

3. 環場攝影機校正

由於我們使用的環場攝影機的反射鏡面為雙曲面，所以先介紹雙曲線的原理，接著我們便介紹如何做環場攝影機的校正。雙曲線的定義如下：平面上有兩定點 F 及 F' ，另有一動點 P 滿足 \overline{PF} 線段長與 $\overline{PF'}$ 線段長的差之絕對值為一定值且小於 $\overline{FF'}$ 的線段長，此動點 P 所構成的軌跡即為雙曲線，而由雙曲線在 3D 空間所掃出的面稱為雙曲面。

各種雙曲線的性質、方程式、正焦弦長及漸近線如表一所示。

表 1 各種雙曲線的性質

	長軸平行 x 軸，實軸長 $2a$		實軸平行 y 軸，實軸長 $2a$	
條件	二焦點 $(c, 0), (-c, 0)$	二焦點 $(h+c, k), (h-c, k)$	二焦點 $(0, c), (0, -c)$	二焦點 $(h, k+c), (h, k-c)$
圖				
方程式	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$-\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = -1$
關係	$a^2 + b^2 = c^2$	$a^2 + b^2 = c^2$	$a^2 + b^2 = c^2$	$a^2 + b^2 = c^2$
正焦弦長	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$
漸近線	$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0$	$\frac{x-h}{a} \pm \frac{y-k}{b} = 0$	$\pm \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 0$	$\pm \frac{x-h}{b} + \frac{y-k}{a} = 0$

對於許多的電腦視覺應用，攝影機的校正是相當重要的，其目的為要建立影像平面與真實空間之間的關係。有關環場攝影機的校正，可參考 [Dan00]、[K97]、[Bog95] 以及 [余 00]。首先我們大致描述

攝影機成像的過程（見圖 3.1），在真實空間中一點 Q' 與雙曲面交於點 Q'' ，然後反射進入 CCD 攝影機，最後於影像平面成像。接著我們分析環場攝影機的座標系統與其所攝影像之座標系統之間的關係，為了方便起見，我們以通過雙曲面的另一焦點之平面當作影像平面來分析，其結果與真正影像面上的分析只差正負符號，如圖 3.2 所示，我們定義環場攝影機座標系統的 x 軸與全景影像上座標系統的 x' 軸相同，而環場攝影機座標系統的 y 軸與全景影像上座標系統的 y' 軸方向相反，由於我們使用的環場攝影機是使用雙曲面當作反射鏡，所以獲得的全景影像為一個圓面，而成像的詳細過程在稍後將會予以討論。

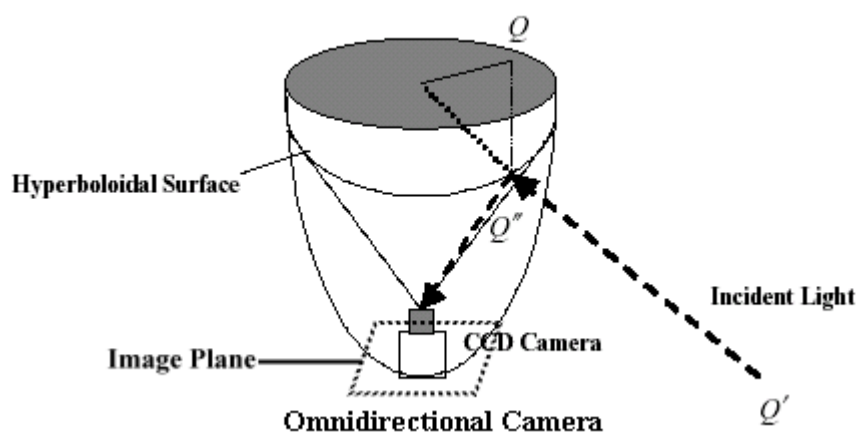


圖 3.1. 真實空間物體於環場攝影機中成像的過程。

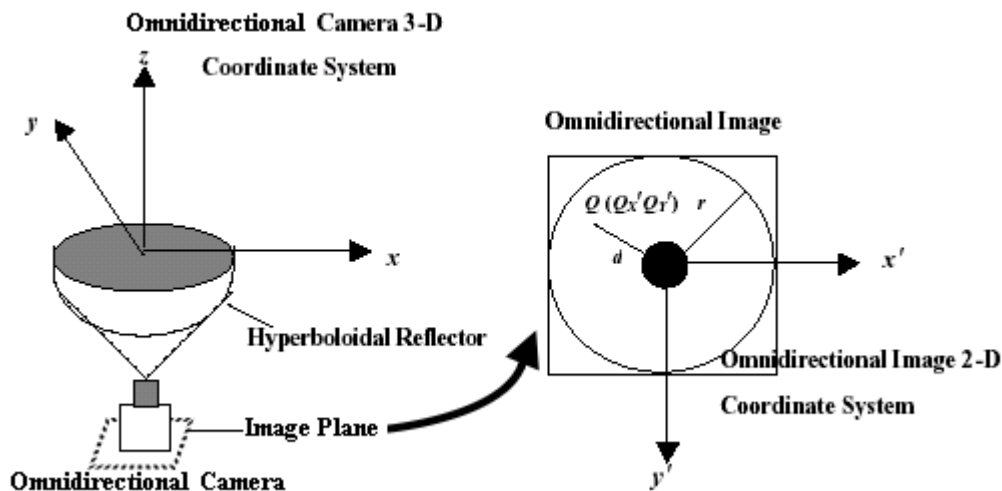


圖 3.2.環場攝影機座標系統與全景影像座標系統間的關係。

對於全景影像中任一點 $Q=(Q_{x'}, Q_{y'})$ ，我們使用下式計算其與全景影像中心點 O 的距離 d

$$d = \sqrt{Q_{x'}^2 + Q_{y'}^2} \quad (3.2.1)$$

而線段 OQ 與 x' 軸間的夾角 α 可以下式來求得

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q_{y'}}{Q_{x'}}\right) \quad (3.2.2)$$

若是以雙曲面當作反射面的話，在全景影像上所得的一點 Q 必定來自於和環場攝影機座標系統裡的 x 軸有水平夾角 α 與垂直夾角 β 的入射光，如圖 3.3 所示， Q' 與雙曲面交於 Q'' 然後反射進入 CCD，最後成像於全景影像上的 Q 點。在這裡水平夾角 α 可以由式 (3.2.2) 求得，但是垂直夾角 β 卻無法得知。

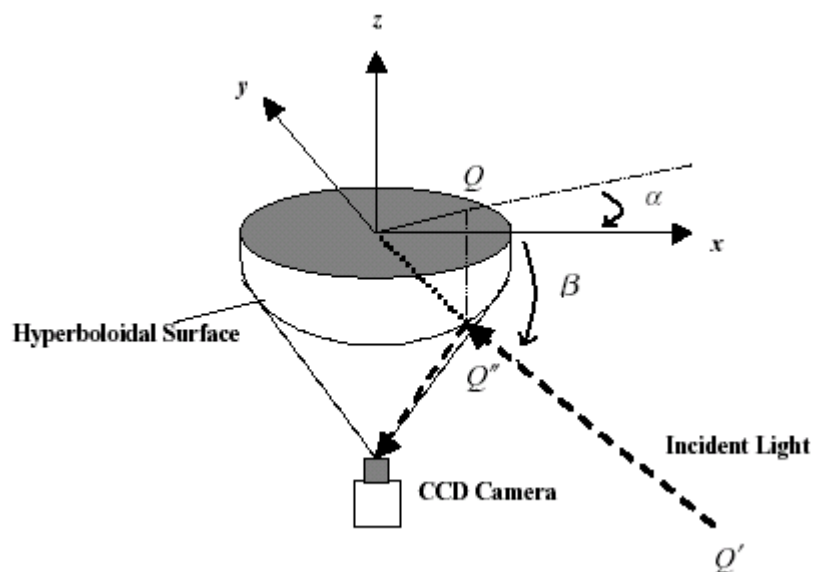


圖 3.3.水平夾角 α 及垂直夾角 β 的入射光成像在全景影像上的點 Q 。

為了得知垂直夾角 β ，我們需要了解全景影像是如何產生的。由

圖 3.4 以及雙曲線的式子

$$\left(\frac{z^2}{a^2}\right) - \left(\frac{x^2}{b^2}\right) = 1 \quad (3.2.3)$$

$$\text{令 } c^2 = a^2 + b^2 \quad (3.2.4)$$

在圖 3.4 中我們令入射光方向上之線段為 \overline{K} ，其垂直夾角為 β ，由於線段 \overline{K} 經過點 $F(0, c)$ 以及斜率為 $t = \tan \beta$ ，所以入射光的方程式為：

$$z = tx + c \quad (3.2.5)$$

令 $Q'' = (Q_x'', Q_z'')$ ，由於 Q'' 為入射光與雙曲面的交點，故 Q_x'' 及 Q_z'' 可由式 (3.2.3) 及式 (3.2.5) 得到：

$$Q_x'' = \frac{(-a^2tc + a^2bs)}{(a^2t^2 - b^2)} \quad (3.2.6)$$

$$Q_z'' = \frac{(-b^2C + a^2bts)}{(a^2t^2 - b^2)} \quad (3.2.7)$$

其中 $s = \sqrt{t^2 + 1}$ ；而當我們得到 Q'' 之後將點 $(0, -c)$ 與 Q'' 連接之後得到線段 L ：

$$z = \frac{a^2t^2c - 2b^2c + a^2bts}{-a^2tc + a^2bs} x - c \quad (3.2.8)$$

於是距離 d (見圖 3.4) 即可由式(3.2.8)及 $z = -c$ 求得：

$$d = \frac{f(-a^2tc + a^2bs)}{(a^2t^2c - 2b^2c + a^2bts)} \quad (3.2.9)$$

從式 (3.2.9) 我們已可得到距離 d 與垂直夾角 β 之間的關係；接著假設有一點 Q' 在 $z = -h$ 的平面上如圖 3.5 所示，其入射線 \overline{K} 與雙曲面交於 Q'' ，則

$$Q' = \left[\frac{h \cos \alpha}{\tan \beta}, \frac{h \sin \alpha}{\tan \beta}, -h \right] \quad (3.2.10)$$

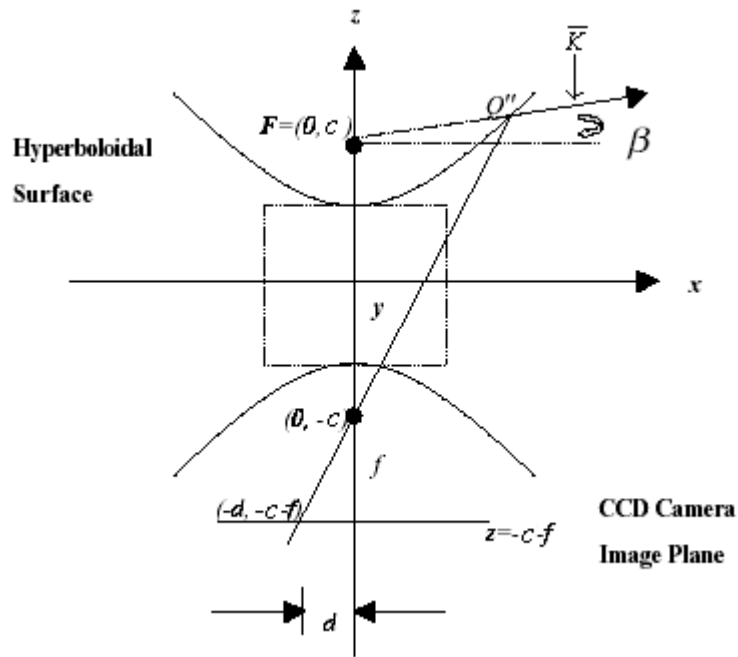


圖 3.4.垂直夾角 β 與距離 d 的關係。

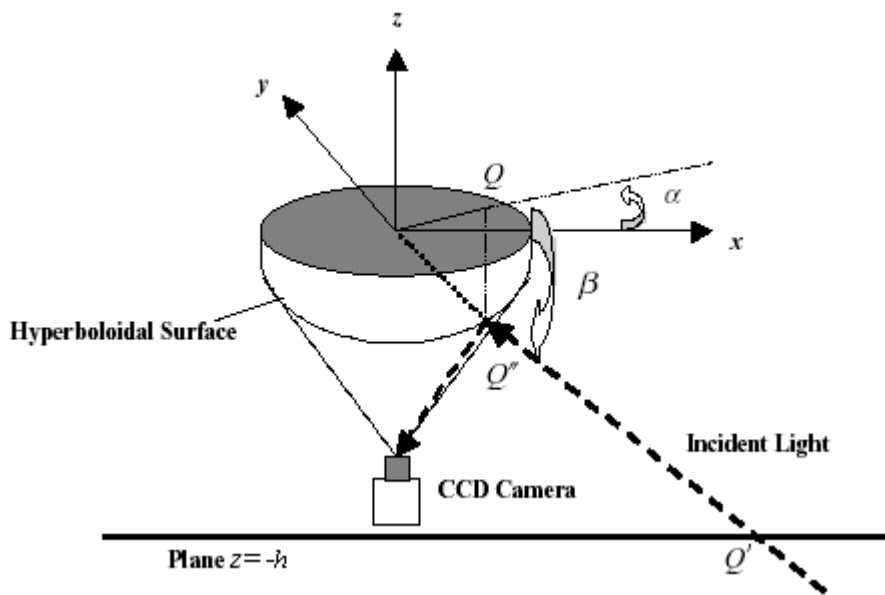


圖 3.5.假設所有的物件落在 $z = -h$ 的平面上。

當 h 可以知道，則上式建立了全景影像平面與真實空間之間的關係。

由於我們主要的目的為求得環場攝影機在真實空間中的監控半徑，於

是我們在全景影像上取邊界上一點，此點也就是對應環場攝影機在真

實空間所能監控的最遠的地方；分別利用式 (3.2.1) 及式 (3.2.2) 計算出 d 值以及 α 值，接著根據之前我們已得知的 d 與 β 之關係， β 值也可求得；由於攝影機的高度可以事先得知，亦即 h 可以知道，於是此點的 3D 座標可由式 (3.2.10) 得到，最後環場攝影機的監控半徑 R 即可由下式計算：

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{\left(\frac{h \cos \alpha}{\tan \beta}\right)^2 + \left(\frac{h \sin \alpha}{\tan \beta}\right)^2} \\
 &= \frac{h}{\tan \beta} \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} \\
 &= \frac{h}{\tan \beta} \tag{3.2.11}
 \end{aligned}$$

得到攝影機的實際監控半徑 R 之後，由於我們將在影像面上決定攝影機的架設位置，所以必須知道攝影機在影像面上的監控半徑 R_i 。假設我們所給予的平面設計圖之比例尺為 $1:L$ ，而掃描器的解析度為 w dpi，則每一像素所對應的 3D 尺寸可以用下式求得：

$$S = 1/w * 2.54 * L \text{ (cm/pixel)} \tag{3.2.12}$$

所以攝影機於影像面上的監控半徑為：

$$R_i = R/S \text{ (pixels)} \tag{3.2.13}$$