

第二章 空間域影像濾波原理

影像濾波依處理的方式可分為兩類：空間域(*Spatial Domain*)與頻率域(*Frequency Domain*)。空間域的作法是直接對影像像素(*Pixel*)進行處理以達成處理目的，而頻率域則透過類似傅立葉轉換、小波轉換...等等，將影像轉至頻率域進行處理，待處理畢，再反轉換回空間域。

至於使用空間域或頻率域來處理影像到底哪一個好？其實並沒有所謂的好壞，只要能夠在使用者的限制條件內達到處理的目的即是好的影像處理。然而在空間域進行前處理，可以減少空間域和頻率域的轉換，且處理過程較頻率域單純，就目前國內外提出的論文來說，如以硬體實現幾乎都採用空間域的作法，因為頻率域的作法，必須付出相當的硬體資源代價，才能得到成果，有鑑於此，本研究採用空間域的影像濾波。

空間域濾波器，就像在一般數位訊號處理談到的二維有限脈衝響應(*Finite Impulse Response, FIR*)概念，透過調動乘除法的係數，就可以改變系統的濾波效果，這種方式在影像處理又稱為”線性濾波”；反之，以中值濾波為例，其動作必須將數值進行排序並取出中間值，作為濾波器的輸出結果，此結果並沒有和所有數值有線性的關係，此類濾波稱為”非線性濾波”。如前一章所談，本硬體處理的濾波，將同時包含以上兩類。

以下各節，為對影像的空間濾波進行初步的介紹，第一節將對論文所要使用的各種影像平面先行定義，第二節對空間域線性濾波所必要使用的迴旋運算說明，第三節對於空間域的非線性排序濾波進行講解。

第一節 影像平面定義

壹、原始影像(Original Image, OImg)

OImg 用來表示將進行處理的影像集合，即影像感測器輸出之影像，令其寬度為 OW，高度為 OH，此集合的每個元素使用 $o(x,y)$ 來表示之， x 表示影像水平方向的索引值， y 表示影像垂直方向的索引值，影像平面原點設定於影像的左上角，示意如圖 2-1(a)，數學表示如式(2-1)。

$$OImg \equiv \left\{ o(x, y) \left| \begin{array}{l} 0 \leq x \leq OW-1 \\ 0 \leq y \leq OH-1 \end{array} \right. \right\} \quad \text{式(2-1)}$$

貳、目標影像(objective Image, BImg)

BImg 用來表示已經處理完成的影像集合，即 OImg 經過濾波之影像，令其寬度為 BW，高度為 BH，此集合的每個元素使用 $b(x,y)$ 來表示之， x 表示影像水平方向的索引值， y 表示影像垂直方向的索引值，影像平面原點設定於影像的左上角，示意如圖 2-1(b)，數學表示如式(2-2)。

$$BImg \equiv \left\{ b(x, y) \left| \begin{array}{l} 0 \leq x \leq BW-1 \\ 0 \leq y \leq BH-1 \end{array} \right. \right\} \quad \text{式(2-2)}$$

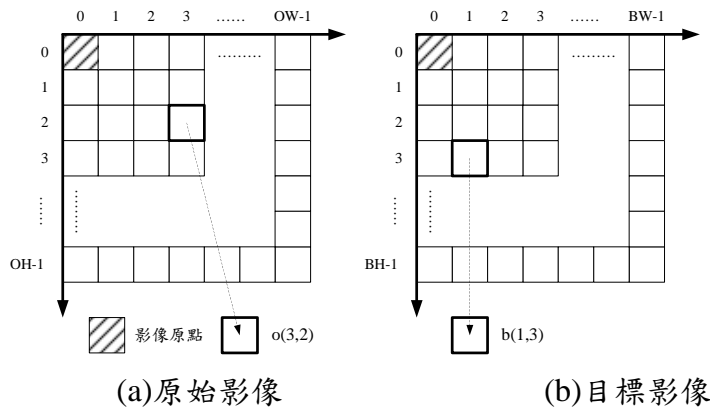


圖 2-1. OImg 與 BImg 影像空間定義

參、子影像(Sub Image, SImg)

區塊影像為原始影像的子集合影像，以 SImg 來表示，令其寬度為 SW，高度為 SH，SImg 的每個元素以 s(x,y)來表示之。由於 SImg 屬於 OImg 的一部份，產生 SImg 前，必先指定在 OImg 上的一點，令此點為 o(m,n)，以此點為中心產生一個寬 SW 高為 SH 大小的子影像，即為 SImg 如圖 2-2 所示。

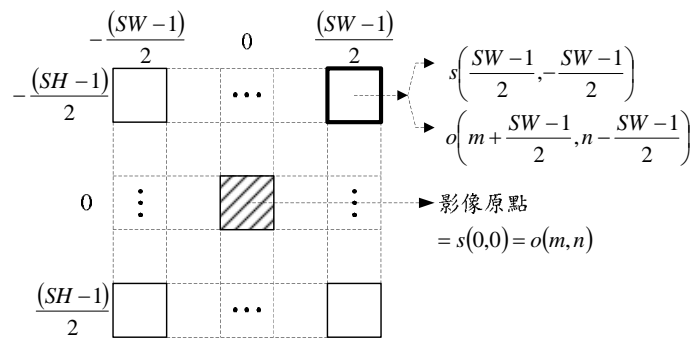


圖 2-2. SImg 影像空間定義

圖 2-2 亦可以數學表示如式(2-3)。

$$S\text{Img} \equiv \left\{ s(x, y) \left| \begin{array}{l} \frac{(SW-1)}{2} \leq x \leq \frac{(SW-1)}{2} \\ -\frac{(SH-1)}{2} \leq y \leq \frac{(SH-1)}{2} \end{array} \right. \right\} = \left\{ o(m+x, n+y) \left| \begin{array}{l} \frac{(SW-1)}{2} \leq x \leq \frac{(SW-1)}{2} \\ -\frac{(SH-1)}{2} \leq y \leq \frac{(SH-1)}{2} \end{array} \right. \right\} \quad \text{式(2-3)}$$

影像處理最常使用的 SImg 大小為 3X3(SW=SH=3)，若假設選定 OImg 的 o(7,5)，則產生的 SImg 如圖 2-3 所示。

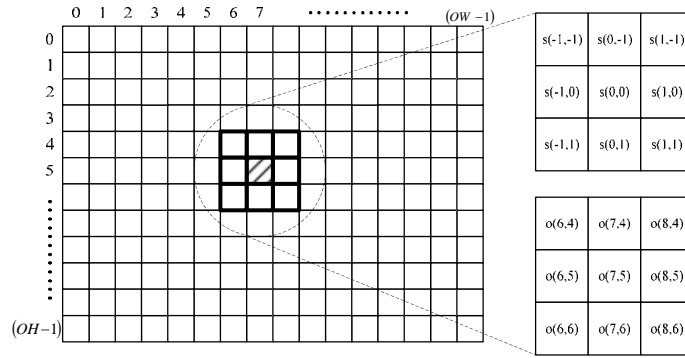


圖 2-3. 以 o(7,5)為中心的 SImg 影像

肆、濾波器(filter)

在影像處理領域中，濾波器常被使用於影像的強化，一般濾波器最常見的形式為長寬各奇數個像素的矩形。濾波器以 filter 來表示，令其寬度為 FW，高度為 FH，filter 的每個元素以 f(x,y)來表示之，x 表示影像水平方向的索引值，y 表示影像垂直方向的索引值，原點設定於影像的中心點，如下圖所示。

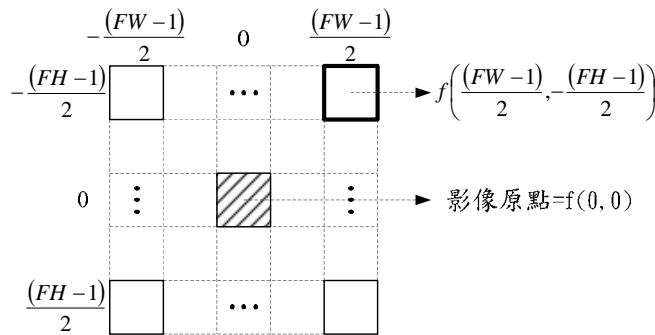


圖 2-4. filter 影像空間定義

圖 2-4 亦可以數學表示如式(2-4)。

$$filter \equiv \left\{ f(x, y) \left| \begin{array}{l} -\frac{(FW-1)}{2} \leq x \leq \frac{(FW-1)}{2} \\ -\frac{(FH-1)}{2} \leq y \leq \frac{(FH-1)}{2} \end{array} \right. \right\} \quad \text{式(2-4)}$$

第二節 二維影像迴旋運算

如本章一開始所談，影像的空間域濾波就是一種二維 FIR，而 FIR 需要用到迴旋積分運算。因此本節中，將先以瞭解基礎的二維空間迴旋積分定義為第一要務，而後再更進一步說明迴旋積分如何於實際影像上運作。

壹、二維迴旋積分定義

運用上節的表示符號，將二維迴旋積分定義於式(2-5)、式(2-6)。

$$b(x, y) = \sum_{i=-p}^p \sum_{j=-q}^q f(i, j) \times o(x+i, y+j) \quad \text{式(2-5)}$$

$$p = \frac{(FW - 1)}{2}, q = \frac{(FH - 1)}{2} \quad \text{式(2-6)}$$

要進行不同的影像濾波，只需要更換 filter 的係數，一樣透過二維迴旋積分即可達成，至於本研究所要實做的高通濾波、低通濾波與高斯平滑濾波的係數，將於本節後半部進行介紹。

貳、影像處理之實際運算流程

雖然濾波器的長寬可以自訂，但影像處理中，最常用的濾波器大小為長寬各 3 像素(FW=FH=3)，在論文中，也將以長寬各為 3 像素的濾波器來進行設計。假設選定 $o(m,n)$ 為 SImg 的中心，則此時可將式(2-5)改寫為式(2-7)。

$$b(m, n) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 f(i, j) \times o(m+i, n+j) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 f(i, j) \times s(i, j) \Big|_{s(0,0)=o(m,n)} \quad \text{式(2-7)}$$

若 $o(m,n)$ 若在 $OImg$ 的邊界，則 $SImg$ 將會有部分的像素無法定義，因此實際運算時， x 的有效範圍為 $1 \sim (OW-2)$ ， y 的有效範圍為 $1 \sim (OH-2)$ 。 $o(m,n)$ 將會依次序由左而右，上而下被指定，進行式(2-7)的迴旋運算，此觀念與式(2-7)結合以圖 2-5 呈現。

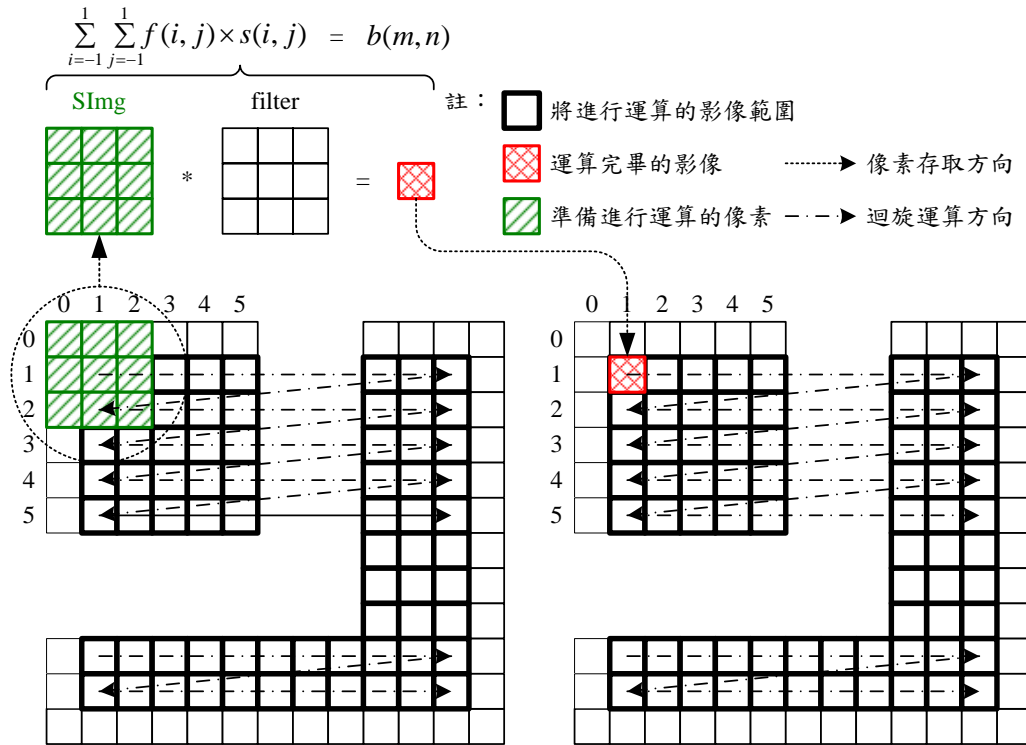


圖 2-5. $OImg$ 進行迴旋運算得到 $BImg$ 的完整流程

參、低通濾波與高通濾波

如上節一開始所說明，濾波器係數將因要進行的影像處理不同而係數也有所不同，以下介紹本研究將實現的濾波器係數及效果。

一、低通濾波器(Low pass filter)

低通濾波一般又稱為平滑濾波(Smooth filter)，通常用於模糊化與減少

高頻雜訊。最常見的此類濾波有平均濾波(Averaging filter)與高斯平滑濾波(Gaussian filter)，其濾波器係數的內含值如圖 2-6(a)(b)所示。

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

(a)平均濾波

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

(b)高斯平滑濾波

圖 2-6. 平均濾波與高斯平滑濾波係數

二、高通濾波器(High pass filter)

高通濾波器是用來突顯影像中高頻的成分，在影像較為模糊的情況可讓影像較為清晰，其濾波器係數的內含值如下圖所示。

-1/9	-1/9	-1/9
-1/9	8/9	-1/9
-1/9	-1/9	-1/9

圖 2-7. 高通濾波係數

以 Lena 影像為例，經過高通濾波、低通濾波與高斯平滑濾波之影像如圖 2-8 所示，圖 2-8(d)之高通濾波影像，由於邊緣部分較不明顯，難以用肉眼觀察得到，因此將其對比度增強得到圖 2-8(e)，此時可發現在影像邊緣較為突出，因為邊緣即影像頻率較高的部分，然而圖 2-8(d)或圖 2-8(e)皆不易於人眼觀察，為容易觀察，一般作法必須將圖 2-8(d)疊加於圖

2-8(a)，即把影像的高頻成分加入原始影像得到圖 2-8(f)，總而言之，圖 2-8(f)是為了配合人眼觀察而產生，但圖 2-8(d)才是真正的高通濾波結果。

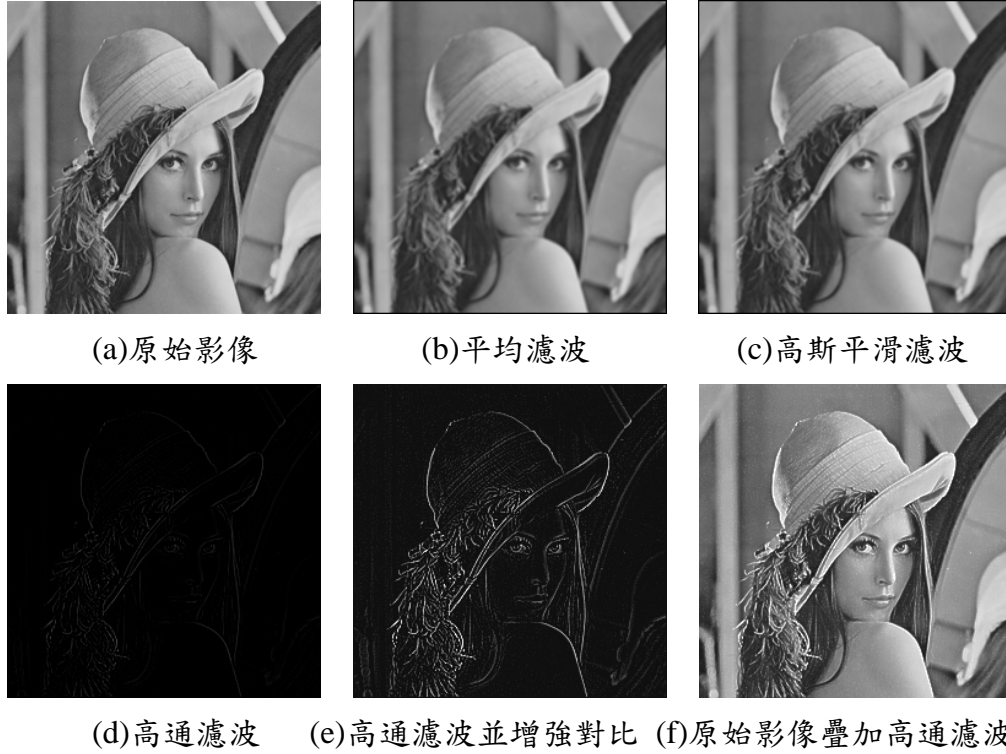


圖 2-8. Lena 經過各種濾波之影像

第三節 二維影像排序濾波

並非所有的影像處理方式都採用濾波器來運算，例如排序統計濾波，就是以 BImg 自身的特性來進行處理。假設取 $o(m,n)$ 產生一組 BImg，將 BImg 內的各像素進行排序，而後分別取出最大值、最小值與中間值。若採用最大值濾波，則取排序後的最大值，填回 $b(m,n)$ ，同理，最小值濾波與中間值濾波亦同。

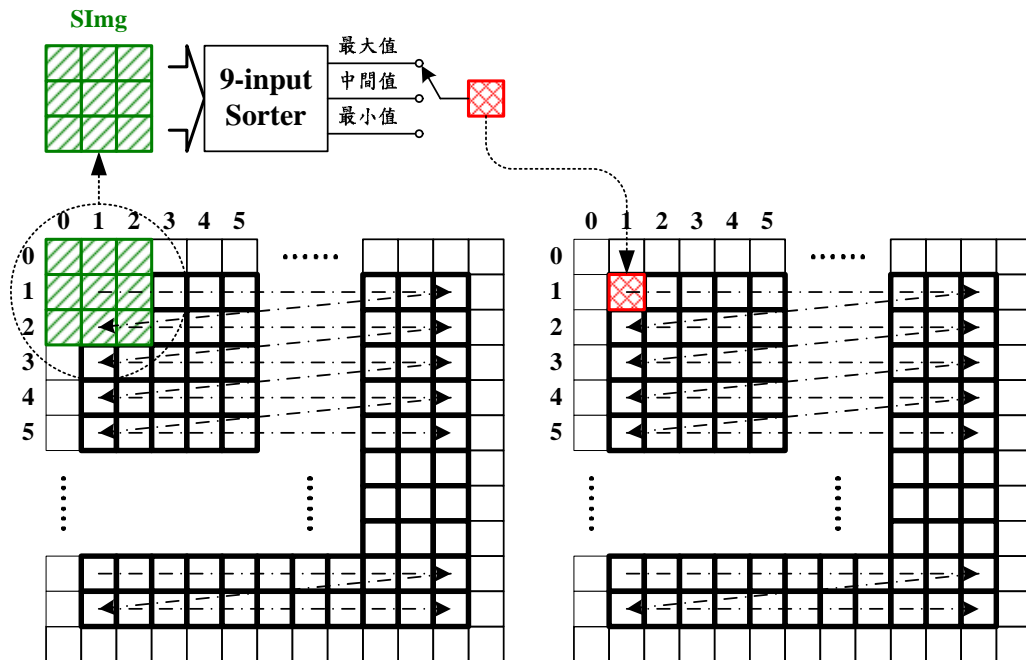


圖 2-9. OImg 進行排序運算得到 BImg 的完整流程

一、中間值濾波器(Median filter)

在排序統計濾波器最常被使用的濾波器就是中間值濾波器，因為一般雜訊必同時包含數值特別偏低或數值特別突出偏高，若單使用最大值或最小值濾波器無法除去所有的雜訊，所以一般來說會取中間值可以同時避開數值較高與較低的雜訊。尤其對於某些隨機性的雜訊，提供了絕佳的雜訊消除能力。除去孤立的雜訊，又可保持影像本身的銳利。

舉例說明，假設有一張影像如圖 2-10 (a)所示，由圖可知受到雜訊的干擾，如果將過上述方式排列、取出中間值，則經過 3 次反覆的動作可得圖 2-10 (d)很明顯的雜訊幾乎都被移除，這種方式對於除去孤立的雜訊相當有效。



(a)原始影像



(b)經過 1 次 Median Filter



(c)經過 2 次 Median Filter



(d)經過 3 次 Median Filter

圖 2-10. Median Filter 實驗成果

二、最大值濾波器(Maximum filter)與最小值濾波器(Minimum filter)

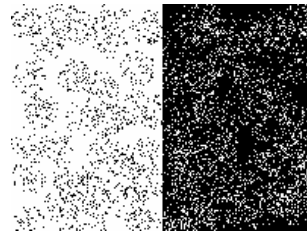
最大值濾波器對於找出影像的最亮點相當有用，如果影像的雜訊數值偏低，最大值濾波器處理後，將可消除大部分的雜訊。反之如果雜訊的數值偏高，使用最小值濾波器可重新取得理想的影像品質。

假設一張黑白區塊之影像樣本如圖 2-11(a)，將白色區塊加入黑色雜訊，黑色區塊加入白色雜訊，得到圖 2-11(b)，由上述對 Maximum Filter 可知在影像偏暗的影像，要找出影像的最亮點相當有用，此效果可由圖 2-11(c)之黑色區塊的小白點被凸顯對應得知。Maximum Filter 於影像偏亮的影像，可以有效過濾較暗的雜訊，此效果也可由圖 2-11(c)白色區塊的黑色雜訊被濾除彰顯。

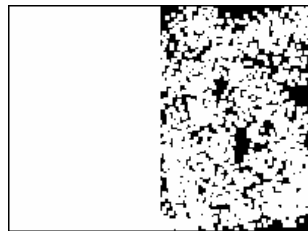
類似的 Minimum Filter 效果，將圖 2-11(b)經過 1 次得到 Minimum Filter 的圖 2-11(d)。Minimum Filter 於影像偏亮的影像，要找出影像的最暗點相當有用，於影像偏暗的影像，可以有效過濾較亮的雜訊。



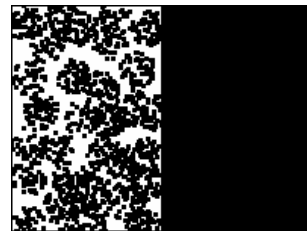
(a)原始影像



(b)原始影像加入亂數雜訊



(c)經過 1 次 Maximum Filter



(d)經過 1 次 Minimum Filter

圖 2-10. Minimum Filter 與 Maximum Filter 實驗成果