

## 第四章 模擬步驟與結果

根據可調整擺錘之倒單擺追蹤系統的設計構想，利用兩種控制器設計方法，一是極點配置法(執行在操作點附近平衡定位控制)，另一是自適應網路模糊推論法(執行平衡追蹤控制)。吾人可以事先設定倒單擺上擺錘的狀態(擺錘質量，及在擺杆上的固定高度)，其中可以調整的參數狀態有兩個，一個是擺錘質量(有不同的相對應圓柱長)，如下表，有三種狀態設定：

表 4-1 擺錘質量的三種狀態設定

系統參數	數值	單位
$m_1$ ：擺錘質量	0.017	公斤(Kg)
$h_1$ ：擺錘柱長	0.00992	公尺(m)
$m_2$ ：擺錘質量	0.035	公斤(Kg)
$h_2$ ：擺錘柱長	0.02004	公尺(m)
$m_3$ ：擺錘質量	0.0706	公斤(Kg)
$h_3$ ：擺錘柱長	0.04006	公尺(m)

另一個可以調整的參數的狀態，是擺錘在倒單擺上的固定位置。在此定義為擺錘上端至擺杆上端的距離，做為擺錘在倒單擺上的固定位置的度量。在本研究中，設定三種距離以供比較。

表 4-2 擺錘上端至擺杆上端距離的三種狀態設定

系統參數	數值	單位
$d_1$ : 擺錘上端至擺杆上端的距離	0	公尺(m)
$d_2$ : 擺錘上端至擺杆上端的距離	0.1	公尺(m)
$d_3$ : 擺錘上端至擺杆上端的距離	0.2	公尺(m)

擺錘有三種質量  $m_1$  ,  $m_2$  ,  $m_3$  可以選擇，而擺錘在擺杆上的固定位置，也有三種大小可以選擇  $d_1$  ,  $d_2$  ,  $d_3$  。所以共有九種搭配組合，如下表 4-3 為九種可調整擺錘的搭配組合表，其中第一種組合至第四種組合及第七種組合(在表 4-3 有底線標示項目)所得的模擬結果將在本論文呈現，用以說明可調整擺錘狀態的搭配組合(不同擺錘質量、擺錘在擺杆上不同位置、不同的極點配置)與平衡定位控制的相互影響。

表 4-3 九種可調整擺錘狀態的搭配組合表

擺錘狀態的搭配組合	擺錘質量	擺錘上端至擺桿上端的距離
第一種組合( $m_1, d_1$ )	0.017 Kg	0 m
第二種組合( $m_1, d_2$ )	0.017 Kg	0.1 m
第三種組合( $m_1, d_3$ )	0.017 Kg	0.2 m
第四種組合( $m_2, d_1$ )	0.035 Kg	0 m
第五種組合( $m_2, d_2$ )	0.035 Kg	0.1 m
第六種組合( $m_2, d_3$ )	0.035 Kg	0.2 m
第七種組合( $m_3, d_1$ )	0.0706 Kg	0 m
第八種組合( $m_3, d_2$ )	0.0706 Kg	0.1 m
第九種組合( $m_3, d_3$ )	0.0706 Kg	0.2 m

#### 4-1 極點配置設計之平衡定位控制模擬

在第三章所推導出，操作點附近線性化的可調整擺錘之倒單擺的數學模型，其中狀態空間方程式(3-29)式和(3-30)式，可在 MATLAB 上先求出其特徵方程式，以了解其穩定性。並可以求出控制性矩陣，以了解受控體是否為

完全狀態可控制的。並可轉換為開回路之狀態方程式，以求出其極點個數及位置值。再利用極點配置方法，設定所欲輸入理想的閉回路系統特徵根，求出狀態回授增益，再建立受控體經過極點配置狀態回授之狀態空間方程式，最後再畫出閉回路系對各種信號的輸入響應。

如下頁各圖所述，為擺錘狀態在各種不同搭配組合下，利用極點配置法設計狀態回授控制器，所產生的模擬結果。其中顯示有對三種輸入信號的平衡定位，所產生的時域響應圖，即對脈衝輸入(Impulse Input)的響應，對步階輸入(Step Input)的響應，和對弦波輸入(Sine Input)的響應。其中各響應圖的上半圖 To out(1)為擺杆擺角的響應，下半圖 To out(2)為擺錘質心在滑車運動方向的投影點位置。

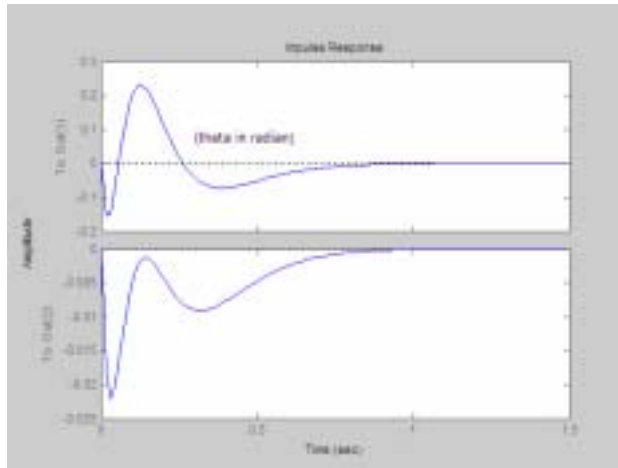


圖 4-1 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的脈衝輸入響應圖

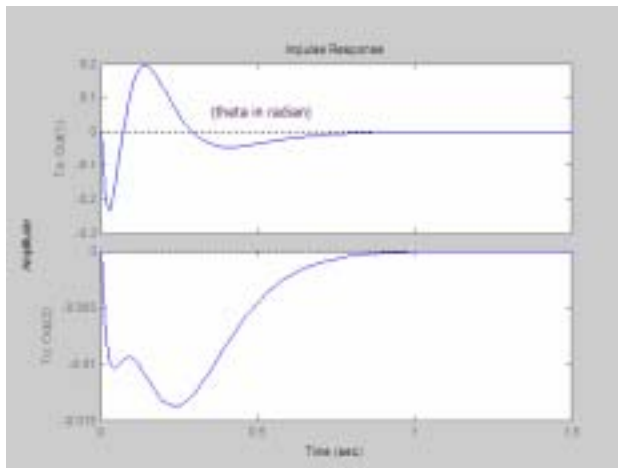


圖 4-2 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0.1m 的脈衝輸入響應圖

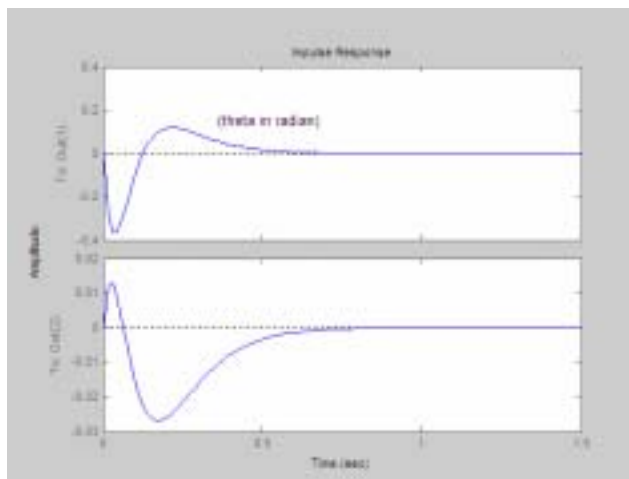


圖 4-3 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0.2m 的脈衝輸入響應圖

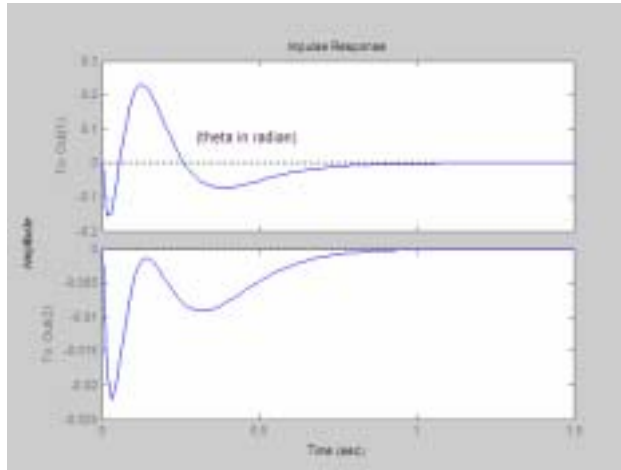


圖 4-4 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的脈衝輸入響應圖

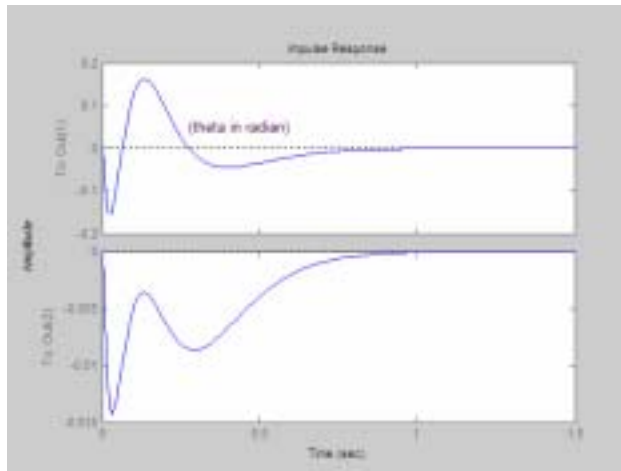


圖 4-5 擺錘 0.035kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的脈衝輸入響應圖

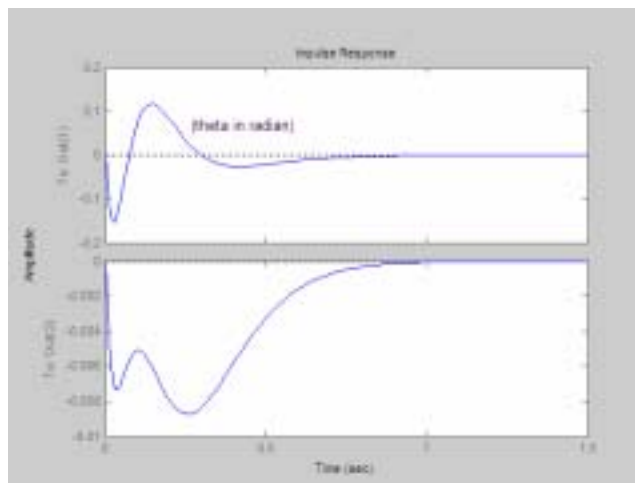


圖 4-6 擺錘 0.0706kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的脈衝輸入響應圖

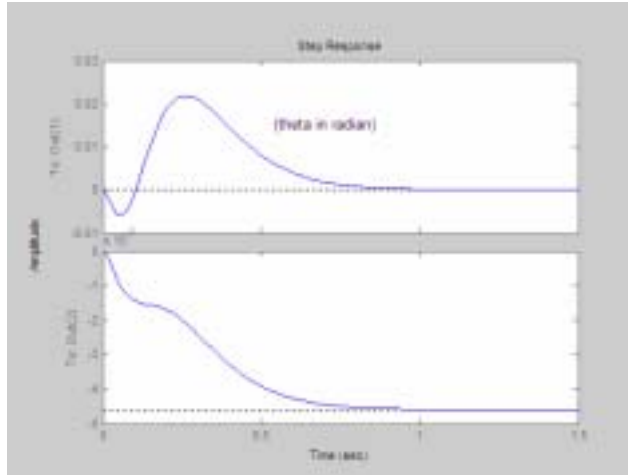


圖 4-7 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的步階輸入響應圖

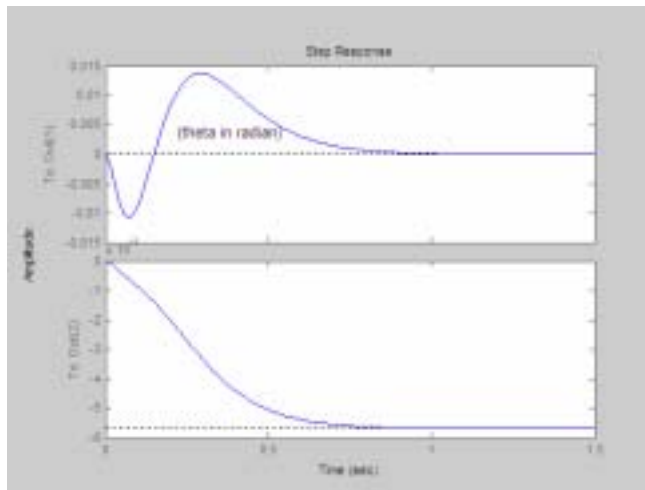


圖 4-8 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0.1m 的步階輸入響應圖

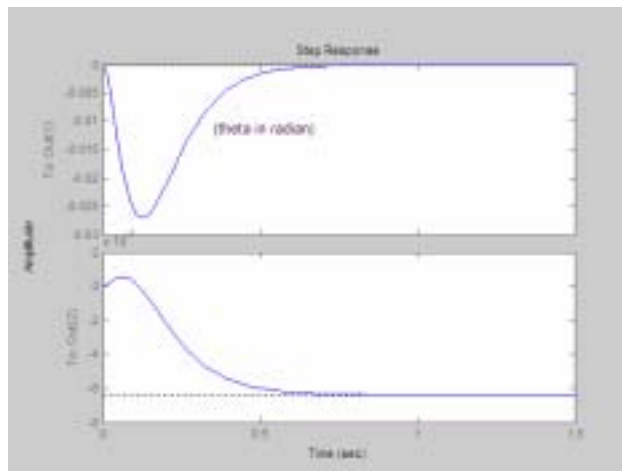


圖 4-9 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0.2m 的步階輸入響應圖

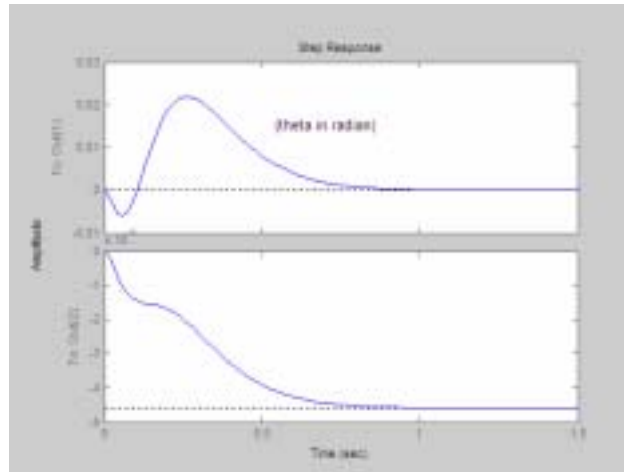


圖 4-10 擺錘 0.017kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的步階輸入響應圖

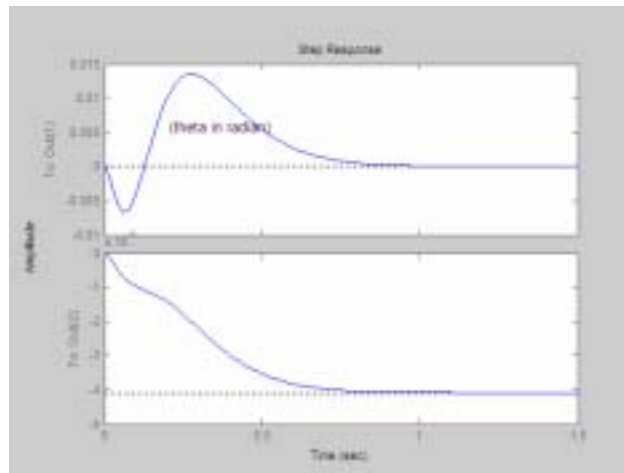


圖 4-11 擺錘 0.035kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的步階輸入響應圖

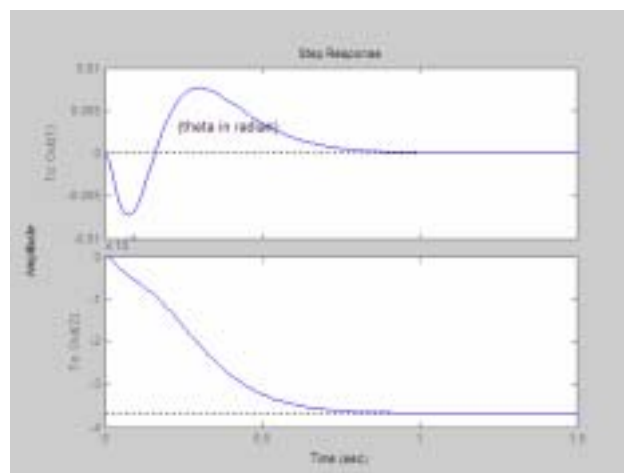


圖 4-12 擺錘 0.0706kg，擺錘上端至擺杆上端的距離 0m 的步階輸入響應圖



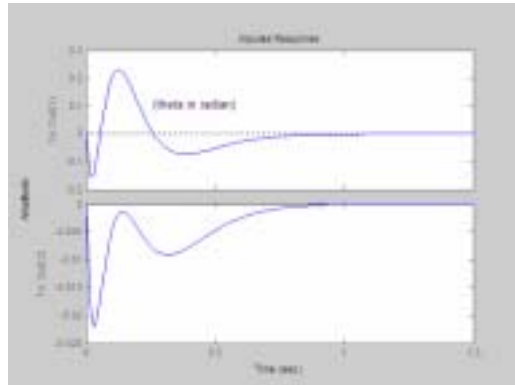


圖 4-13 極點配置 $[-10+i; -10-i; -20+2i; -20-2i]$ 的脈衝輸入響應

在圖 4-13，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

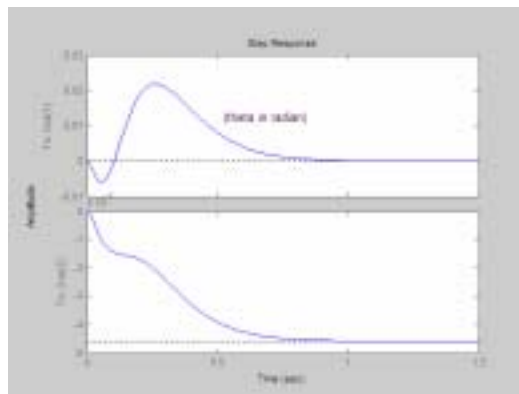


圖 4-14 極點配置 $[-10+i; -10-i; -20+2i; -20-2i]$ 的步階輸入響應

在圖 4-14 中，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

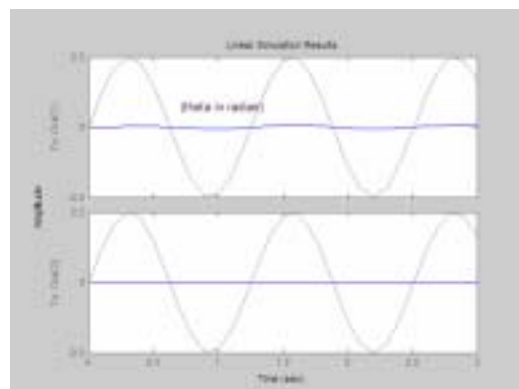


圖 4-15 極點配置 $[-10+i; -10-i; -20+2i; -20-2i]$ 的弦波輸入響應

在圖 4-15 中，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

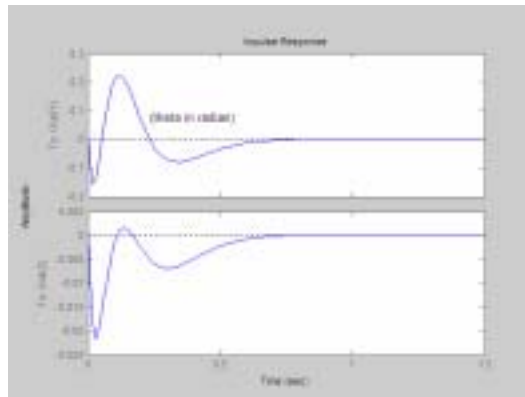


圖 4-16 極點配置 $[-10+5i;-10-5i;-20+10i;-20-10i]$ 的脈衝輸入響應

在圖 4-16 中，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

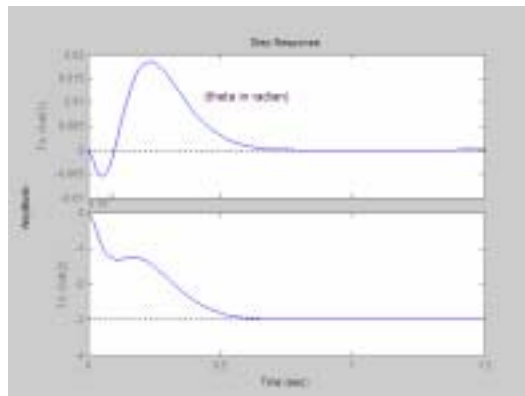


圖 4-17 極點配置 $[-10+5i;-10-5i;-20+10i;-20-10i]$ 的步階輸入響應

在圖 4-17 中，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

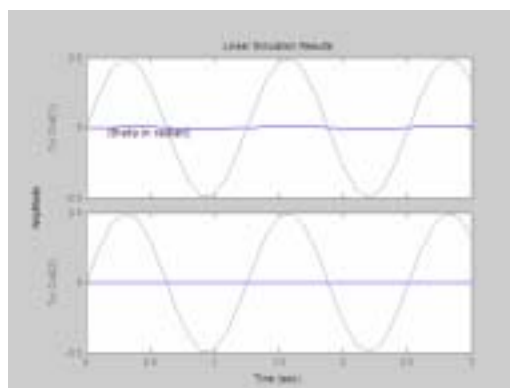


圖 4-18 極點配置 $[-10+5i;-10-5i;-20+10i;-20-10i]$ 的弦波輸入響應

在圖 4-18，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

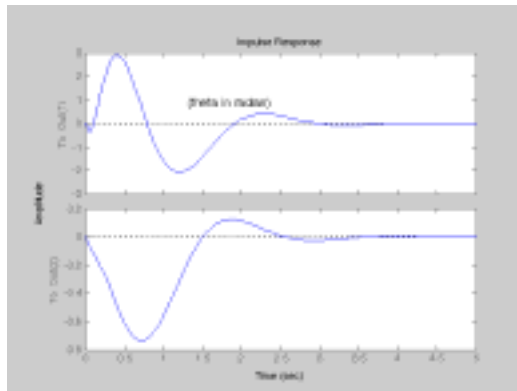


圖 4-19 極點配置 $[-1.5+3i; -1.5-3i; -5; -6]$ 的脈衝輸入響應

在圖 4-19，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

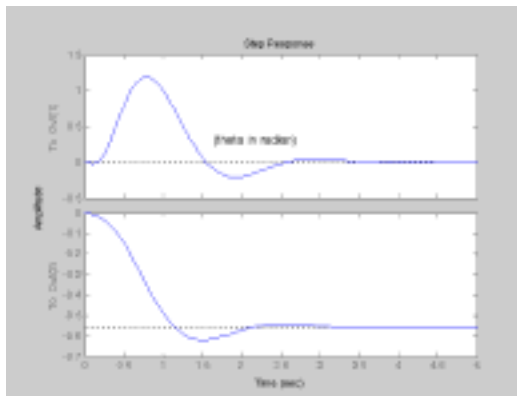


圖 4-20 極點配置 $[-1.5+3i; -1.5-3i; -5; -6]$ 的步階輸入響應

在圖 4-20，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

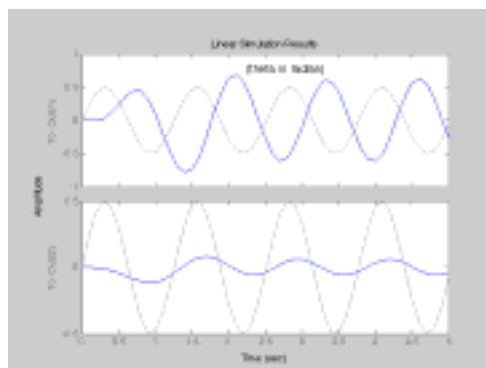


圖 4-21 極點配置 $[-1.5+3i; -1.5-3i; -5; -6]$ 的弦波輸入響應

在圖 4-21，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

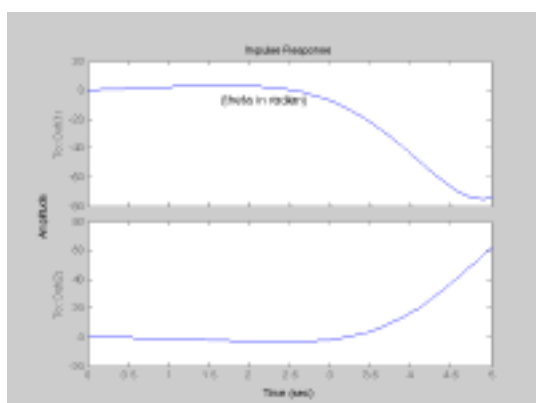


圖 4-22 極點配置 $[1+i; 1-i; -20+2i; -20-2i]$ 的脈衝輸入響應

在圖 4-22，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

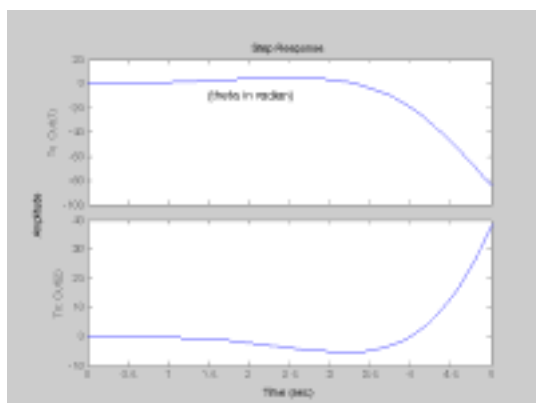


圖 4-23 極點配置 $[1+i; 1-i; -20+2i; -20-2i]$ 的步階輸入響應

在圖 4-23，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

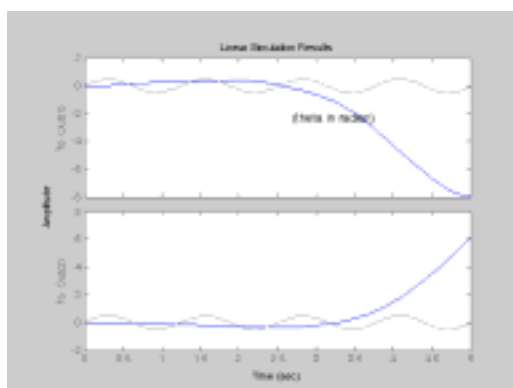


圖 4-24 極點配置 $[1+i; 1-i; -20+2i; -20-2i]$ 的弦波輸入響應

在圖 4-24，擺錘為 0.017kg，與擺杆頂距 0m。

圖 4-1 至圖 4-12 模擬所產生的響應圖可以看出，由各種不同的擺錘質量搭配擺錘在擺杆上不同鎖附定位的組合配對，當在平衡定位控制時，對三種輸入訊號所產生模擬響應結果。在直覺上，擺錘在擺杆上越靠近滑車樞軸，則系統越穩定，振盪較小，而且誤差收斂時間也較短，反之，則相反。致於擺錘質量越大，則系統的振盪比較小，但收斂時間也是否較短則不一定，可能需要多次模擬和實驗的觀察。

由上述模擬所得圖 4-13 至圖 4-23，大略可知極點的配置位置對於本研究可調整擺錘狀狀態之倒單擺系統，在平衡定位控制上對暫態響應與穩態響應的影響。由系統的穩定度、收斂時間和誤差大小可看出與極點的位置的關係。大體上，當極點的根實部設定在離複數平面左半面越左邊，則有暫態收斂時間越短，穩態誤差則越小，例如圖 4-13 至圖 4-18 所示。而當極點的根虛部絕對值設定在越大值，則系統的振盪頻率越大，例如圖 4-19 至圖 4-21 所示。而若當極點的根實部設定在複數平面右半面，則有穩態誤差變大而發散無法穩定的現象，例如在圖 4-22 至圖 4-24 所示，就是有極點配置在  $1+i$  和  $1-i$  的位置，所以擺杆無法平衡而傾倒。

值得注意的是，可調整擺錘之倒單擺在平衡定位控制的模擬波形圖中，可發現擺錘質心投影點位置在某種狀態所做的模擬，會產生不連續漸增或不連續漸減的返回運動，如圖 4-25 所示。其影響會造成控制器不必要負擔和能源的浪費。此項的觀察可做為日後研究的重點，探究其原因並做進一步的改進。

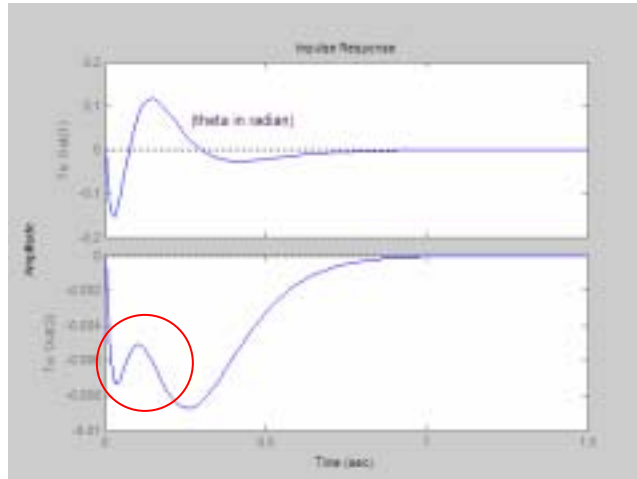


圖 4-25 滑車不連續漸增或不連續漸減的返回運動(如圓框所示)

## 4-2 ANFIS 設計之平衡追蹤控制模擬

由於所研究的可調整擺錘之倒單擺系統，所推導的數學模型，其動力微分方程式過於龐大，因此先以簡化的倒單擺系統，先進行平衡追蹤控制的模擬。模擬的結果是可行的，雖然控制的最佳化不完美，不盡理想，但是由於 ANFIS 設計的控制方法是可行的，也更加確信此設計方法，可以實現所研究的可調整擺錘之倒單擺追蹤系統。本章將陳述利用 ANFIS 設計追蹤系統的模擬過程與結果。

### 4-2-1 應用 ANFIS 的離線訓練控制架構

將倒單擺系統的數學模型所推導出的動力微分方程式，寫入如前章所述的圖 3-12 可調整擺錘之倒單擺的動力學模型模擬方塊圖內並封裝為子系統存檔，做為應用 ANFIS 的訓練的目標模型，進而產生模糊控制器的控制規則，再植入模擬軟體的模糊推論的模擬方塊。

訓練產生模糊控制規則的方法，首先由此系統可描述狀態的四個參數，擺杆擺角，擺角角速度，擺錘質心投影點的位置和其速度組成一組資料對。

設計程式，可將各狀態參數經由指定設定其極值並分割，其分割數目和分割區域的大小，可由人員指定。如此可以產生大量的可供排列組合的分割點而組成 ANFIS 的訓練資料對集合。

得到的封裝後的倒單擺模型子系統和經過 ANFIS 所訓練的模糊控制器，用以建構如第三章圖 3-13 所示的可調整擺錘之倒單擺閉迴路控制模擬方塊圖。在圖中可以看到有四個示波器，可以顯示擺杆角度，擺杆速度，擺錘質心在滑車運動方向的投影點位置，和其速度。如下圖 4-26 至圖 4-29，為利用 ANFIS 訓練所得之模糊控制器所顯示的，利用 MATLAB 的圖形工具所觀察，當經過訓練後產生的模糊歸屬函數，並且可做進一步的修改。而圖 4-30 為利用 ANFIS 訓練後所產生的模糊控制曲面。

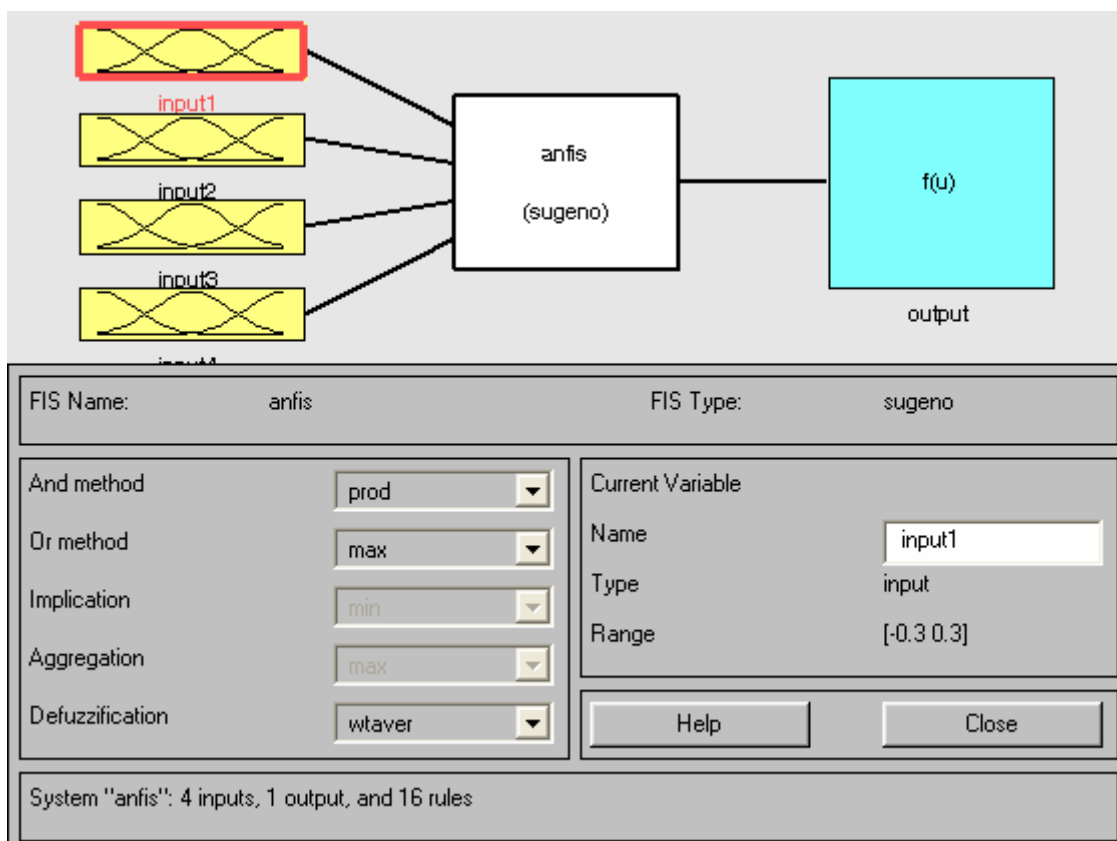


圖 4-26 模糊推論編輯對話窗

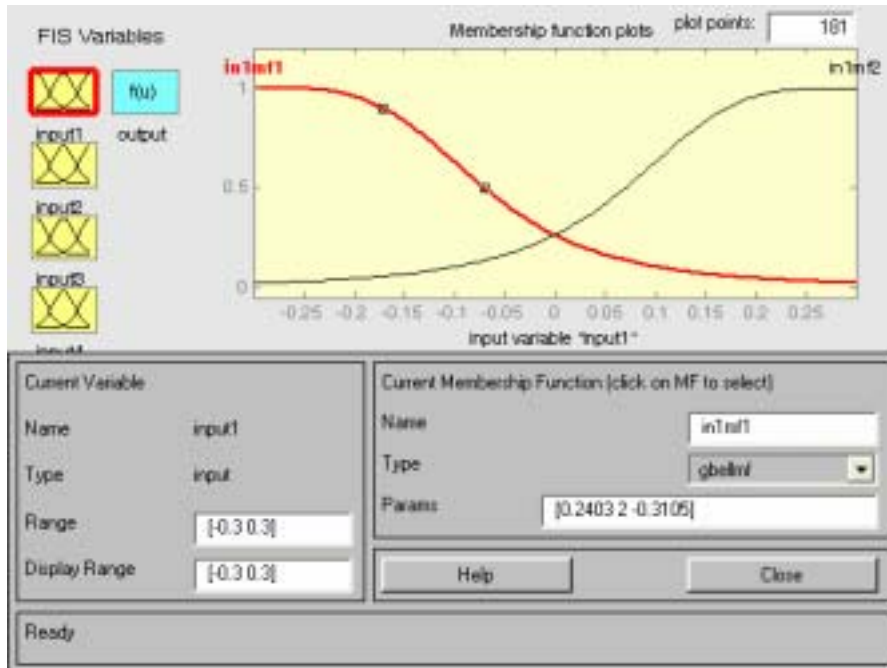


圖 4-27 歸屬函數對話視窗



圖 4-28 模糊規則編輯對話窗



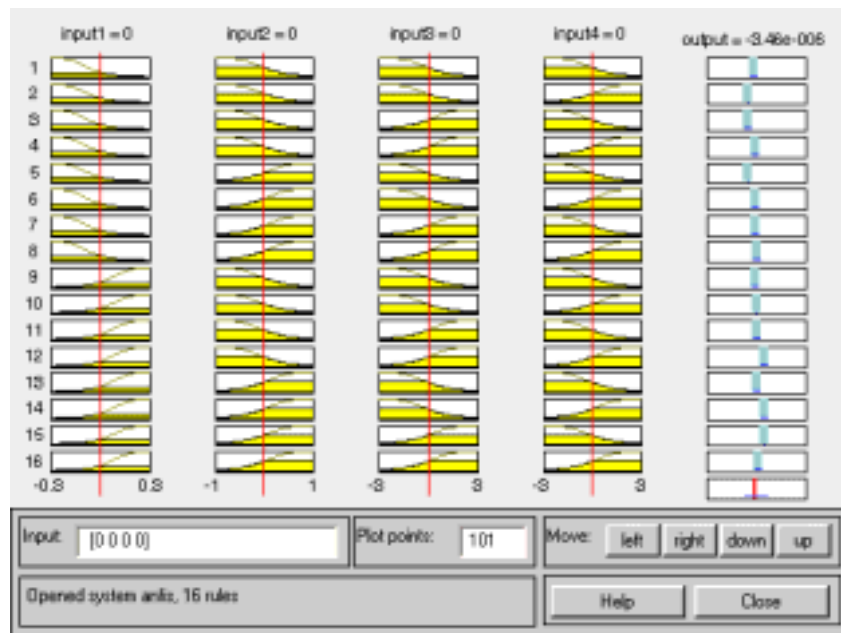


圖 4-29 模糊規則觀察器視窗

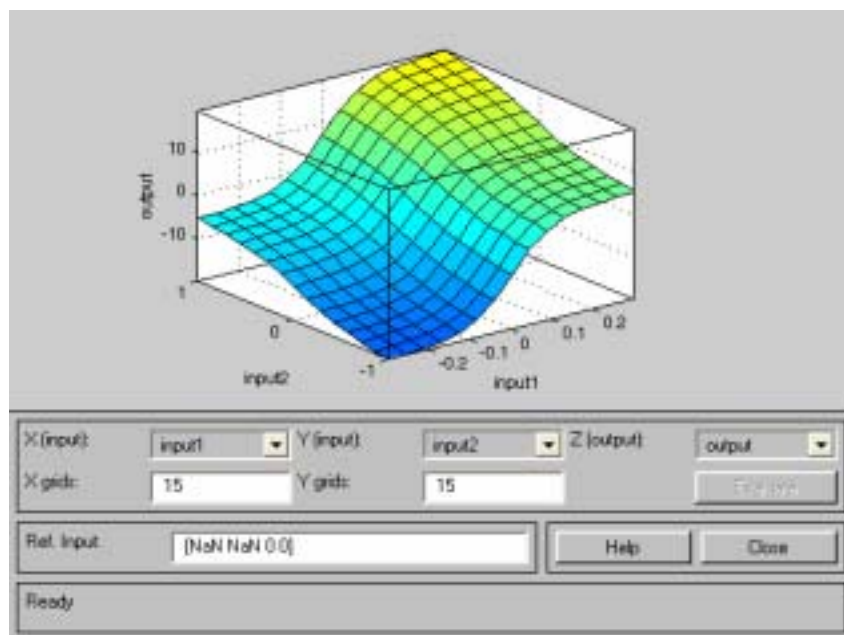


圖 4-30 模糊控制曲面對話窗

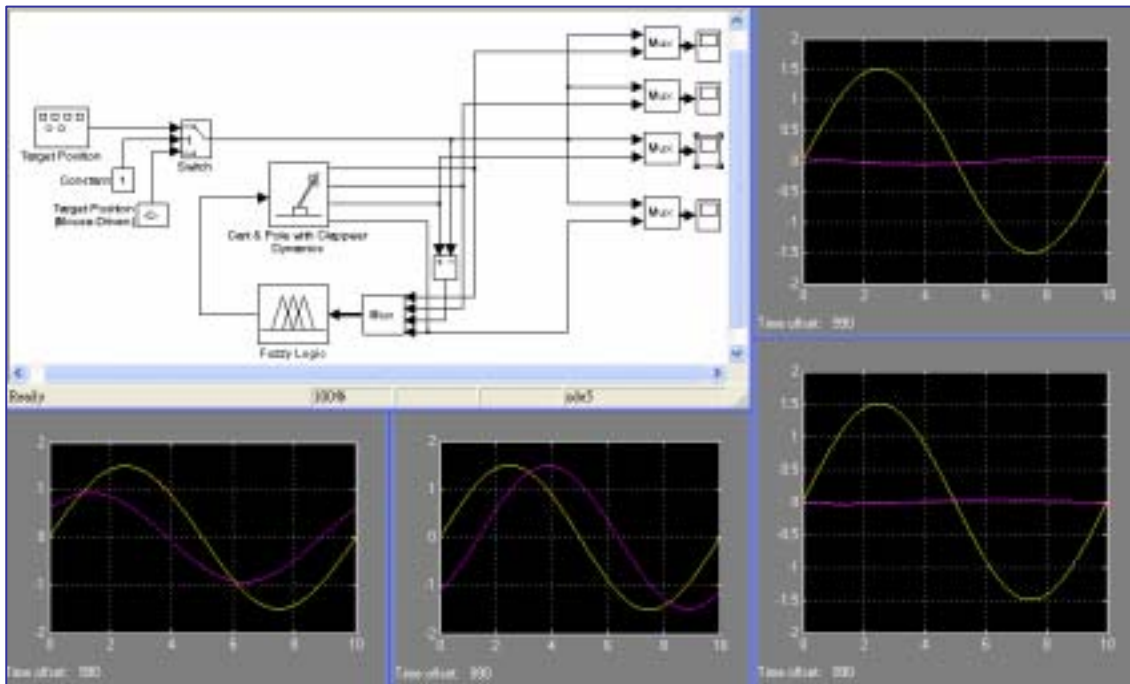


圖 4-31 利用 ANFIS 訓練而產生的模糊控制之模擬畫面

上圖 4-31 所示之模擬畫面，有四個示波器，可以顯示擺杆角度，擺杆速度，擺錘質心在滑軌的投影點位置，和在滑軌的投影點的速度。但是以人最容易感覺出的模擬圖示，是以擺杆角度的模擬波形和擺錘質心在樞軸運動方向的投影點位置的追蹤波形最易看出控制性能。因此接著所要陳述的各個波形的追蹤控制的模擬結果。將以此兩個的示波圖形來說明控制效果。

#### 4-2-2 弦波追蹤控制模擬結果

由 ANFIS 所訓練出的模糊推理控制系統，在做各個波形的模擬之前，需對輸入訊號波形的參數做事先的調整，如下圖 4-32 所示，模擬前可對弦波做振幅和頻率大小的事先設定。至於要設定的大小程度如何？與設計初期的規格定義，被控制對象的機構規格和產生控制器訓練的規則有關。

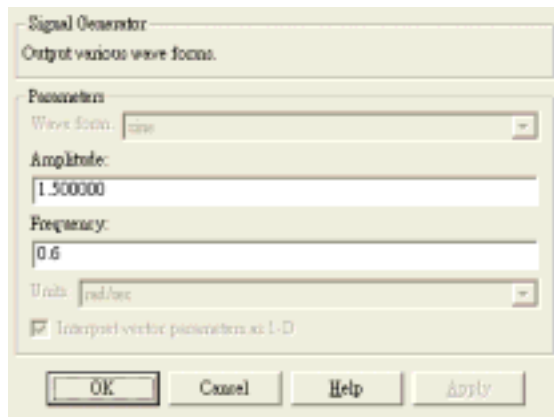


圖 4-32 設定弦波追蹤模擬輸入訊號的振幅和頻率的大小

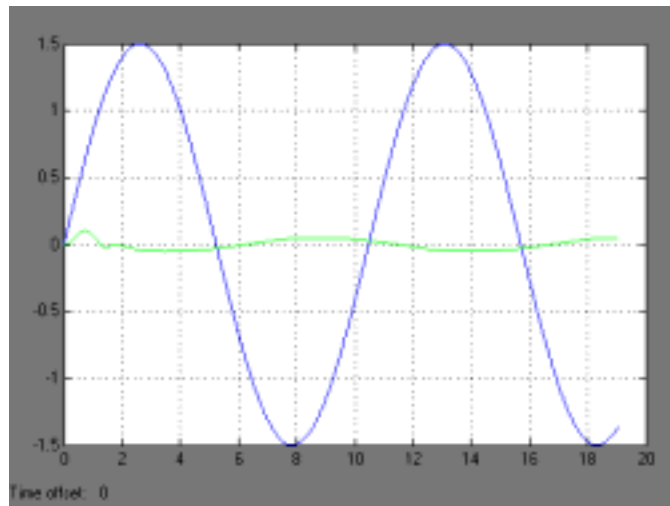


圖 4-33 各輸入狀態空間變量的平均切割點數目 5 時，擺角的弦波追蹤模擬

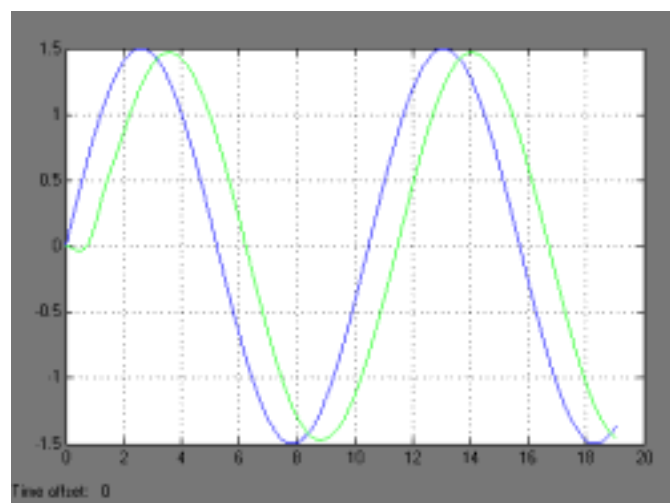


圖 4-34 平均切割點數目為 5 時，擺錘質心投影點的弦波追蹤模擬

由上圖 4-33 可看出，在模擬一開始時，擺角的軌跡，並不平順。可能與訓練產生模糊規則時，輸入狀態空間變量的切割點數目不夠，而造成模糊控制曲面不平滑，使得模擬初始軌跡不平順。事實上，在此次模擬之後，將各個輸入狀態空間的平均切割點數目，由 5 變成 10。並重新訓練產生新的模糊控制系統，再一次做對弦波信號的平衡追蹤控制模擬。結果發現追蹤軌跡初始不平順的現象，有了明顯的改善，如下圖 4-35 與圖 4-36 所示。

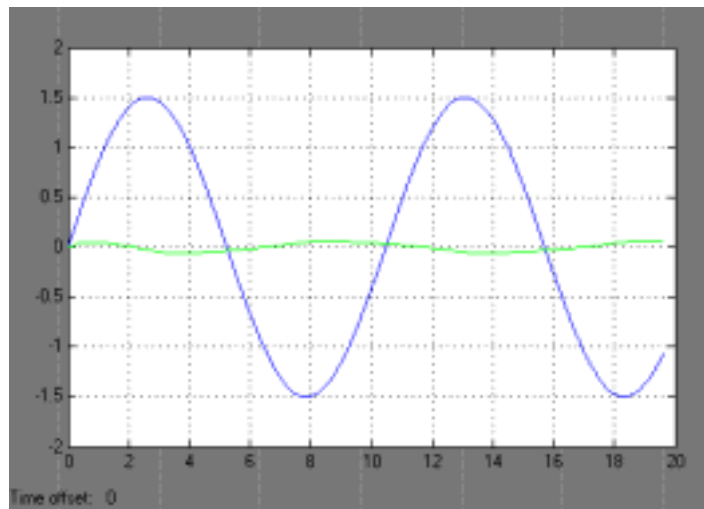


圖 4-35 各輸入狀態空間變量平均切割點數目為 10 時，擺角的弦波追蹤模擬

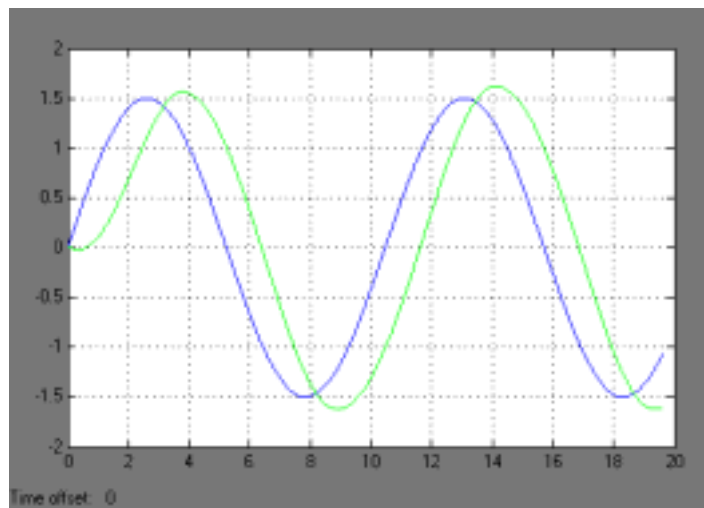


圖 4-36 平均切割點數目為 10 時，擺錘質心投影點的弦波追蹤模擬

雖然各個輸入狀態空間的平均切割點數目，由 5 變成 10，使得模擬結果，有了平順的改善，但是也付出了一些代價。由於平均切割點數目的增加，而增長了產生模糊控制器控制規則的訓練時間。

以下為對其它輸入訊號波形的平衡追蹤控制模擬，皆是各個輸入狀態空間的平均切割點數目為 10 時，所訓練產生出的模糊控制器所模擬的圖形。

#### 4-2-3 方波追蹤控制模擬結果

如下圖 4-37 為方波輸入訊號的振幅和頻率的大小的設定，而圖 4-38 和圖 4-39 為對此項設定之方波輸入訊號所產生的平衡追蹤控制的模擬示波圖。

由於訓練產生控制器時，牽涉到的調整參數有多項，包含 LQR 最佳化參數的設定，輸入動態空間的設定及輸入訊號的設定。所以如何使訓練出來的模糊推論控制器的性能達到最好，視個人的經驗和一些最佳化的手法。

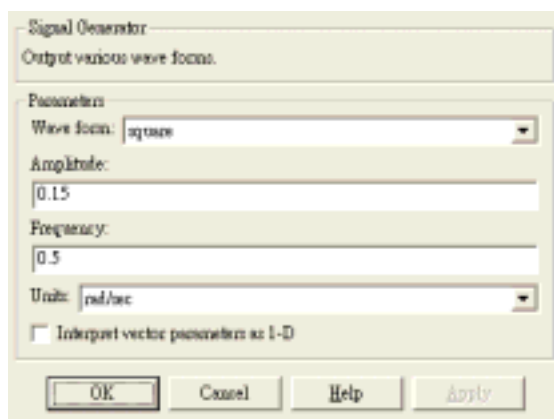


圖 4-37 設定方波輸入訊號的振幅和頻率的大小

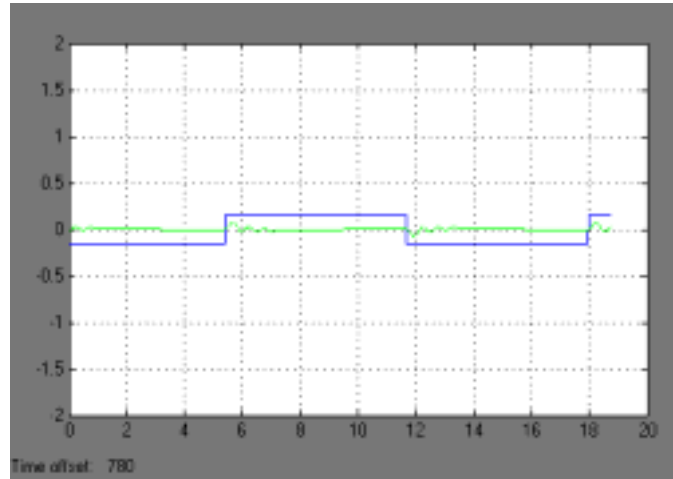


圖 4-38 擺角的方波追蹤模擬

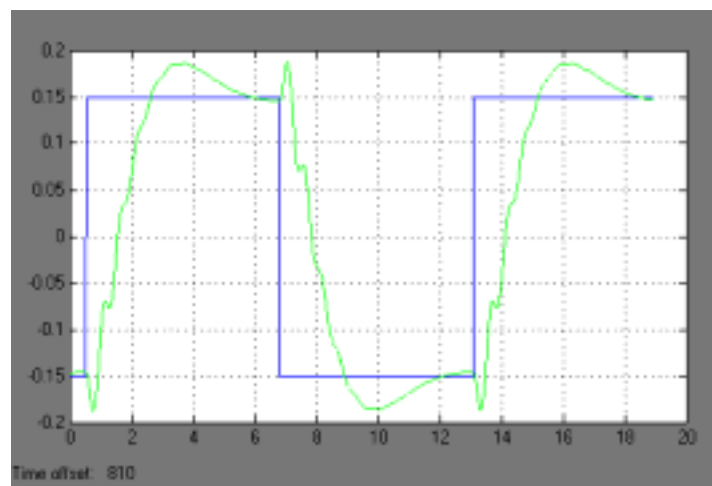


圖 4-39 擺錘質心投影點的方波追蹤模擬

#### 4-2-4 鋸齒波追蹤控制模擬結果

如下圖 4-40 鋸齒波輸入訊號的振幅和頻率的大小的設定，而圖 4-41 和圖 4-42 為對此項設定之鋸齒波輸入訊號所產生的平衡追蹤控制的模擬示波圖。由於輸入訊號的振幅超過控制器所能承受，所以模擬不到九秒鐘，倒單擺無法平衡而傾倒。

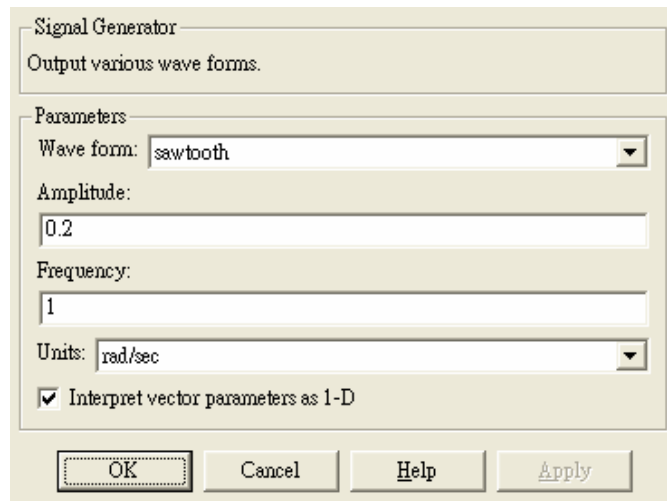


圖 4-40 設定鋸齒波輸入訊號的振幅和頻率的大小

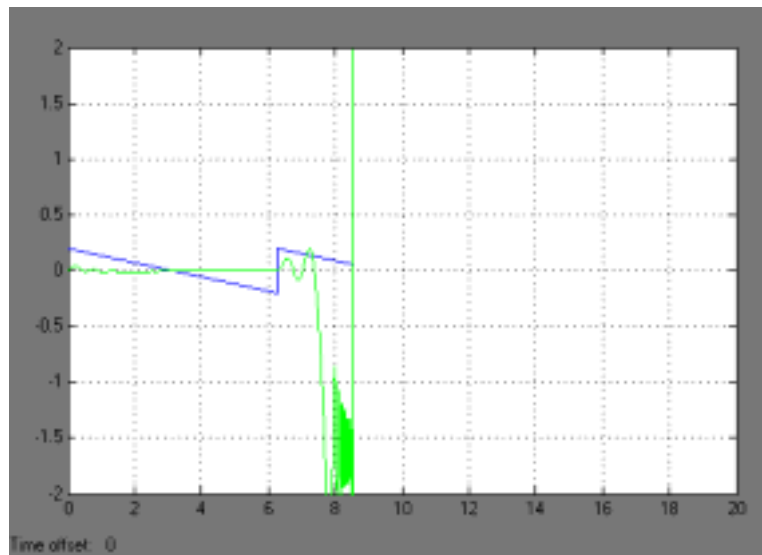


圖 4-41 擺杆對鋸齒波的平衡追蹤控制，失敗所造成的傾倒

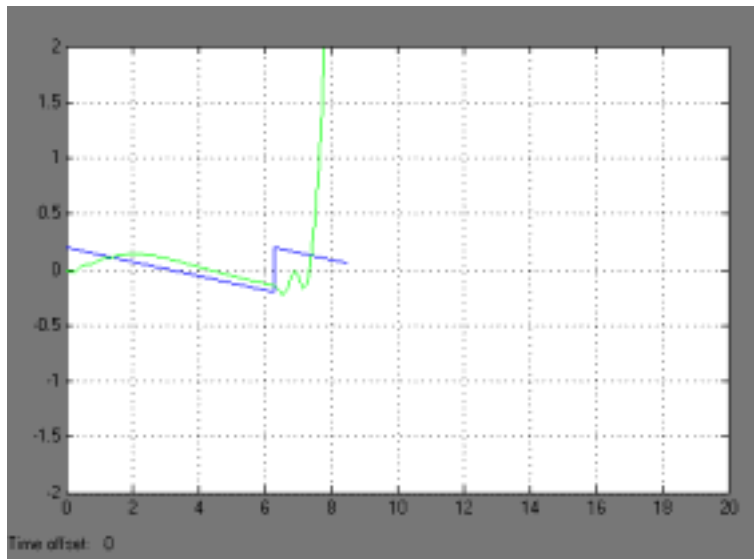


圖 4-42 擺錘質心的投影點對鋸齒波的平衡追蹤控制，失敗的模擬示波圖

針對同一個訓練產生的控制器，並如圖 4-43 所示，重新設定鋸齒波輸入訊號的振幅和頻率的大小。重新模擬產生如圖 4-44 和圖 4-45 為對此項設定之鋸齒波輸入訊號所產生的平衡追蹤控制的模擬示波圖。

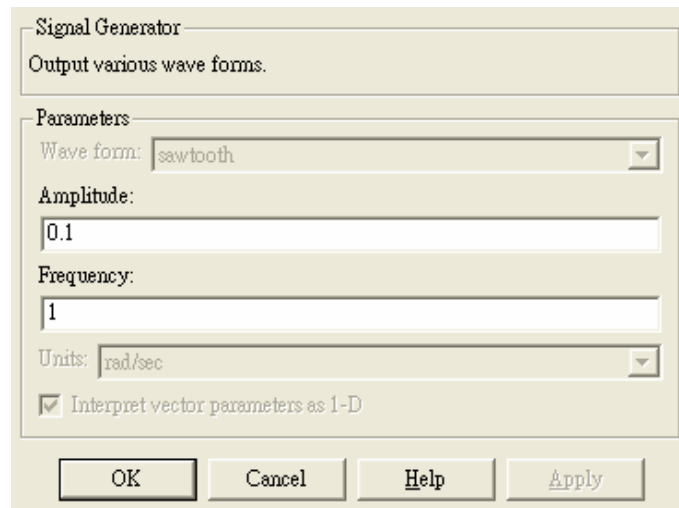


圖 4-43 重新設定鋸齒波輸入訊號的振幅和頻率的大小



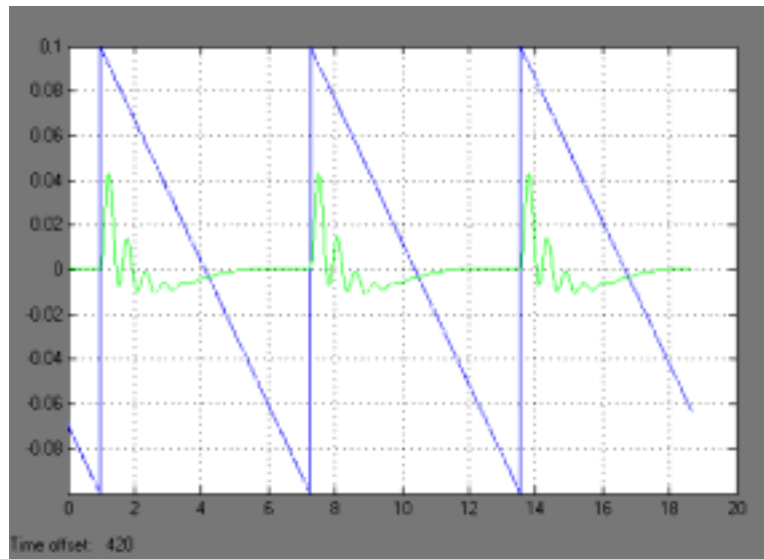


圖 4-44 擺杆對鋸齒波的平衡追蹤控制模擬示波圖

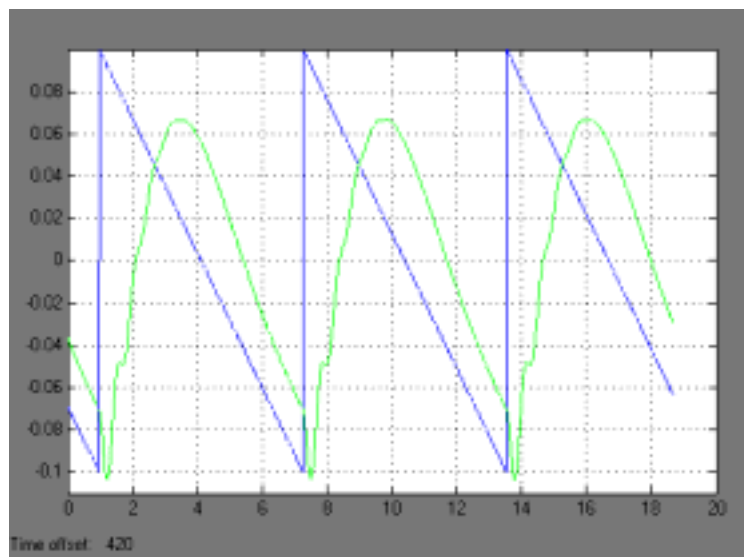


圖 4-45 擺錘質心的投影點對鋸齒波的平衡追蹤控制模擬示波圖

#### 4-2-5 隨機波形追蹤控制模擬結果

如下圖 4-46 為隨機波形輸入訊號的振幅和頻率大小的設定，而圖 4-47 和圖 4-48 為對此項設定之隨機波形輸入訊號所產生的平衡追蹤控制的模擬

示波圖。

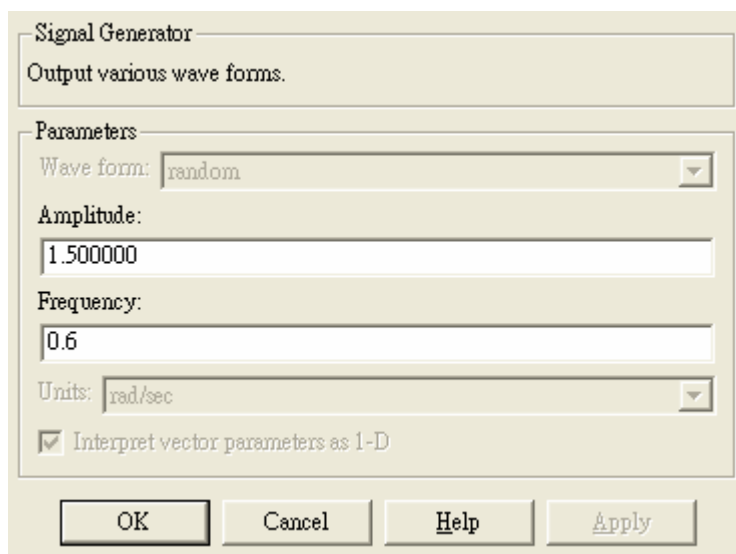


圖 4-46 設定隨機波形輸入訊號的振幅和頻率的大小

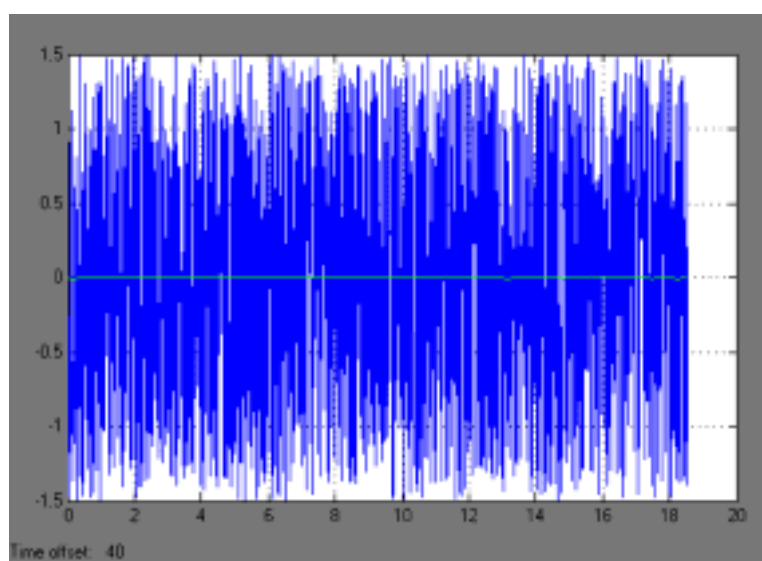


圖 4-47 擺角的隨機波形輸入訊號追蹤控制模擬

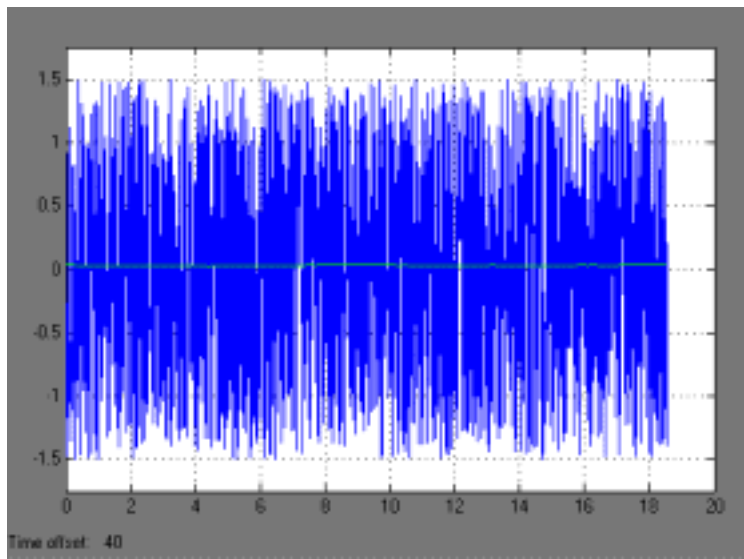


圖 4-48 擺錘質心投影點的隨機波形追蹤控制模擬

從模擬示波圖可以看出，雖然隨機波形輸入訊號變動很快而且頻繁，但擺杆擺角和擺錘質心的投影點位置變化不大。可見得所訓練得到的控制器，對在有限振幅的高頻擾動，沒然沒有平衡追蹤的即時響應，但是如用在平衡定位控制上，反而有不錯的強健性(Robustness)效果。

