

第一章 緒論

第一節 研究動機與目的

近年來各國均有大型評量測驗(large scale assessment)陸續建立，如美國國家教育進步評量(The National Assessment of Educational Progress, NAEP)針對美國國內4、8、12年級的學生，在藝術、公民、經濟、外語、地理、數學、閱讀、科學、美國歷史、世界歷史、寫作各學科於不同年度進行評量，以瞭解美國學生在各學科的成就表現，並瞭解其成就表現的趨勢為何；國際教育成就協會(International Association for the Evaluation of Education Achievement, IEA)自1995年起開始進行的國際數學與科學教育成就趨勢調查(Trend in International Mathematics and Science Study, TIMSS)，主要致力於各國之八年級學生在數學及科學能力的分析；而由經濟合作發展組織(Organization for Economic Co-operation and Development, OECD)所進行的國際學生成就方案(Program for International Student Assessment, PISA)，於2000年開始針對15歲的學生進行閱讀素養(reading literacy)、數學素養(mathematics literacy)及科學素養(science literacy)的研究；台灣在民國90年開始，針對國中畢業生進行國民中學學生基本學力測驗(The Basic Competence Test for Junior High School Students, BCTEST)，其測驗科目為國文、英語、數學、社會、自然等五學科，並以量尺分數計分，一方面可由此成績了瞭解學生在各學科成就表現，另一方面國中畢業生可以此成績作為進入高中的依據。

綜觀上述各種不同目的的大型評量測驗，其測驗反應分析之理論根據，為頗受重視的項目反應理論(item response theory, IRT)(Hambleton & Swaminathan, 1985; Lord, 1980)，以估計試題參數和受試者潛在能力，並以量尺分數來呈現。在項目反應理論下，將所有受試者視為一個同質群體，因此所估計的試題參數及受試者潛在能力也是唯一的，然而，實務上，受試者並非一定為同質群體，因而有異質群

體的研究出現。異質群體的研究取向有兩種，依群體的異質來源是否為已知而定。若異質的來源已知，在此情況下，可使用的一般統計方法為t考驗、變異數分析或共變數分析、迴歸分析及多群體共同因素分析(MG-CFA)(Jöreskog, 1971; Stevens, 1992)；若異質的來源未知，則次群體無法明確的定義，此時次群體可稱為潛在類別(latent classes)，因為它們無法藉由觀察的特徵區分，因此需藉由其他方法來分組，此情形下可使用的統計方法包含潛在類別分析(latent class analysis, LCA)(Lazarsfeld & Henry, 1968; McCutcheon, 1987; Vermunt & Magidson, 2002)、群聚分析(cluster analysis)(Everitt, 1993; Kaufman & Rousseeuw, 1990)、潛在剖面分析(latent profile analysis, LPA)(Vermunt & Magidson, 2002)以及有限混和模式(finite mixture model)(McLachlan & Peel, 2000)。

潛在類別分析是一種潛在特質分析的模式，與項目反應理論不同的是，項目反應理論假定潛在特質是連續的(continuous)，而潛在類別分析的假設是潛在特質為間斷的(discrete)；而兩者共同之處，皆是以試題答對率的觀點來看受試者的潛在特質，並以局部獨立的前提為基礎(吳毓瑩、林原宏，1996)。

有些項目反應理論與認知理論有關，例如，在潛在過程成份的個人差異(Embretson, 1984; Whitely, 1980)、發展階段(Wilson, 1985)，及在受試者之間的質性差異，像是不同的成分策略或知識結構(Kelderman & Rijkes, 1994; Rost, 1990)，可以使用特殊的項目反應理論測量(引自Embretson & Reise, 2000)。

項目反應理論除了可將受試者視為一個同質群體，估計其試題參數及受試者潛在能力，也可藉由任何外在變項定義未能直接觀察到的潛在類別，這些類別可藉由在反應組型上系統差異來界定。界定潛在類別的取向有兩種，分別為探索性取向和驗證性取向(Embretson & Reise, 2000)。混合Rasch模式(mixed Rasch model, MRM)(Rost, 1990, 1997; Rost & von. Davier, 1995)是屬於探索性取向，其結合了Rasch模式(Rasch, 1960)和潛在類別分析，潛在類別的界定是基於實徵的相似反應組型(response patterns)；而規則空間法(rule space method)(Tatsuoka, 1985)是則屬於

驗證性取向，此方法基於先前定義試題之特徵，經由分析測驗的結果，將受試者分類至具實質意義的策略或知識狀態。

Rost(1990)首先提出混合Rasch模式，並將其應用於知識的測量。混合Rasch模式結合了項目反應理論與潛在類別分析，可同時包含類別和特質參數以去預測試題反應，在實徵研究上，針對20-40歲成人進行物理知識的測量，由受試者的作答反應組型，瞭解是否存在潛在類別，研究受試者在物理知識上是否存在結構或程度方面的差異。Koeller(1994)指出學術成就測驗(scholastic achievement tests)和心智能力測驗(mental ability tests)通常作為測量學校相關的認知能力，在實徵研究上，他針對23題5選1的生物學試題，利用混合Rasch模式進行分析，欲界定受試者是否在答選擇題時使用了猜測策略。Rost, Sievers, Häußler, Hoffmann & Langeheine(1999)研究中學生在物理學之興趣的結構與改變，受試者被詢問他們在物理學上的興趣以及其他有關學習和成就的變項。研究者使用混合Rasch模式進行資料的分析，以瞭解學生間興趣結構方面的差異、以及興趣結構在程度方面的差異。

除了上述應用混合Rasch模式於教育的研究外，混合Rasch模式也可應用於心理學的研究方面。Rost & Langeheine(1997)利用混合Rasch模式分析多元計分的次序反應之人格測驗問題，針對Big Five(Costa & McCrae, 1989)五種人格特質中的外向性(extraversion)和神經性(neuroticism)，進行深入分析，欲界定在Rasch模式之下，個人人格的次群體是否存在。

雖然這樣的模式對於每一個受試者在技術上只包含一個特質水準，但它們被視為是多向度的，其原因如下：一、受試者的反應機率除特質水準和試題參數外，也同時由類別參數來預測；二、試題難度在受試者之間是變動的，就如同多向度模式一樣(Embretson & Reise, 2000)。

國外目前在混合Rasch模式的文獻已有部分的累積，但國內目前應用潛在類別分析和混合Rasch模式的研究並不多，因此相關研究及討論仍相當缺乏。就國內在

潛在類別分析與混合Rasch模式的研究部份：莊嘉坤(1995)應用混合Rasch模式分析學生科學態度特質，並對於學生的科學態度之潛在特質進行類別的分析，以提供科學態度有關認知方面研究之詮釋基礎；吳毓瑩、林原宏(1996)以潛在類別分析來診斷除法概念的認知結構，認為對於學習歷程的探討，不僅要著重學生能力值的估計，還需涵蓋概念結構的描述；鄭子韋(2004)應用潛在類別模型分析測驗結果，探討如何依據受試者的答案，建立潛在類別模型將受試者分類，並將其模型應用於2003年第一次國中基本學力測驗數學科的受試者作答反應上。

國內自2001年開始，針對國中畢業生實施基本學力測驗，此測驗針對國中生之國文、英語、數學、社會及自然共五科進行評量，不論是學生、家長、基層國中教師以及相關教育研究人員，對於基本學力測驗之試題以及國中生的表現都非常關心。在國文科方面，林繼生(2001)即針對第一次基本學力測驗試題進行分析、侯亮雨(2001)也以此次測驗進行判斷句的解讀，游適宏(2003)以閱讀評量的觀點看2003年基本學力測驗之試題，仇小屏(2004)以辭章學知識與國語文能力分析2004年基本學力測驗之試題、鄭圓鈴(2004)也針對此年度之國文科試題進行分析，林繼生(2005)則針對2005年基本學力測驗之試題進行分析討論；在英文科方面，詹麗馨(2002)年從閱讀測驗的角度分析2002年第一次基本學力測驗試題，游惠玲(2003)分析2003年基本學力測驗之試題，李昭美(2005)則針對2001年到2004年共四年之基本學力測驗試題；在數學科方面吳柏林及謝明娟(2001)從基本學力測驗看九年一貫數學科教材教法，譚克平(2005)從基本學力測驗命題角度看九年一貫數學學習領域綱要，孫維民、劉怡薰、邱雯綾(2004)由國中基本學力測驗數學科試題探討國中生學習情形；在社會科方面，沈育美、陳惠珠及劉佳玲(2001)針對2001年社會科中之歷史科進行試題分析；在自然科方面涂伯原(2004)針對自然科試題進行試題分析。

由上述文獻可看到，在數學科方面主要是從基本學力測驗看九年一貫數學科教材教法、九年一貫數學學習領域綱要、及學生的學習情形，而研究者有興趣的是，國中生在基本學力測驗的表現為何？目前描述學生在學科方面的表現，逐漸

從先前的量化取向(亦即純粹依賴統計分析結果，了解學生的表現)，到近來頗受重視的質化取向(亦即了解學生的實質表現)；同時在了解學生在數學科之整體表現後，研究者更有興趣的是，在數學表現上是否存在不同作答反應類型的學生，而各類型學生所呈現之表現為何？因而研究者欲採用結合項目反應理論及潛在類別分析之混合Rasch模式分析，以期能更進一步了解國中生在數學科之表現。

因此，雖然國內目前應用潛在類別分析的研究並不多，但研究者認為瞭解異質群體中，各個同質群體的特質及認知結構是相當重要的，其原因如下：

首先，就國中數學教師而言，實務上，在測驗結果的報導部分通常是將受試者視為一個同質群體，因此只能獲得學生整體的測驗訊息，及全體學生在試題上之平均答對率，然而此種測驗訊息畢竟有其限制。若學生存在不同作答反應類型，則可依各類型了解學生在數學內容知識及數學認知能力上之特徵。

其次，就教育當局而言，經由混合Rasch模式針對國中畢業生在基本學力測驗數學科之作答反應組型的分析，藉此瞭解國中生是否存在不同作答反應類型，並且各類型學生在數學內容知識及數學認知能力之試題平均答對率及結構的差異。因此，在課程設計方面，可針對不同類型學生設計課程，並可編製相關補充教材，以協助學生的學習。

最後，就學術目的而言，由於大型評量測驗的陸續建立，對於所獲得的測驗結果的分析與解釋，多將受試者視為一個同質群體，通常只報導試題參數及受試者能力值，期望本研究能引發後續研究者進行相關研究，以突破目前在測驗結果的解釋。

本研究欲瞭解國中生在數學表現方面是否存在不同作答反應類型，因此擬採用 2001-2005 年各年度之兩次國中基本學力測驗數學科的試題作答反應，利用混合 Rasch 模式，針對參與國中基本學力測驗的國中生之數學科作答反應組型進行分析，再根據模式選擇之依據，尋找在異質群體中的同質次群體，因而可更進一步

的研究各類型學生之數學表現。

此種利用受試者作答反應組型，進行潛在類別分析的方法，與傳統利用分數高低，區分不同組別的方式不同，傳統利用分數高低分組方式之最大的問題在於：如何訂定各組之分數的切截點，不同的分數切截點，可能將同一受試者分派至不同組別，在此情況下，只考慮受試者的分數高低，而未考慮到個別受試者的作答反應特徵，因而屬於同質次群體的受試者，會因為分數的落差，而被分派至不同組別。

因此，本研究之研究目的為：

- 一、建立以國中基本學力測驗為基礎之評量國中生數學內容知識及數學認知能力的評量架構。
- 二、了解國中生之數學內容知識及數學認知能力的表現內涵。
- 三、了解國中生之數學內容知識及數學認知能力上表現之類型及各類型表現內涵。

第二節 研究問題

- 一、以國中基本學力測驗為基礎之評量國中生數學內容知識及數學認知能力的評量架構為何？
- 二、國中生之數學內容知識及數學認知能力的表現內涵為何？
- 三、國中生之數學內容知識及數學認知能力上表現之類型及各類型表現內涵為何？

第三節 名詞釋義

- 一、國中基本學力測驗

國中基本學力測驗，是用來測驗國中生經過三年國中教育後，習得之基本知識

與培養之基本能力。內容包含國文、英文、數學、社會、自然，採全國統一施測的模式，一年舉辦兩次，測驗結果用於多元入學管道。

二、數學內容知識

「數學知識」是指個體透過對客觀事物，在數與形方面的特徵和聯繫的相互作用後，所獲得的資訊及組織；數學知識有不同的分類方法。本研究依照內容的特徵，將數學知識分為四大類：

(一)數與量(包括測量)

(二)幾何與空間概念

(三)代數

(四)資料分析、統計與機率。

三、數學認知能力

Krutetskii在西元1976年提出「數學能力」可區分為「學校的數學能力」和「創造性的數學能力」。本研究中，所指的數學認知能力屬於「學校的數學能力」，其內涵包括三大類：

(一)概念理解

(二)程序知識及執行

(三)問題解決

四、混合Rasch模式

混合 Rasch 模式結合 Rasch 模式及潛在類別分析，其概念是透過統計分類將可能為非同質之受試者分派至不同之次群體，此模式假設 Rasch 模式符合潛在類別中的所有受試者，但允許於不同潛在類別間存在著不同的試題參數之集合，在潛在類別分析部分，由於前在類別事先是未知的，因而以探索的方式來界定次群體。