

Bloom認知領域教育目標分類的修訂版應用於數學領域之命題實例

曹博盛 副教授

◎ 國立臺灣師範大學數學系

摘要

自從Bloom等人（1956）認知領域教育目標分類方法被引入臺灣之後，在臺灣地區廣泛地被使用在各個學科的學習成就評量試題的命題中。在各類的數學試題設計的雙向細目表中，橫軸經常是根據Bloom等人的認知教育目標分類，分成知識、理解、應用、分析、綜合、評鑑六個層次。在2001年的修訂版出現之後，也開始慢慢受到各界的重視。在數學科的學生學習評量中，要如何應用這個修訂版的認知教育目標分類，正是中小學教師相當關注的一點。本文將作者在研究所上課所用之講義改寫，希望能對第一線的教師在數學命題的工作上有幫助。

關鍵詞：事實知識、概念知識、程序知識、後設認知知識、記憶、了解、應用、分析、評鑑、創造

Examples of Applying the Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives to Mathematics Assessment Items

Poson D. Tsao Associate Professor

© Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

Abstract

Since the Taxonomy of educational objectives (The classification of educational goals): Handbook 1: Cognitive domain (1956) was introduced to Taiwan, it is extensively used in the creation of assessing students' achievement test items in many subjects. On the specification table of test items, the horizontal axis is categorized by six levels: knowledge, comprehension, application, analysis, synthesis, and evaluation based on Bloom et al (1956). The appearance of the revision of Bloom's taxonomy of educational objectives receives the attention gradually since 2001. How to use this new taxonomy in assess students' mathematics achievement, it becomes the focus of mathematics teachers in elementary and secondary school. This article is rewritten from the handout of my graduate assessment course. I hope it will be useful to the mathematics teachers when they formulate questions for a test or examination.

Keywords: factual knowledge, conceptual knowledge, procedural knowledge, meta-cognitive knowledge, remember, understand, apply, analyze, evaluate, create

自Bloom等人在1956年提出教育目標分類手冊I認知領域 (Taxonomy of Educational Objectives: Handbook I: Cognitive Domain) (簡稱舊版) 以來, 受到美國教育界的矚目, 其後針對各學科的應用, Bloom、Hastings與Madaus三人於1971年彙編了Handbook on formative and summative evaluation of student learning一書。透過該手冊, 介紹該教育目標分類系統於中小學各學科的實際應用, 因而使得這個分類系統更廣為流傳使用。在臺灣地區, 於60、70年代由於教育當局的採用, 在當時中小學各科目的教案編寫、命題編制都使用該分類法 (科教中心, 1975, 1982, 1983), 甚至到80年代臺灣省及臺北市的高中聯考各科命題, 其中的試題雙向細目表, 也都還是使用Bloom的認知領域教育目標, 例如七十九學年度臺灣省暨高雄市公立高級中學招生聯合命題、印卷研究報告 (聯合命題印卷委員會, 1990), 臺北區公立高級中學聯合招生研究報告 (八十八學年度聯合招生委員會, 1999)。

但是該分類系統經過多年的使用, 使用者對於該系統仍有困擾, 例如依線性排列主類別目標, 以致有些較低層次目標反而較高層次目標複雜; 有些分類區分不足, 造成混淆。此外, 加上這50多年來在教育及其相關領域的學術研究成果 (特別是教育心理學), 對於人類認知行為有較不同的看法, 因此開始有人 (如Bloom, 1994; Furst, 1994;

Anderson & Sosniak, 1994) 呼籲該分類系統需要重新檢討。經過多年的討論, 在2001年Anderson等人出版了Bloom教育目標分類系統的修訂版 (A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives) (簡稱修訂版)。

臺灣地區到2003年開始見到Bloom認知領域教育目標修訂版的介紹 (見葉連祺與林淑萍, 2003)。李坤崇 (2004) 曾舉了一些命題實例, 但並不是針對數學領域來舉例, 所以對於第一線的數學教師與初學者較不容易體會, 因此為中學數學教師提供一份Bloom認知領域教育目標修訂版的入門參考資料, 以方便他們應用於評量中學生數學學習成就, 是撰寫本文的主要目的。

秉著行動研究的精神, 參考修訂版的原著, 並配合國高中數學領域的課程綱要, 編寫出一份講義, 使用於作者在大學部與研究所的評量課程中, 經過幾年課堂上不同班級學生的多次討論、修正、再修正, 完成此篇文章的內容。

由於修訂版與舊版之間雖有諸多改變, 但仍有一部分內容可以看到舊版的思維, 因此在討論這些改變之前, 先對舊內容作一簡要介紹, 對舊版有興趣的人可以進一步直接去查閱原書或黃光雄等人 (1983) 所編譯, 由復文圖書出版社出版的翻譯本。不過我們將焦點放在修訂版使用於評量上的應用。

壹、舊版教育目標分類系統簡介

舊版認知教育目標分類系統，主要分成知識（knowledge）、理解（comprehension）、應用（application）、分析（analysis）、綜合（synthesis）、評鑑（evaluation）六個層次：

一、知識的認識

所學知識的單純回憶行為。

(一)個別或特定事物的知識

- 1.術語的知識：即認識特定符號(文字與非文字的)所指的事物。術語在此指的是數學名詞。在這層次中，學生要能認出該名詞所代表的事物。
- 2.個別事實的知識：所謂個別事實，係指那些可以一一予以分立為個別要素(如日期、事件、人物、地點等)的事實。

(二)處理個別事物的途徑和方法的知識

方法的知識指的是解決問題的方法或是分類、判別準則的知識，在此層次僅要求學生知道有這些方法即可，並不要求學生使用這些方法或準則。

- 1.各種慣例的知識：就是數學上習慣的說法、用法、約定、規則等，它是約定成俗，大都沒有特別的理由。
- 2.趨勢及順序的知識：此指的是數學上發展的趨勢以及處理問題的程序等的知識。
- 3.分類的知識：在數學上爲了將複雜現象

簡化，常將各種問題、事物或現象等加以分類，學生需要知道分類的方法、標準以及類別。

- 4.準則的知識：此爲判別各種現象的準則。
- 5.方法的知識：這裡強調的是記憶各種方法，知道有哪些方法即可，並不需要會加以應用。在數學上方法的知識包括簡單的計算與作圖，以及處理各類數學問題的方法等。

(三)某一領域普遍及抽象的知識

- 1.原理與通則的知識：此即數學上的公理、公設及性質
- 2.理論與結構的知識

二、知識的理解

理解的重點放在教材意義和意向的掌握上，即當學生遇到一個訊息溝通時，需知道溝通的內容是什麼，且能利用其所包含的資料或觀念。

(一)變換表達方式的能力：如以自己的話轉述所學的知識；將所學的知識列舉適當的例證；由數據列成圖表或圖解；敘述、算式、符號的轉換；說明圖表、圖解的內容；變換各種性質的表達方式；將抽象觀念變換爲具體觀念。

(二)解釋問題的能力：如由圖表、圖解說明相關關係；指出數據所表的關係；重組所學的知識；指出相關事物或圖形間的異同點；指出相關事物或圖形間的因果關係；正確使用公式或法則；根據所給準則分類。

(三)演繹推理的能力：如根據所得數據資料，測定其必然的結論；由觀察或實驗的結果，作適當的結論；變換所得的公理、公設、法則、定理、公式等，作適當的結論。

三、知識的應用

所學知識應用於新的具體或現實的情況。

理解與應用的區別在於，理解是指學生充分認識問題的抽象性，當學生個別被要求去做此問題時，能正確說明其用法；然而應用則超越此範圍，當學生被給予一個新問題時，能正確地應用其抽象性。在數學科包括原理或法則的應用(如術語、符號的應用；公理、公設、法則的應用；定理、公式的應用)及科學技能的應用(如使用儀器來度量或繪圖；製作圖表、教具)。

四、知識的分析

強調將教材打散成各組成部分，並探求各部分間的關係和它們的結合方式。分析同時探討材料和形式二者，但理解則只探討材料的內容。

- (一)分析組成要素的能力：指分析訊息中尚未為作者所標示或指明的要素，如某段論證的性質和作用。有能力辨別事實和假設，區分出結論與支持結論的論點。
- (二)分析相互關係的能力：如指出假設與結論間的相互關係；指出事實與圖形間的相互關係；判別問題或結果的可靠性、合理性；區別事實的結論與推論。

(三)分析組織原理的能力：指對訊息結構與組織的分析，如指出事實的組織原理；指出過程的組織原理。

五、知識的綜合

就是把各種要素和部分安置在一起組成一個整體，包含新舊經驗的再結合、再結構，使成為一種新的、更為統整的整體。

- (一)一種獨特溝通的成果：如將片段的知識，綜合成新的整體；將觀察或實驗的事實，運用圖表做記錄；根據所給的主題，寫出組織化的論說；根據所給的主題，製作成模型。
- (二)計畫或操作組的產出；如解決探討問題，寫出具體可行的計畫或步驟；根據觀察或實驗的事實，建立或修正假設。
- (三)衍生一套抽象的關係：如研究現象或以現象為基礎的事實，然後提出用來歸類或組織現象或事實，使成邏輯上一致的基模(Scheme)，可用來合理地說明現象；根據觀察或實驗的結果，寫出適當的定義。

六、知識的評鑑

指根據某些目的來對觀念、作品、解題、方法和材料作價值判斷。需對評價的事物、觀念或活動的各層面作周詳的考量。

- (一)依內在證據來判斷：如指出論證中的一致性、邏輯謬誤；判斷實驗結論是否有充分的數據支持；判斷學術或任何研究

報告在理論結構上是否合乎科學邏輯。

(二)依外在標準來判斷：就是參照選擇出來的或記憶中的規準去作為評價的參考架構，它多少包含了一些主觀的判斷，如評鑑所作實驗或所得的知識對於科學的價值或貢獻；評鑑所學知識或所做研究工作，對於人類生活或科學的價值或貢獻。

貳、修訂版教育目標分類系統簡介

一、修訂後Bloom的認知領域教育目標的知識向度之架構

(一)事實知識 (factual knowledge) — 學生要熟悉某門學科或解決其中的問題所必須知道的基本要素。

- 1.術語的知識 (knowledge of terminology)
- 2.特定細節與要素的知識 (knowledge of specific details and elements)

(二)概念知識 (conceptual knowledge) — 就是基本要素之間的關係，它使基本要素在一個較大的結構中能一起作用。

- 1.分類與種類的知識 (knowledge of classifications and categories)
- 2.原理與通則化的知識 (knowledge of principles and generalizations)
- 3.學說、模式與結構的知識 (knowledge of theories, models, and structures)

(三)程序知識 (procedural knowledge) — 如何去做某件事的方法、探索的技巧、以及使用技能、算則、技巧和方法的標準。

- 1.特定學科的技能與算則的知識 (knowledge of subject-specific skills and algorithms)
- 2.特定學科的技巧與方法的知識 (knowledge of subject-specific technique and methods)
- 3.決定何時使用適當程序的標準的知識 (knowledge of criteria for determining when to use appropriate procedures)

(四)後設認知知識 (meta-cognitive knowledge) — 一般認知的知識，以及自我認知的知識與察覺

- 1.策略的知識 (strategic knowledge)
- 2.關於認知任務的知識，包括適當的脈絡與條件的知識 (knowledge about cognitive tasks, including appropriate contextual and conditional knowledge)
- 3.自我的知識 (self-knowledge)

二、修訂後Bloom的認知領域教育目標的認知歷程向度之架構

(一)記憶 (remember) — 從長期記憶區取回 (retrieving) 有關的知識。

1. 識別 (Recognizing) = 確認 (identifying)
2. 回想 (Recalling) = 取回 (retrieving)

(二)了解 (understand) — 從教學訊息 (包含

口頭、書面與圖形等形式的溝通)建構意義。

1. 詮釋 (Interpreting) = 釐清 (clarifying), 改寫 (paraphrasing), 呈現 (representing), 轉譯 (translating)

2. 舉例 (Exemplifying) = 圖解 (illustrating), 舉實例說明 (instantiating)

3. 分類 (Classifying) = 分類 (categorizing), 歸屬 (subsuming)

4. 總結 (Summarizing) = 摘要 (abstracting), 一般化 (generalizing)

5. 推論 (Inferring) = 外推 (extrapolating), 內推 (interpolating), 預測 (predicting)

6. 比較 (Comparing) = 對照 (contrasting), 比對 (mapping), 配對 (matching)

7. 解釋 (Explaining) = 建構 (constructing), 建模 (models, [sic])

(三)應用 (apply) — 在所給的情況下執行 (carrying out) 或使用某個程序 (procedure)。

1. 執行 (Executing) = 執行 (carrying out)

2. 實行 (Implementing) = 使用 (using)

(四)分析 (analyze) — 將一個物件分解成數個組成成分，並且決定這些成分之間以及與整體的架構或目的間的關連。

1. 辨別 (differentiating) = 區別 (discriminating), 分別 (distinguishing), 聚焦 (focusing), 選取 (selecting)

2. 組織 (organizing) = 尋找 (finding), 連貫 (coherence, [sic]), 整合 (integrating), 概述 (outlining), 剖析 (parsing), 構造 (structuring)

3. 歸因 (attributing) = 解構 (deconstructing)

(五)評鑑 (evaluate) — 根據規準或標準下判斷。

1. 檢查 (checking) = 協調 (coordinating), 偵測 (detecting), 監督 (monitoring), 測試 (testing)

2. 評論 (critiquing) = 判斷 (judging)

(六)創造 (create) — 將元素一個組合成有條理或具功能的整體；將元素重組成一個新類型或結構。

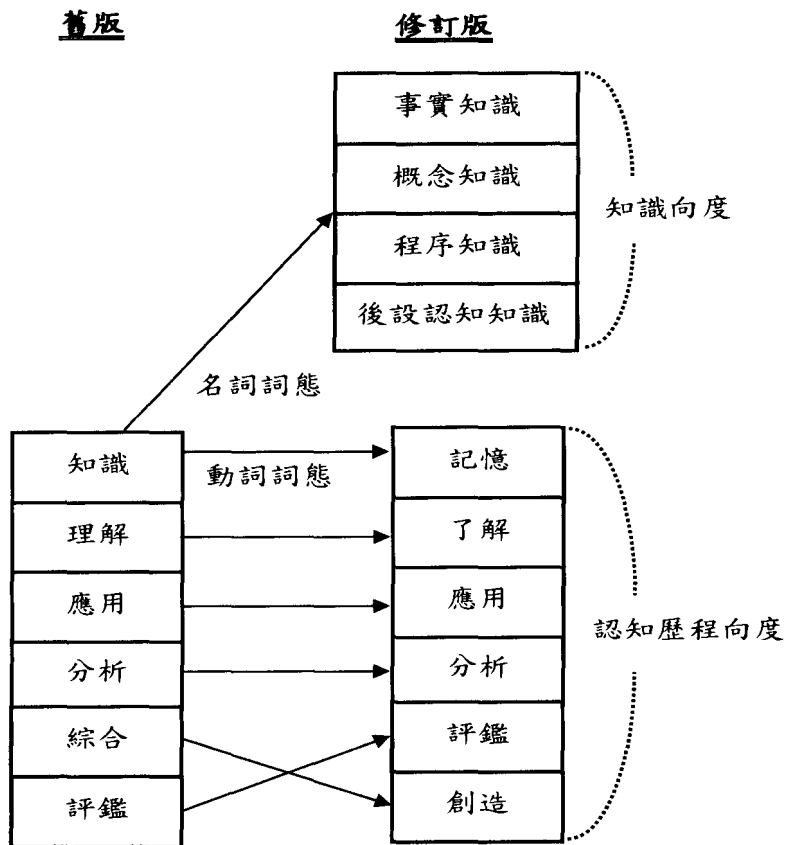
1. 產生 (generating) = 假設 (hypothesizing)

2. 規劃 (planning) = 設計 (designing)

3. 製作 (producing) = 建立 (constructing)

參、修訂版與舊版教育目標分類系統的差異

一、修訂版將原來單一向度的分類分成知識與認知歷程兩個向度。



二、在認知歷程向度所用的標籤均改為動詞，而知識向度則使用名詞來呈現。

三、將舊版中的「綜合」與「評鑑」這兩個層次交換次序，並且改名稱爲「評鑑」與「創造」。

四、修訂版著重課程、教學、評量三者的連結，而藉由雙向細目表（如下表）的使用，來安置課程設計、教學活動與教學評量。

| 知識向度 | 認知歷程向度 | | | | | |
|--------|--------|------|------|------|------|------|
| | 1.記憶 | 2.了解 | 3.應用 | 4.分析 | 5.評鑑 | 6.創造 |
| 事實知識 | | | | | | |
| 概念知識 | | | | | | |
| 程序知識 | | | | | | |
| 後設認知知識 | | | | | | |

肆、Bloom修訂版知識向度在數學領域評量上的命題舉例

一、事實知識(factual knowledge)

學生要溝通、了解或對某門學科做有系統的組織，以及解決其中的問題所必須知道的基本要素，它經常伴隨著較具體的代表物（referents）。

(一)術語的知識（knowledge of terminology）：它包含特定語言（verbal）與非語言形式的標籤（labels）與符號（symbols），例如文字、數字、記號、圖形、……等。學生在此要能認出該標籤或符號所代表的事物。

例1. () 下列哪一個角度是銳角？

- (1) 45° (2) 90° (3) 135° (4) 180°

例2. () 下列哪一個數是質數？

- (1) 1 (2) 2 (3) 55 (4) 91

例3. () 在一個三角形中，連接一個頂點和它對邊中點的線段，稱為此三角形的一條 (1) 中線 (2) 平分角線 (3) 高 (4) 中垂線

例4. () 在直角三角形ABC中，若 $\angle C = 90^\circ$ ，那麼線段 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的比 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ 叫做 $\angle A$ 的 (1) 正弦 (2) 餘弦 (3) 正割 (4) 餘割

例5. () 一個整數n的絕對值，應該記成下列哪一個記號？

- (1) \sqrt{n} (2) $|n|$ (3) $-n$ (4) 2^n

例6. () 符號「 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 」表示下列哪一個意義？

- (1) \overline{AB} 與 \overline{CD} 互相垂直
 (2) \overline{AB} 與 \overline{CD} 互相平行
 (3) \overline{AB} 與 \overline{CD} 頂多交於一點
 (4) \overline{AB} 與 \overline{CD} 不在同一平面上

例7. () 符號「 $5!$ 」表示成下列哪一個式子？

- (1) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times$ (2) $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 (1) $5 + 5 + 5 + 5 + 5$ (2) $5 + 4 + 3 + 2 + 1$

(二)特定細節與要素的知識（knowledge of specific details and elements）：有關事件、位置、

人、日期、資訊來源等的知識。

例1. 一個正數有_____個平方根。

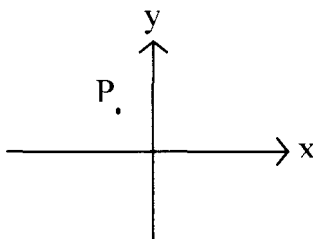
例2. 一個三角形有_____個邊。

例3. () 銳角三角形是指一個三角形，它具備有下列哪一個特性？

- (1) 沒有一個內角是銳角 (2) 每一個內角都是銳角
(3) 恰有一個內角是銳角 (4) 恰有一個內角不是是銳角

例4. () 如下圖所示，P點所在的位置是在坐標平面上哪一個象限？

- (1) 第一象限 (2) 第二象限
(3) 第三象限 (4) 第四象限



二、概念知識(conceptual knowledge)

就是基本要素之間的關係，它能使基本要素在一個較大的結構中一起發生作用。它包括類別、分類以及它們之間關係的知識。分類與類別形成原理與通則的基礎，接著原理與通則又形成理論、模組與結構的基礎。

(一)分類與種類的知識 (knowledge of classifications and categories)：將事物分類使得現象更結構化與系統化。它一般比術語及特定知識還要抽象一點，而且形成特定元素間的連結 (links)。

例1. () 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 是下列哪一種三角形？

- (1) 銳角三角形 (2) 直角三角形
(3) 鈍角三角形 (4) 資料不足，無法判斷

例2. () 若 $\angle A = 49^\circ$ ，那麼 $\angle A$ 是下列哪一種角？

- (1) 銳角 (2) 直角 (3) 鈍角 (4) 平角

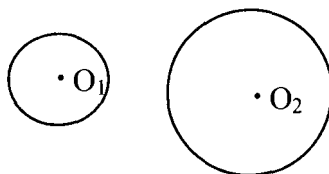
例3. () 如右圖所示，圓 O_1 與圓 O_2

是同一平面上的兩圓，請問

這兩圓的關係是下列哪一類？

(1) 內切 (2) 內離

(3) 外切 (4) 外離



例4. () 我們可以將 -4 , 0.3 , $\frac{5}{4}$, $\sqrt{3}$ 這四個數分為哪兩類？

(1) 小數與整數 (2) 有理數與無理數

(3) 分數與小數 (4) 整數與分數

例5. () 已知 $P(2, 3)$ 是坐標平面上的一個點，那麼 P 點是在坐標平面上哪一個象限？

(1) 第一象限 (2) 第二象限

(3) 第三象限 (4) 第四象限

(二)原理與通則化的知識 (knowledge of principles and generalizations) : 它包括特定抽象的

事物的知識，藉由它可以將觀察到的現象摘要。

例1. () 下列哪一個是三角形大邊對大角定理？

(1) 任意兩個三角形中，較大的邊所對的角較大。

(2) 兩個相似三角形中，較大的邊所對的角較大。

(3) 同一三角形中，較大的邊所對的內角較大。

(4) 同一三角形中，較大的邊所對的外角較大。

例2. 請寫出勾股定理（又稱畢氏定理）的內容。

例3 () 下列哪一個是圓面積的公式？

(1) $A = \pi r$ (2) $A = 2\pi r$ (3) $A = \pi r^2$ (4) $A = 2\pi r^2$

例4. () 下列哪一個關係不能用來判別兩個三角形是否全等？

(1) SAS (2) ASA (3) SSS (4) AAA

(三)學說、模式與結構的知識 (knowledge of theories, models, and structures) : 對複雜的現象、問題與事物，提出清楚、完整和系統性的觀點。

例1. 說出平行公設。

例2. () 若距離 = 速率 \times 時間，那麼下列敘述何者正確？

(1) 當距離一定時，速率與時間成反比

(2) 當速率一定時，時間與距離成反比

(3) 當距離一定時，速率與時間成正比

(4) 當時間一定時，速率與距離成反比

例3. () 在中小學課程中，介紹數系的擴展是依照下列哪一個順序？

- (1) 整數→自然數→實數→有理數
- (2) 實數→有理數→自然數→整數
- (3) 有理數→實數→整數→自然數
- (4) 自然數→整數→有理數→實數

三、程序知識(procedural knowledge)

如何去做某件事、探索的方法、以及使用技能、算則、技巧和方法的標準。

(一)特定學科的技能與算則的知識 (knowledge of subject-specific skills and algorithms)：程序性知識能被表示成一序列步驟，整個合起來稱為程序(procedure)。這些步驟有時候是有固定順序，有時候則需要判斷何者先做。使用程序知識的結果常得到事實知識或概念知識。

例1. 以加減消去法解下列二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

例2. 寫出兩個有理數的和： $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ _____。

例3. 作一線段的垂直平分線。

例4. 作一線段，使其長度為一已知線段長的三倍。

(二)特定學科的技巧與方法的知識 (knowledge of subject-specific technique and methods)：它指的是由觀察實驗或發現的一致性看法 (consensus)、協議 (agreement) 或學科的基準 (norm)。一般它反映出該學科專家如何思考與處理問題，而不是結果。

例1. 在坐標平面上，有什麼方法可以用來確認兩個線段是否相等？

例2. 在坐標平面上，有什麼方法可以用來確認兩個角是否相等？

例3. 有一條拋物線，我們要確定此圖形的方程式，至少要找到圖上幾個點？為什麼？

註：以拋物線方程式的一般式 $y = ax^2 + bx + c$ 來看，有 a 、 b 、 c 三個參數待確定，因此需要找出圖形中的三點。但若以拋物線方程式的標準式 $y = a(x-h)^2 + k$ 來看，只要所取的其中一點應為頂點，則參數 h 、 k 都確定，因此只要再取一點去確定參數 a 的值，也就是說只要取兩點即可。那麼是否可能只要取一點，就可以確定一條拋物線的方程式呢？

例4. 對於任意兩個分數 $\frac{a}{b}$ 與 $\frac{c}{d}$ ，要如何去比較它們的大小？

(三)決定何時使用適當程序的準則的知識 (knowledge of criteria for determining when to use appropriate procedures)：知道何時使用哪一個程序，就如同專家知道何時與何處要使用哪些合適的程序知識。

例1. () 下列哪一個分數最大？(1) $\frac{4}{7}$ (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{4}{8}$ (4) $\frac{5}{8}$

變形1： $\frac{4}{7}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{4}{8}$ 、 $\frac{5}{8}$ 這幾個分數中，哪一個最大？

變形2： $\frac{x-1}{x}$ 、 $\frac{x-2}{x}$ 、 $\frac{x-3}{x+1}$ 、 $\frac{x-2}{x+1}$ 這幾個分式中，若 x 為整數（但 $x \neq 0, -1$ ），試比較它們值的大小？

例2. () 下列哪一個數比 $\frac{11}{3}$ 大？

(1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{13}{4}$ (3) $\frac{13}{5}$ (4) $\frac{15}{6}$

註：此題學生可以做苦工的將五個分數都將分母通分，然後去比較分子的大小。學生也可能先觀察選項之後，與目標分數 $\frac{11}{3}$ 比較，由於分母3是介於2、3之間，所以猜

測 $\frac{11}{3}$ 是介於 $\frac{9}{2}$ 、 $\frac{13}{4}$ 之間，然後先將三數化成帶分數 $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ ， $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$ ，

$\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ ，因此它們之間的大小關係就容易驗證出來。

例3. 黃金旅行社招攬黃金旅遊兩天一夜旅行團，預定人數為30人，每人收費5000元，但達到30人以後，若每增加1人則每人減收100元。問應增加多少個人，這旅行社才能收到最多的錢？最多共可收到多少錢呢？

例4.
$$\begin{cases} 91x + 73y = 108 \\ 73y + 91x = 56 \end{cases}$$

四、後設認知知識(meta-cognitive knowledge)

一般認知的知識，以及自我認知的知識與察覺。

(一)策略的知識 (strategic knowledge)：指一般學習、思考或解題的策略，例如George Polya在如何解題中，所提到的一些啟發術如一般化、特殊化、類推、逆推法、分解與結合、……等策略。

例1. (a) () 若 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三邊長，且知 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

則 $\triangle ABC$ 一定是哪一種三角形？

- (1) 直角三角形 (2) 銳角三角形
(3) 鈍角三角形 (4) 資料不足無法判斷

(b) () 若 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三邊長，且知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a-b+c}$

則 $\triangle ABC$ 一定是哪一種三角形？

- (1) 不等邊三角形 (2) 以 c 為底邊的等腰三角形
(3) 正三角形 (4) 資料不足無法判斷

例2. () 在學習平面幾何中各種圖形的面積時，不可能根據下列哪一個順序去學習的？

- (1) 三角形 → 平行四邊形 → 正方形 → 矩形
(2) 矩形 → 平行四邊形 → 正方形 → 三角形
(3) 正方形 → 矩形 → 平行四邊形 → 三角形
(4) 矩形 → 正方形 → 平行四邊形 → 三角形

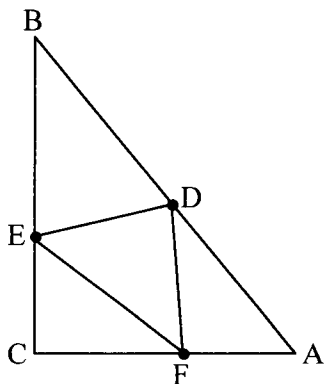
(二) 關於認知任務的知識，包括適當的脈絡與條件的知識 (knowledge about cognitive tasks, including appropriate contextual and conditional knowledge)：有關於何時以及為什麼使用某個策略是恰當地，也就是條件的知識 (conditional knowledge)。

例1. 在一已知三角形中，作一正方形，使二頂點在此三角形的底邊上，另二頂點各在三角形其餘的兩邊上。

例2. 有兩個角在不同的平面上，若其中一角的兩邊與另一角的兩邊分別平行且同向，試證這兩個角相等。

例3. 求解方程式 $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ (對象：國二以上的中學生)

例4. 在一直角 $\triangle ABC$ 中， D 為斜邊 \overline{AB} 的中點， E 、 F 分別為兩股 \overline{BC} 與 \overline{AC} 上任一點，試證 $\triangle DEF$ 的周長恆大於斜邊。





(三)自我的知識 (self-knowledge)：對於自己在認知與學習上的強弱方面的知識，以及對於自己知識基礎的廣度與深度的了解。例如知道自己分析的知識不如代數紮實。

例1. 請你寫出修完這門課的心得。

例2. 就一個高(國)中數學教師而言，你是否為一個成功的教師？請舉例說明。

伍、Bloom修訂版認知歷程向度在數學領域評量上的命題舉例

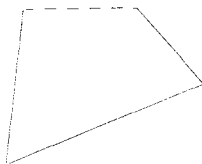
一、記憶(remember)

從長期記憶區取回 (retrieving) 有關的知識 (事實、概念、程序、後設認知四類知識都涵蓋在內)。

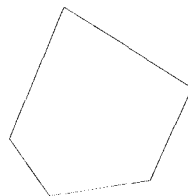
(一)識別 (Recognizing) 或確認 (identifying)：在長期記憶區找到與問題中所呈現資料內容一致的知識。

例1. () 下列哪一個圖形是五角形？

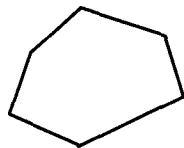
(1)



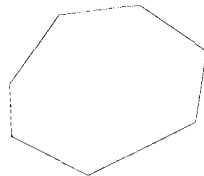
(2)



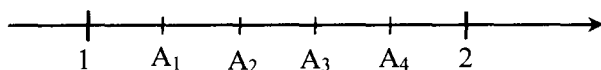
(3)



(4)



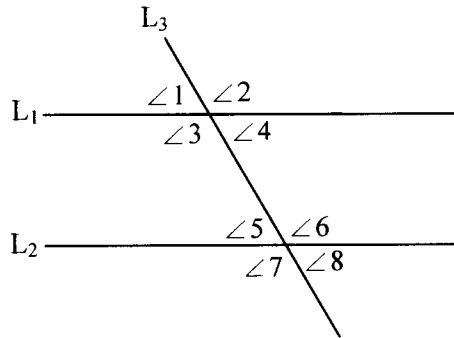
例2. 在數線上，將1與2之間分成5個等分，如下圖所示：



(1) 那麼每個等分是多少個單位長？

(2) A_2 表示哪一個數？

例3. () 同一平面上，兩直線 L_1 與 L_2 互相平行， L_3 是 L_1 與 L_2 的截線，如下圖所示：



請問 $\angle 2$ 與 $\angle 6$ 是何種關係？

(1) 同位角 (2) 內錯角 (3) 同側內角 (4) 對頂角

要評量記憶有三種命題方式：確認 (verification)、匹配 (matching)、被迫選擇 (forced choice)。在確認的方式，學生一定要判斷出到底題目中所提供的訊息正確與否，因此是非題 (true-false format) 是最常用的命題形式，例如：() 整數的減法具有交換性。在匹配的方式，學生要從所給的兩組名單中，在其中一個名單中的每個項目，在另一個名單中找到匹配的項目，也就是配對題的形式，例如一邊是一些四邊形的圖形名稱，另一邊則是各類的四邊形。至於被迫選擇的方式，則是學生根據題目所給的提示，從所給的幾個可能的答案中，挑選出正確或「最好的」答案。選擇題 (multiple-choice) 是最常見的方式。

(二) 回想 (Recalling) 或取回 (retrieving)：藉著問題所給的提示，從長期記憶區取回相關的知識。

例1. $7 \times 9 = ?$

例2. 請寫出圓面積公式：_____。

例3. 最大的負整數是 _____。

例4. () 所有的質數均為奇數。(註：此題為是非題。)

二、理解(understand)

不論教學訊息是以講演、書本或電腦銀幕去呈現，學生能從它們 (包含口頭、書面與圖形等形式的溝通) 去建構意義。當學生將新知識整合到現有的認知架構中，也就是說，兩者產生連結，學生產生了解。因為概念是基模與認知架構的基石，所以概念知識提供「了解」的基礎。

(一) 詮釋 (Interpreting) 或轉譯 (translating)、改寫 (paraphrasing)、描繪 (representing)、釐清 (clarifying)：學生能將資料從一個表徵形式 (representational form) 轉換成另一種

表徵形式，例如從口語轉換成非口語、圖形到文字、數字到文字、…等的表現方式。

例1. 若男生人數以B表示，女生人數以G表示，則「班上男生人數是女生的兩倍」這個關係，可列成一個方程式：_____。（Anderson等人，2001，p. 71）

例2. () 若以T表示總支出，P表示磅數，請問下列哪一個方程式合乎敘述：「寄一個包裹所需的總支出是最初的一磅重量要\$2.00，接著多出來的部份，每磅要花\$1.50。」？ (1) $T = \$3.50 + P$ (2) $T = \$2.00 + \$1.50(P)$ (3) $T = \$2.00 + \$1.50(P - 1)$ (Anderson等人，2001，p. 71)

註：此處如果學生還會考慮到要討論P值的狀況（例如將P值分成 $P \leq 1$ ，及 $P > 1$ ），因此方程式變得像是分段函數一樣

$$\begin{cases} T = \$2.00 & \text{，如果 } P \leq 1 \\ T = \$2.00 + \$1.50(P - 1) & \text{，如果 } P > 1 \end{cases}$$

這表示該生的認知層次更高，不是在理解這一層次了
例3. 下表是民國國中二年忠班學生的家庭子女人數分配表，請將它作成一個長條圖。

| | | | | | | |
|-------|----|----|---|---|---|---|
| 家庭子女數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 學生人數 | 12 | 14 | 8 | 2 | 1 | 1 |

例4. () 小明原有若干元，他用原有錢數的 $\frac{1}{3}$ 買一本英文參考書，再用剩餘錢數的 $\frac{5}{11}$ 買了一個漢堡，最後剩下72元。如果用x代表小明原有的錢數，則我們可列式成

$$(1) x - \frac{1}{3}x - \frac{5}{11}x = 72 \quad (2) x - \frac{1}{3}x - \frac{5}{11}(x - \frac{1}{3}x) = 72$$

$$(3) x - \frac{1}{3}x - \frac{5}{11}x = 72 \quad (4) x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \times \frac{5}{11}x = 72$$

(二)舉例 (Exemplifying) 或圖解說明 (illustrating)、舉實例說明 (instantiating)：對於一個概念或原理找到一個明確但沒在教學中見過的例子或說明。這裡的概念或原理應該是以前學過，而不是在題目中現學現賣。

例1. 請畫出一個等腰三角形。

例2. 請舉例說明何謂「畢氏定理」？

例3. 請舉實例說明何謂「三一律」？

例4. 請舉實例說明何謂「等量公理」？

(三)分類 (Classifying) 或分類 (categorizing)、歸屬 (subsuming)：決定將某事物歸於某一個類別。它與舉例正好互補。

例1. () 下列哪一個選項中的圖形都是平行四邊形？

- (1) 正方形、梯形、菱形 (2) 正方形、菱形、矩形
(3) 正方形、梯形、矩形 (4) 梯形、菱形、矩形

例2. () 下列那一個數列為等差數列？

- (1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (2) 1, 10, 20, 30
(3) 2, 4, 8, 16 (4) -15, -9, -3, 3

例3. 下列哪些點落在直線 $y = 3$ 上？

- A(3, 1), B(-2, 3), C(3, -8), D(9, 3), E(0, 3)

答：_____。

例4. 坐標平面上的一個點P(2, -3)是在哪一個象限？

答：_____。

(四)總結 (Summarizing) 或摘要 (abstracting)、一般化 (generalizing)：學生能以一個敘述來表示所呈現的訊息或摘要出主題或要點。

例1. () 若線型函數 $y = f(x) = ax + b$ 的圖形通過原點，則下列敘述何者正確？

- (1) $a > 0$ (2) $b = 0$ (3) $-b^2 < 0$ (4) $a + b = 0$

例2. 已知三角形的內角和是 180° ，那麼一個凸 n 邊形的內角和是多少度？

答：_____。

例3. () 小玉拿了一堆棋子玩排列遊戲。

第一次：放1顆棋子，如圖1

第二次：放9顆棋子，排出一個正方形，如圖2

第三次：放25顆棋子，排出一個正方形，如圖3……

依此規則，每次排出的正方形，其每邊的棋子數都要比前一次多2顆。請問第十次比第九次多放了幾顆棋子？

第一次



圖 1

第二次

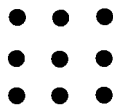


圖 2

第三次

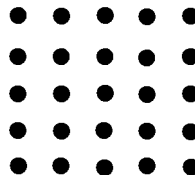


圖 3

(A) $10^2 - 9^2$ (B) $11^2 - 9^2$ (C) $19^2 - 17^2$ (D) $21^2 - 19^2$

註：當然此題也可以改問一些其他的問題，例如第十次總共放了幾顆棋子？或者更一般化地問第n次的情形，例如問第n次排成一個什麼樣的正方形？第n次共用了多少顆棋子？從第一次到第n次共用了多少顆棋子？第n次比第(n-1)次多使用了幾顆棋子？

(五)推論 (Inferring) 或外推 (extrapolating)、內推 (interpolating)、預測 (predicting)：

從一組例子中找出它們的規律性，也就是能從一組例子當中找出每個例子都有的相關特性，最重要的就是會注意到例子間的關係性。

例1. 當 $x = 1$ 時， $y = 0$ ；當 $x = 2$ 時， $y = 1$ ；當 $x = 3$ 時， $y = 2$ ；請寫出一個方程式來表示 x 與 y 的關係。答：_____。

註：此題隨著學生的年級不同，解答有可能不一樣。因為國中階段只學過直線與拋物線(二次函數)兩種形式的方程式，而且拋物線也只限於合乎 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式，並未學過斜拋的型態。

例2. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\overline{AB} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{DF}$ ，問：

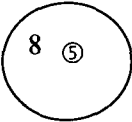
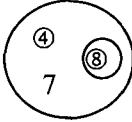
(1) 是否全等？答：_____。

(2) 如果全等，它是根據SAS, ASA, SSS, RHS等三角形全等性質中的哪一個？

答：_____。

例3. () 若 a 為偶數，則下列何者必為偶數？

(1) $a - 1$ (2) $a + 1$ (3) $a - 2$ (4) $a + 3$

例4. () 已知摩那星球人將58, 847分別寫成  與  那麼當他們將

一個數寫成  時，你認為這個數是多少？

(1) 5269 (2) 9625 (3) 2659 (4) 90625

註：這一題目與學生的類別有關，學生已有的數學背景知識，影響到他們作答的考量。當然這題與學生的觀察力也有關，可能有些學生不只是根據數字之外的圓圈數來決定該數字的位值，甚至於也考慮到數字排列位置的方式是順時鐘或逆時鐘排列。

另外，此題也可改寫為「如果以阿拉伯數字十進位方式寫成90625，那麼以摩那星球人的方式該如何表示？」

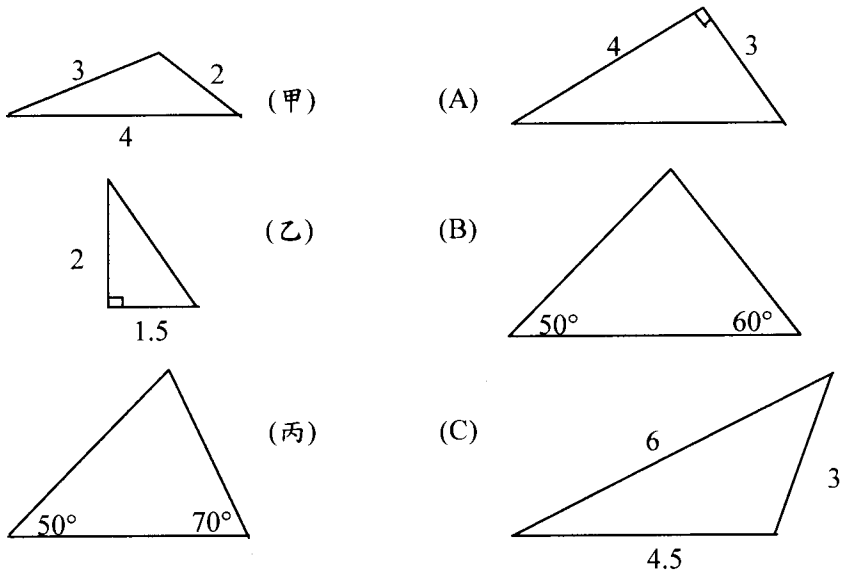
它有三種類型的問題：第一種是完成的問題(completion tasks)，例如給一個數列，然後問下一項是什麼。第二種是類比的問題(analogy tasks)，例如A對B就像C對D，其中有一項是空格，學生要寫出一個詞到空格中，使類比成立。在數學中，最明顯的是比例式的問題，知道其中三項，要求出剩下的一項。第三種是奇特的問題(oddity tasks)，所給的問題中有三個以上的項目，其中大多數使用某一個性質，但有一個卻使用不同的性質。例如：()下列哪一個不是兩個三角形全等的性質？(1) SSS (2) SAS (3) AAA (4) RHS

(六)比較 (Comparing) 或對照 (contrasting)、比對 (mapping)、配對 (matching)：偵測兩個想法、物件或其他事物中對應部分的異同。在數學中常見於要學生學會去比較結構相似的文字題。

例1. ()下列何者不能判別出a與c的大小關係？

- (1) $a = b$ 且 $b = c$ (2) $a > b$ 且 $b = c$
 (3) $a < b$ 且 $c > b$ (4) $a > b$ 且 $c > b$

例2. 下圖有6個三角形，請將彼此相似的三角形連起來，並寫出根據的性質。

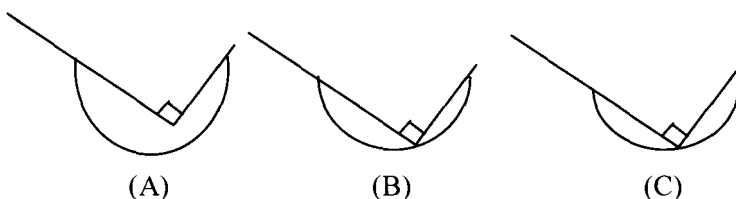


(甲)和_____是相似形；理由：根據_____相似性質。

(乙)和_____是相似形；理由：根據_____相似性質。

(丙)和_____是相似形；理由：根據_____相似性質。

例3. 下列有A、B、C三個碗，每一個碗的剖面圖都是圓弧。如果在每一個碗內都擺放一根直角的曲尺，請根據曲尺擺放的情形，判別哪一個碗的圓弧是半圓？為什麼？



答：_____。

(七)解釋 (Explaining) 或建模 (constructing models)：建立一個系統的因果關係模式。

例1. 試解釋指數函數 $y = f(x) = 2^x$ 為什麼是一個嚴格遞增函數。

例2. 下列哪一個數最小？為什麼？

$$(-1)^3, (-1)^4, (-2)^2, (-2)^3$$

例3. 請將 $0, -10, 0.6, \left| -\frac{1}{2} \right|, \frac{2}{3}$ 這五個數按照大小排列，並寫出你的作法。

有些評量的工作型態(例如推理、疑難排解、重新設計或預測)常可以讓學生顯現他們的解釋能力。在推理(reasoning)的工作中，要求學生對某個過程或步驟提供理由。在疑難排解(troubleshooting)的工作中，要求學生對於解題的過程偵錯。在重新設計(redesigning)的工作中，要求學生改弦易轍以達成目標。在預測(predicting)的工作中，要求學生說明如果將問題的某一條件做何種改變，會產生什麼變化。

三、應用(apply)

在所給的情況下執行 (carrying out) 或使用某個程序 (procedure)。

(一)執行 (Executing) 或執行 (carrying out)：將一個程序應用於已經熟悉的工作。

例1. 已知直線L外一點P，作一直線平行此一已知直線。

例2. 寫出兩個有理數 $\frac{a}{b}$ 與 $\frac{c}{d}$ 的和。

例3. 請以加減消去法解下列二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

例4. () 若 $a > 0$, $b < 0$, 則 $a + b$, $(-a) + b$, $a + (-b)$, $(-a) + (-b)$ 這四個數中, 哪一個數最大? (1) $a + b$ (2) $(-a) + b$ (3) $a + (-b)$ (4) $(-a) + (-b)$

例5. () 若將 a 與 b 的運算 \otimes 定義為: $a \otimes b = a + (axb)$, 則 $5 \otimes 2 = ?$
(1) 10 (2) 12 (3) 15 (4) 20

(二)實行 (Implementing) 或使用 (using): 將一個程序應用於還不熟悉的工作。

例1. 已知一個等腰梯形的腰長6公分及一個底邊長是4公分, 若還知道此腰與已知底邊的夾角是 60° , 求作此等腰梯形。

例2. 證明 $\sqrt{3}$ 為無理數。

例3. () 利用公式: $\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$ 來求平方根的近似值, 請問下列哪一個數最接近

近 $\sqrt{66}$ 的值?

(1) 8.33 (2) 8.22 (3) 8.11 (4) 8.01

四、分析(analyze)

將一個物件分解成數個組成成分, 並且決定這些成分之間以及與整體的架構或目的間的關連。

(一)辨別 (differentiating) 或區別 (discriminating)、分別 (distinguishing)、聚焦 (focusing)、選取 (selecting): 區分所給材料中相關與不相關或重要與不重要的部分。

例1. () 若 $2a + 2b + 5c = 9$, $c = 1$, 則 $-3a - 3b + c = ?$

(1) -5 (2) 4 (3) -3 (4) 2 (5) 0

例2. () 已知 $p = a^2 - b^2$, 其中 p 為一質數, 則 a 不可能是下列哪一個數?

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10

例3. () 某一學校有532名學生, 要從4位候選人中, 選一位全校模範生。若以得票數最多者獲勝, 那麼最少要得到多少票才篤定當選?

(1) 133票 (2) 134票 (3) 266票 (4) 267票 (5) 300票

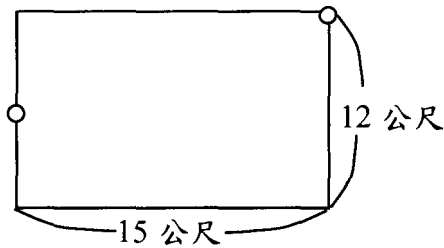
例4. () 如果十二月份剛好有4個星期天, 那麼12月31日不可能是星期幾?

(1) 星期二 (2) 星期三 (3) 星期四 (4) 星期五 (5) 星期六

(二)組織 (organizing) 或尋找連貫 (finding coherence)、整合 (integrating)、概述 (outlining)、剖析 (parsing)、構造 (structuring)：確定在一個結構中，成份元素是否符合或有作用。

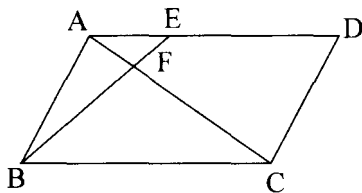
例1. 若T, L與P是一條公路上的三小鎮，已知L到T的路程是6公里，L到P的路程是3公里。若還有另一鄉鎮Q也在此條公路上，而且Q到T的路程是Q到P路程的兩倍。問Q到L的路程是幾公里？

例2. 在動物園中，長15公尺，寬12公尺的矩形柵欄內有兩隻大象，牠們都分別被15公尺長的鐵鍊鎖住。若這兩條鐵鍊的另一端分別綁在柵欄的一個頂點及不相鄰邊的中點，如右下圖所示。問這兩隻大象的活動範圍相差多少平方公尺？



註：題目中的大象可改成除草機，鐵鍊改成電線，所綁的地點看成有插座的地方。

例3. 如下圖所示，ABCD為一平行四邊形，E為AD上一點，F為AC與BE的交點。若 $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ ，則 $\overline{AF} : \overline{FC} =$ _____。



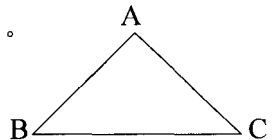
(三)歸因 (attributing) 或解構 (deconstructing)：確定所給材料中的觀點、偏見、價值或企圖。

例1. (1) 利用圓規與直尺作一正方形，使它的面積等於一已知三角形ABC的面積。

(2) 設 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\cos B = \frac{3}{5}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積。

(3) 在(2)的條件下，求出所作正方形的邊長。

(用去尾法算到小數點後第二位)

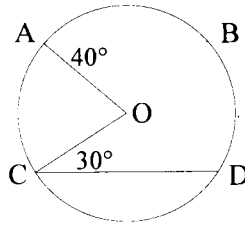


五、評鑑(evaluate)

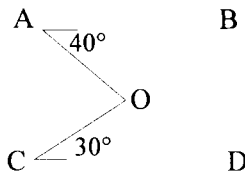
根據規準或標準下判斷。

(一)檢查 (checking) 或協調 (coordinating)、偵測 (detecting)、監督 (monitoring)、測試 (testing)：偵測一個過程或結果的不一致性或錯誤；確定一個過程或結果是否有內部一致性；當一個過程被完成時，能確認它的效能。

例1. 如右圖所示， O 為圓心， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle BAO = 40^\circ$ ， $\angle DCO = 30^\circ$ ，又知 CD 弧比 AB 弧大 16° ，則 AB 弧的度數為
(1) 120° (2) 102° (3) 100° (4) 62°



註：此題是故意出錯，其實僅由 $\angle BAO = 40^\circ$ ，就可推出圓心角 $\angle AOB = 100^\circ$ ，故可得 AB 弧的度數為 100° ；而將途中的圓忽略，會變成學生很熟的例子，如下圖，



容易求出 $\angle AOC = 70^\circ$ 。接著再利用 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，可得 AB 弧與 CD 弧的度數和是 220° ，再結合「 CD 弧比 AB 弧大 16° 」這個條件可可得 AB 弧的度數為 102° ，換句話說，所有條件都用上去之後，反而得出矛盾的結果。

(二)評論 (critiquing) 或判斷 (judging)：偵測 (detecting) 出結果與外在標準的不一致性，確定 (determining) 一個結果是否有外在的一致性；檢測對所給問題的解決程序的合適性。

例1. 請閱讀下列問題的兩個解法之後，比較這兩種解法的優缺點。

已知 a 、 b 均為正數，且知 $\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$ ，求 $a:b$ 的比值。

$$[\text{解一}] \because \frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}, \therefore \frac{b}{a} = \frac{a+b}{b} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{a}{b} + 1$$

令 $\frac{a}{b} = x$ ，則 $\frac{1}{x} = x + 1$ ，化簡可得下式

$$x^2 + x - 1 = 0, \text{ 解得 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$\because a > 0, b > 0 \therefore \frac{a}{b} > 0$ ，即 $x > 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ 不合}, \therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ 即 } \frac{a}{b} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$[\text{解二}] \because \frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}, \therefore a^2 + ab = b^2$$

$$\Rightarrow a^2 + ab - b^2 = 0$$

$$\text{解得 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} b,$$

$$\because a > 0, b > 0 \therefore a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} b$$

$$\Rightarrow a:b = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} b : b = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} : 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

例2. 有一位同學宣稱他發現一種判別11的倍數的方法，他的做法如下：

步驟一：將一個數分成兩個部份：個位數與其他，例如將132分成13與2。

步驟二：將其他部分的數減去個位數，例如前面的 $13 - 2 = 11$ 。

步驟三：如果步驟二所得減法的差是11的倍數，則原數就是11的倍數。如果數字太大可以重複步驟一到步驟三。

請判斷這位同學用來檢驗11的倍數的作法是否正確？如果正確，請加以證明；如果錯誤，請舉一反例。

六、創造(create)

將元素組合成有條理或具功能的整體；將元素重組成一個新類型或結構。

(一)產生 (generating) 或假設 (hypothesizing)：根據標準建立替代的假設。

例 1. () 請依次計算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3}$ ， $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4}$ ，

$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5}$ ，……，並觀察它們的規律性。

(a)根據所歸納出的規律性，可知 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} =$

(1) $\frac{1}{n+1}$ (2) $\frac{1}{n(n+1)}$ (3) $\frac{n}{n+1}$ (4) $\frac{n+1}{n}$ (5) $\frac{1}{n}$

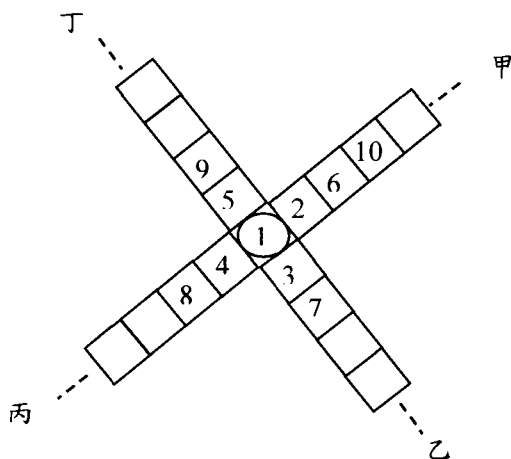
(b)請證明在(a)所得的結果是正確。

例 2. 在 $\triangle ABC$ 中，若已知 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 > \overline{AB}^2$ ，證明 $\triangle ABC$ 是一個鈍角三角形。

(二)規劃 (planning) 或設計 (designing)：建立一個程序以完成某樣工作。

例 1. 如下圖所示，以已經填上 1 的圓形為中心，甲、乙、丙、丁分別為向四個方向延伸的一列正方形格子。若按照甲、乙、丙、丁的順序，依次由裡到外，從 2 開始將正整數填入正方形格子中，請問 2004 應填在哪一系列的格子上？

(1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁 …………… ()



例2. 將奇數按照規律，由上而下，
 由左而右排成右圖。請指出
 第九列的第10個數是_____。

| | |
|----------------------|-----|
| 1 | 第一列 |
| 3 5 7 | 第二列 |
| 9 11 13 15 17 | 第三列 |
| 19 21 23 25 27 29 31 | 第四列 |
| 33 35 37 39..... | |

(三)製作 (producing) 或建立 (constructing)：發明一個新產品。

例1. 證明 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 為無理數。

例2. 在平面上的任一直角三角形，它的三個邊長有一個很漂亮的關係，被稱為商高定理（或稱為畢氏定理、勾股弦定理）。

- (1) 請敘述商高定理，並加以證明。
- (2) 試將此關係推廣到三度空間、四度空間、...、n度空間。
- (3) 試將此關係推廣到四邊形、五邊形、...、n邊形。

陸、結論

最後要強調一點：在分析一道試題的認知歷程向度時，有一個很重要的假設是「受試者是第一次面對該試題」，而不是已經做過該題，否則很多題目看起來很複雜，需要用到很多思維步驟的轉折與高層次的認知能力，但受試者卻憑記憶就能快速完成解題。當然在受試者已在課堂上或回家作業學過或做過類題時，我們仍然可以將這些受試者視為是「第一次面對該試題」，除非試題是一模一樣而非類題。

比較修訂版與舊版Bloom的認知教育目標分類系統，會發現修訂版較精確，合乎現代教育相關領域研究結果，目前逐漸受到重視。因此中學教師應開始熟悉這個分類系統，以提升教師的專業技能。若能將其架構

納入平日的教學與評量活動中，也更有機會提升學生學習的品質。

參考文獻

- 八十八學年度聯合招生委員會（編）（1999）。臺北區公立高級中學八十八學年度聯合招生研究報告。臺北市：八十八學年度聯合招生委員會。
- 李坤崇（2004）。修訂Bloom認知分類及命題實例。教育研究月刊，122，98-127。
- 李牧桓（2010）。以布魯姆修訂版分析芬蘭、臺灣一年級數學教科書（未出版之碩士論文）。國立屏東教育大學，臺灣省，屏東市。取自 <http://etd.npue.edu.tw/ETD-db/ETD->

- search/getfile?URN=etd...etd
- 科教中心（編）（1975）。學習成就評量手冊：國中數學（一）、國中數學（二）。臺北市：臺灣師範大學科學教育中心。
- 科教中心（編）（1982）。國中數學及自然科學課程改進研究計畫學習成就評量資料（一）：國中數學。臺北市：臺灣師範大學科學教育中心。
- 科教中心（編）（1983）。高中數學及自然科學課程改進研究計畫學習成就評量資料（二）：基礎數學第二冊、基礎理化第二冊、基礎地球科學第二冊。臺北市：臺灣師範大學科學教育中心。
- 葉連祺、林淑萍（2003）。布魯姆認知領域教育目標分類修訂版之探討。教育研究月刊，105，94-106。
- 黃光雄等（譯）（1983）。教育目標的分類方法：認知領域（原編者：Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hilll, Walker H., & Krathwohl, D. R.。高雄市：復文圖書出版社。（原著出版年：1956）。
- 聯合命題印卷委員會（編）（1990）。七十九學年度臺灣省暨高雄市公立高級中學招生聯合命題、印卷研究報告。新化、臺灣：臺灣省立新化高級中學。
- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasin, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. (Eds.) (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Addison Wesley Longman.
- Anderson, W., & Sosniak, L. A. (Eds.) (1994). *Bloom's taxonomy: A forth-year retrospective*. Chicago, IL: The National Society for the Study of Education.
- Bloom, B. S. (1994). Reflections on development and use of the taxonomy. In L. W. Anderson & L. A. Sosniak (Eds.), *Bloom's taxonomy: A forty-year retrospective* (pp. 1-8). Chicago, IL: The National Society for the Study of Education.
- Bloom, B. S. (Ed.), Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hilll, Walker H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives (The classification of educational goals): Handbook 1: Cognitive domain*. London: Logman.
- Bloom, B. S., Hastings, J. T., & Madaus, G. F. (1971). *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill.
- Furst, E. J. (1994). Bloom's taxonomy: Philosophical and educational issues. In L. W. Anderson & L. A. Sosniak (Eds.), *Bloom's taxonomy: A forty-year retrospective* (pp. 28-40). Chicago, IL: The National Society for the Study of Education.