻不主張用之，認為「數多則散漫難收」。同時，他也提出了「天地之道陰陽而已，方圓天地也」的方圓本說，認為「方象法地，靜而有質，故可以象數求之；圓象法天，動而無形，故不可以象數求之」。用天動地靜以及陰陽奇偶之說來進行解釋，雖不正確，但可知陰陽學對其數學之影響。書中各題為圓徑、矢、弧背、截積互求問題，全

<sup>49</sup> 同註 42。

<sup>50</sup> 金福，〈對明代數學思想的幾點分析〉，收入李迪主編的《數學史研究文集》第一輯，呼和浩特，內蒙古大學出版社；台北市，九章出版社，1990。

面地介紹弧矢術中各種計算，對弧矢述的發展起了承上啓下的作用。<sup>51</sup>

(4)《測圓算術》：顧應祥在嘉靖三十二年(1553年)所編撰關於「勾股容圓」的數學專書。他在自序中提到：「勾股求容圓之徑，古有其法，未有若元翰林學士樂城李先生之精且密者也。其所著《測圓海鏡》，設為……。但每條細草，止以天元一立算，而漫無下手之處。應祥已為之類釋，既而思之，猶有未當於心者。蓋圓之內外，其橫者為勾，其直者為股，一橫一直、或兩橫兩直相夾、或一橫一斜一直一斜，自有天然對待之妙，比而合之，皆可推類而知者，於是別出己見，復為編次，其難曉者附以佈算之法。名號雖因其舊而詞則務簡而明，庶使學者一覽而可得其要領焉。」從這裡可以知道，顧應祥已經注意到勾、股之間的對稱關係，因而參照李冶的《測圓海鏡》以及《測圓海鏡分類釋術》，重新編排而成的。尤有近者，他從《測圓海鏡分類釋術》這本書之中，挑選比較簡單的勾、股、弦之間以及各勾、各股、各弦之間求容圓的直徑的題目與算法，捨棄了該書比較複雜的「諸和、諸較、雜揉、之分」等類型，因此，《測圓算術》可以說是《測圓海鏡分類釋術》的精簡本。本書比《測圓海鏡分類釋術》多一篇〈勾股求容方圓論說〉，是討論勾股求容方、容圓的問題。<sup>52</sup>

顧應祥的數學思想不僅在他的數學著作中可以看到，在他的其他著作中也可見其蹤跡，比如：「賤子數學原無師承，只是鑽研冊子，得之中間多有不蹈舊格者，反若簡便至於立法之故必須指授者，往往未得於心。」<sup>53</sup>、「顧應祥為童子時，常以小紙九片寫一、二、三、四、五、六、七、八、九，擺列成圖縱橫皆成十五，及長始見洛書圖與之暗和，可見天地之數與人心相通。」<sup>54</sup>由此可知，顧應祥雖然拜王陽明為師，曾致力性理學探討，但是，數學卻始終是他的興趣所在。

顧應祥指出：「故其為術也亦玄，非心細而靜者，不能造其極也，若造其極則天地之高深、日月之運行如指諸掌矣，儒者罕通此術，遂以九九小伎目之謬矣。」

<sup>51</sup> 馬翔，〈弧矢算術提要〉，見郭書春主編的《中國科學技術典籍通彙，數學》卷(二)，頁1079。

<sup>52</sup> 馬翔，〈測圓算術提要〉，見郭書春主編的《中國科學技術典籍通彙，數學》卷(二)，頁1108。

<sup>53</sup> 顧應祥，〈復唐荆川內翰書〉，《崇雅堂全集》卷十三。東京，高橋情報，1990[民79]

<sup>54</sup> 顧應祥，〈讀易〉，《靜虛齋借陰錄》卷四，頁4。



<sup>55</sup>可見，他對於把數學視為九九賤伎，非常的不以爲然。此外，他更認爲：「外夷之人不爲文義牽繞，故其用心精密如此，我中國之儒錯用心於無益之虛文，而於數學知之者鮮，寧不可惜哉。」<sup>56</sup>「諦觀《四元玉鑑》所載平圓，立圓用徽術、密術之法固爲詳細，然以愚觀之猶有未盡。初賤子之好算也，士夫聞之必問之曰：能占驗乎？答曰：不能，又曰：知國家興廢乎，曰：不能，其人莞爾曰：然則何爲不得已應之，曰：將以造曆，其人愕然曰：是固有用之學也，殊不知曆算亦不過數中一事耳。」<sup>57</sup>從這些敘述，我們也可以知道，顧應祥對數學的價值與意義之體會，是頗有自信的。

明朝數學的發展確實停滯，要遠比宋、元落後。但是，如果我們回到明朝歷史的脈絡中來看，「前元以算取士，必有明於其術者，回授其旨使吾輩生于其時相與議論於一堂之上，怒亦未必多讓耳」，<sup>58</sup>可知顧應祥自身亦覺得到了明朝的中葉十六世紀時，中國數學家對前朝比較精深的數學知識之理解，已經有了很大的侷限了。

顧應祥整理了勾股問題而做成了《勾股算術》，重新用自己的觀念整理了《測圓海鏡》的知識內容，而成爲《測圓海鏡分類釋術》及《測圓算術》，他的背景是整個明朝士大夫率以空疏相尚，朱熹、王陽明的理、心之學爭鬥的學術環境。以一個做到尙書這樣大官的人而言，能夠對數學有這樣的認知與成就，或許可以說是歷史的異數吧！<sup>59</sup>

<sup>55</sup> 顧應祥，〈通論九章算法〉，《靜虛齋惜陰錄》卷六。

<sup>56</sup> 顧應祥，〈論回回曆〉，《靜虛齋惜陰錄》卷六。

<sup>57</sup> 顧應祥，〈復唐荆川內翰書〉，《崇雅堂全集》卷十三，東京，高橋情報，1990。

<sup>58</sup> 同註 57。

<sup>59</sup> 王連發，《勾股算學家—明顧應祥及其著作研究》(台北：國立台灣師範大學數學系教學碩士班論文，2002年)頁 27。