一個隨機遊戲中的機率概念

陳仁義　　魏志安　　鄭信源

南華大學資訊管理系、中正大學統計科學研究所

摘要

在國民中小學九年一貫課程的數學學習領域中，「統計與機率」部份已加入電腦科技的輔助性學習，是相當符合時代潮流的。尤其在社會多元文化之際，形成問題的複雜度不斷提高，「不確定性」普遍存在而強烈的被人們感受到。因此，若在課程當中將隨機性的基礎科學模型，可有效展現開來是非常重要的。在我們生活周遭有漸增的「機率語言」之呈現，例如，中秋佳節的臺北市「下雨機率」為百分之九十、公益彩券「中頭獎機率」為五百二十四萬五千七百八十六分之一、…等等，這些機率語言所描繪的現象，到底是帶領著我們增廣一些重要訊息，抑或促使得人們陷入另類的迷思？我們將從一個簡單而有趣的隨機性遊戲 (Monty Hall) 為平台，來加以探索「機率概念」的奧妙和迷思之處，運用科學方法來說明理想中的狀態，也可以用「直觀法」來釐清問題本身，進而我們讓同學們利用一個簡單的亂數表，來具體操作這個「隨機模擬」的實驗，以體會遊戲中所蘊含「機率概念」的奧妙之處，這些同學們在極短時間內就有顯著的學習成效，而置身其中的迷思所在和相關問題，也將加以討論。

關鍵詞：機率概念，不確定性，隨機模擬。

通訊作者：陳仁義　zychen@mail.nhu.edu.tw

一、前言

日常生活中我們常會接觸到機率或機會這個名詞，但人們往往也會被誤導或迷惑。例如，中秋佳節天氣預報說台北市的「降雨機率」為百分之九十，那麼當日帶傘出門的人可能很多；然而台灣在 2002 年 1 月底開始發行公益彩券，前幾期的熱賣程度只能用瘋狂兩字來形容，但是彩券中獎機率卻非常的低；此外，在 70 年代美國非常著名的電視節目「Monty Hall」，是個隨機性的簡單型機率遊戲，且具高額的獎金（獎品），參賽者並不難如願以償，因此吸引很多人參加，並造成美國各地一陣風靡，甚至觀眾私下模擬其遊戲規則，模擬如何進行才能容易得到大獎。有此可見，「機率概念」逐漸地影響著人們的日常生活，藉以做出一些理性的決定，但有時卻也帶來迷惑。本文就以「Monty Hall」為例（Friedman, 1998；Gillman, 1992；Morgan et al., 1991），試著探索其中所蘊含的豐富且多樣、隨機而簡單、條理卻反常的多種特性，並加以瞭解機率概念的「迷思」（陳新民和劉祥通，2001），透過隨機模擬實驗來釐清機率概念，我們利用簡單的亂數表之具體操作實驗，在極短的時間內就有顯著的成效來呈現「機率概念」的奧妙之處。

為了瞭解一般國中生的隨機概念，我們進行抽樣調查，觀察一些國中學生對此遊戲的反應，並且統計他們的決定意向，以瞭解一下他們決定的可能因素和背景，在第二節中有詳細的整理。由資料中呈現出看似簡單而有條理卻又反常的現象，如何用科學方法來釐清，以證明在一些條件限制的理想狀態下，「機率概念」如何引導參賽者選擇較高的中獎機會，我們在第三節中有詳細的樹狀圖歸類法和表列法呈現，可適度呼應「科學思維」所呈現的理想狀態。第四節則利用一個簡單的亂數表，來讓同學們從具體操作中親身體會其中的奧妙之處，自動化程式 R codes (R Development Core Team, 2005)則放在附錄中，可供多位參與同學來確認具體操作的結果。最後第五節中有個簡單結論。

二、問卷的設計與分析

此研究的進行方式為針對一般國中生作問卷調查，設定遊戲規則：主辦單位準備了三個門的箱子，門上分別以 I、II、III 數字區別之，只有在其中一個門後放著超級獎品。主持人知道獎品的所在位置，而參加者並不知情，在遊戲過程中獎品並不會更換位子。遊戲開始後參加者在 I、II、III 當中擇一，主持人正式公

布得獎與否之前會先賣個關子，將沒有被參加者選中的兩個門之一，打開給大家看確定沒有獎品。接下來，主持人就問參加者：「要不要換成尚未被打開的那一個門？」，設想填寫問卷的同學是一位參加者，請他們各自回答：(1) 你會不會改變心意來換門？(2) 為什麼？ 請簡述您決定的理由。(3) 可能的話，請簡述一下您對此問題的一些看法或想法。

在此問卷中除了第一個問題有預設答案（「是、否」換門）之外，其他則以簡答題的方式，讓同學們將內心的想法自然表達出來。從回收的 417 份問卷裡發現：其中有 22 個同學「會更換」、383 個則「忠於原味」、2 個沒有明確的表達、以及 10 份為無效問卷。我們進一步分析第一群的 22 份問卷中，有的受訪者認為主持人可能是故意跟參賽者玩心理遊戲，不換時心裡會毛毛的，所以選擇換比較好；有些則認為他們的第一直覺向來不是很準，所以決定要換；其他則認為一開始選中獎品的機會是 1/3，當主持人打開一個沒有獎品的門之後，只剩下 2 個門，所以提高了中獎的機會為 1/2。其次是最為多數的第二群，從 383 份「忠於原味」問卷的整理中我們則發現，大部份的受訪者認為相信自己的第一個直覺是最為可靠，因為主持人開門的動作，只是用來對參加者「混淆視聽」而已，或許試圖降低參加者的中獎機會，因此寧可相信自己，不受他人左右，就算是錯也無妨。但有許多同學認為，當主持人開了門之後，「換、不換」均有一半的機會得到大獎，所以相信自己的第一個選擇。

我們從問卷的簡答內容中發現，一些有趣而多樣的答話很值得我們來深思，例如，「因為選了就選了，要對自己有信心，何必要換呢？」、「此問題還不錯，因為可以測驗出有沒有對自己有信心」、「肯定自己的決定，就別輕易放棄！否則到時候後悔就來不及了！」、 「堅持己見，否則聽任別人的話而改變自己原來的選擇，如果選錯了，就會很後悔的！」、「相信原來的答案才不會後悔！」、「如果換了，等一下答案是你之前選的，會氣死的，所以堅持不換。」、「因為主持人會一直要人改變心意使禮物沒人中獎，所以我會堅持。」、「主持人不想讓別人猜到車子，故意賣關子讓別人猜不到。」、「主持人也可能會騙人。」、「因為這是憑自己的直覺，當然要相信自己的直覺而且心意已決，就沒必要換・・・」、「因為一開始的直覺是最準，說不定換了還會拿不到獎品，這樣不一定是最好的，就相信自己的直覺賭一睹！」、「相信自己的直覺，就算沒獎品也沒差，因為嘗試過了。」、

「我相信我的直覺和運氣。」、「我決定就不變」、「沒有獎品也沒關係，因覺得好玩！」、「因為換不換都是 1/2 的機率，只能靠運氣，看自己是不是真的會那麼幸運。是我的，跑也跑不掉；不是我的，留也留不住。」、等等。這兒摻雜著很多的背景因素和面向，或因為心理層面、或想遊戲一下、或為「當下」的決定、或認為主持人的言語影響、或賭賭運氣、或中獎機率會由原來的 1/3 變成 1/2、等等。在主持人開啟一個沒有獎品的門之後，大部份同學會認為「當下」的決定變成為「二擇一」的機會，也就是中獎機率由原來的 1/3 變成 1/2，這是無庸置疑的。然而，「機率概念」所要解釋和延伸的範疇，並非僅止於「一個人」和「當下」的情況，而是無形中有一個「共同體」和「長期」的情境，在孕育著、互動著和變遷著，一路下來穩定的條理化狀態於焉形成，科學化的思維方法當可引用進來。

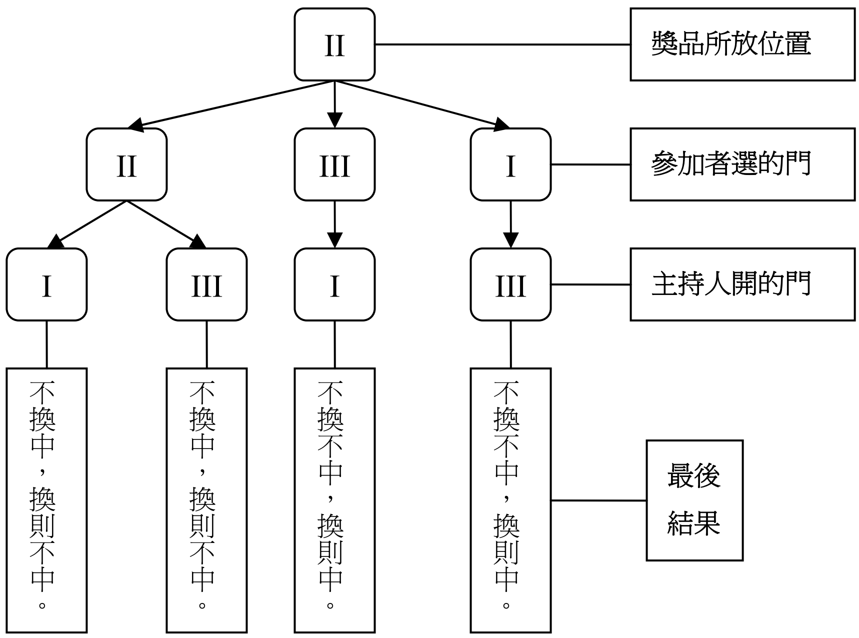
三、 科學化的思考方法

看似簡單的遊戲題材，如此豐富且多樣的想法一一呈現開來，隨機中蘊藏著條理，卻又見反常的決策現象。如何運用科學化的方法來釐清，以探索且發現條理性所在處，是個有趣的追尋、學習、認識、和體驗等整體過程。首先是一些合理的條件限制應該要加進來，相關定律、準則才能適時、適切的呈現出來，理想狀態下的條理性也就形成。在此遊戲題材中，如何運用「機率概念」來引導參賽者「合力」選擇較高的中獎機會，是我們努力以赴的。以下將從兩個不同角度來探索思考此問題，並假設**獎品放在門 II**，而參加者可以隨機選擇，亦即參加者選擇門 I、II、III 的機會是相等的；其他情形假設**獎品放在門 I、門 III**，推導過程是相類似的。

（一）、樹狀圖歸類法：

參加者選擇 II 門的機率為 1/3，延伸的三條路徑之一，如圖中的第一層路徑所示，接下來主持人有兩個選擇，分別是開啟門 I 或門 III，如圖中第二層路徑所示，由於開啟門 I 或 III 的機會是相同的，因此，一開始選定門 II 之後，不換而中獎的機會為：1/3*1/2*1.0（主持人開門 I）+ 1/3*1/2*1.0（主持人開門 III）= 1/3；換而中獎的機會為 1/3*1/2*0.0（主持人開門 I）+ 1/3*1/2*0.0（主持人開門 III）= 0。 其次是選定門 III 或門 I 之後，不換而中獎的機會為 1/3*1*0.0（選 III 開 I）

+ 1/3*1*0.0(選 I 開 III)= 0；換而中獎的機會則為 1/3*1*1.0(選 III 開 I)+ 1/3*1*1.0（選 I 開 III）＝ 2/3。我們可以整理如下，「不換而中獎」的機會是 1/3*1/2*1.0 + 1/3*1/2*1.0 + 1/3*1*0.0 + 1/3*1*0.0 = 1/3，其次，「換而中獎」的機會則為 1/3*1/2 *0.0 + 1/3*1/2 *0.0 + 1/3*1*1.0 + 1/3*1*1.0 = 2/3。值得注意的是從樹狀圖中演算下來，有些人會認為最後出現的結果有四種，其中不換門而會中獎占了兩個，換門而會中獎也是占了兩個，所以兩者中獎的機會是相等的。這種誤解應釐清的是四種路徑發生的機率並不相同，其中不換門而中獎的部份雖佔了兩個，但是主持人只能從第二層之兩個路徑擇一，發生機率應該分別乘上 1/2 才是正確的。



（二）、表列法：

以樹狀圖歸類法為基礎，運用較為嚴謹的「數學語言」來呈現 (貝氏解題，Kinney, 1997)，或許可以肯定「機率概念」所引導出來的理想狀態，也可作為理性決策的參考。但是對於只能參加一、兩次的遊戲者而言，似乎沒有多大意義和實質幫助。為了進一步較為實際性體會，我們將禮物可能隨機置放的位置表列出來成表 1 的三種情形，列出這三種足以代表整個遊戲過程所發生的可能情況。配合前面的假設**獎品放在門 II**，參加者可以隨機選擇，如果選擇了第 II 號門而主持人開門之後「忠於原味」時，則中獎機率為 1/3，亦即**表 1** 中的第二種情況；

若是參加者選擇了第 III (I) 號門之後「忠於原味」時，亦即**表 1** 中的第三(一) 種情況，中獎機率是分別為相同的 1/3。另一方面，假設參加者選擇了第 II 號門而在主持人開門之後「改變主意」時，中獎機率則會提升為 2/3，亦即**表 1** 中第一、三種情況之總和；若是參加者選擇了其他的 III、I 號門之一，而在主持人開門後「改變主意」的中獎機率也是分別為 2/3，亦即**表 1** 中第一、二種情況之總和、或第二、三種情況之總和。這種呈現方式，很像以小博大，但似乎是少了什麼具體感覺？為了填補這個空缺，我們運用一個簡單的亂數表來作多次的模擬實驗，例如附錄表一中 300 個亂數值來決定獎品所在的「門號」、或參加者所選的「門號」，三種情況均勻出現的次數各約 100 次，只是亂數表模擬出現的排列順序是隨機的，因此我們若是將其結果作適當的轉換重新排列之後，將會成為表 2 的三種情況均是重複呈現約 100 組模樣。

情況＼門	I	II	III
一	禮物	無	無
二	無	禮物	無
三	無	無	禮物

表 1: 隨機置放禮物的可能位置之表列法

情況＼門	I	II	III
一	104	0	0
二	0	92	0
三	0	0	104

表 2: 模擬實驗 300 次的均勻分配次數值

四、亂數表的具體操作

實驗的方法是以某國中一年級新生為研究對象，總共有 19 班，採常態編班方式，我們選取其中的一個班來作為具體操作實驗研究對象，另外一個班來作為常態性比對，兩個班級人數皆為 39 人，前一個班的目的是要研究同學們經歷過具體操作亂數表之後的效果，後一個班則是來檢測同學們在常態編班下具體操作前對此問題反應之一致性。

首先是來檢測實驗前兩個班同學們之反應是否一致性？我們分別在兩個班

級說明 Monty Hall 遊戲規則，並輔以實際互動式遊戲操作且給予獎品，讓同學們更加融入遊戲情境中，瞭解之後請他們填寫第二節中的問卷題目。問卷回收經過整理和統計，前一個班的 39 人當中有 5 個人改變心意『換門』；而對照組的 39 人中則只有 3 個人改變心意。兩者的比值 (5/39 vs 3/39) 經由比率值雙尾統計檢定 (e.g., prop.test in R) 之 p-value = 0.709，因此兩個班同學之反應是相當一致的。此外，問卷中的簡答內容，這些同學們所呈現的有趣而多樣之典型答話內容和第二節所整理出來的部份也是大同小異。

其次，我們就前一班的 39 位同學們進行亂數表之具體操作，以研究比較一次學習之後的效果。我們請同學們先認識一下附表一的亂數表，這些 300 個數值是均勻分佈在 [0, 1] 之間，我們劃分為三區，每一位同學隨機性給予亂數表中的一個不同數值，這個亂數值是作為個人具體操作之『作業初始值』，例如附表二中實驗次別 1 的亂數值 0.749，位於亂數表中的第 29 列和第 9 行 (i.e., [28, 8])。我們將此次的遊戲規則之獎品固定放在第 II 號門內，重複遊戲的實驗次數設定為 60 次，亂數表依序 (由上而下、由左而右) 而隨機呈現的數值是用來決定參加者所選擇的門號，我們依照選擇三個門之一的機率相等原則共同設定了決定條件：若亂數值落於 [0 , 1/3) 則選 I 號門、 落於 [1/3 , 2/3) 則選 II 號門、落在 [2/3 , 1] 之中則選取 III 號門。附表二中完整地呈現了作業初始值為 0.749 的 60 次結果，當亂數值選中 II 號門時，主持人可以開門的選擇有 I 或 III 號門；但是若亂數值選中 I (或 III) 號門的話，主持人只能開啟 III (或 I) 號門。在附表二中的最右兩行則以 0 或 1 代表『沒有中獎』或『中了大獎』的結果，最後統計一下分別中獎的實驗次數：『不換門中獎』的次數以及『換門而中獎』的次數，兩數相加的結果應該等於實驗總次數 60。

我們請每一位同學依照個人『作業初始值』回家練習一下，將個人具體操作的結果仿照附表二的呈現方式繳交一份報告。經過一週之後，我們收集了同學們繳交的報告且確定每一位同學均有練習，再度請同學們填寫第二節中的問卷題目以瞭解練習的成效。問卷回收後整理和統計結果，39 人當中從 5 人增加為 24 個人改變心意『換門』，若考慮同學們在具體操作『之前』、『之後』的兩種情況下，人數變動推移的詳細情形則呈現在表 5 中，可以利用列聯表統計檢定法 (e.g., McNemar.test in R) 之 p-value = 0.0001746，因此，具體操作『之前』、『之後』的學習成效是相當顯著的。

後 前	換	不換
換	3	2
不換	21	13

表 5：具體操作『之前』、『之後』的人數變動列聯表

此外，我們和同學們進行事後的分享活動，讓他們經由具體操作發表個人所學習到的心得和啟發，大部份同學已經可以從其他同學的類似但不完全相同的結果中，注意到不換門而中大獎機率為 1/2、1/2 想法已經動搖，進一步我們把第三節所呈現的兩種科學方法引用進來討論，樹狀圖歸類法帶領著他們反思一下個人的具體操作，也比較其他人的具體操作，逐漸地可以體會到『第 5 行主持人可**開門位置』(**附表二) 的規律和限制；表列法則提供了一個整體觀或直覺性的判斷，國中學生較難以在短時間完整掌握，若在老師適當的帶領下，利用附表三所提供的具體操作之電腦自動化版本，只要找到個人的**初始值位置**填入程式中 (R function: MontyHall)，即可對照自己的結果，也可看看其他同學的結果，甚至多加嘗試不同**初始值位置**的結果，整體觀可以逐步建立起來。

五、結論

在回收的問卷中我們發現，有部份學生認為生活中的機率問題，只是蘊含了相當大的運氣成份，而無法善用所學的科學化方法來解釋。目前在國民中小學九年一貫課程的數學學習領域中，「統計與機率」部份已加入電腦科技的輔助性學習，是相當符合時代潮流的。我們讓同學們透過一個簡單的亂數表，來具體操作這個「隨機模擬」實驗，以體會遊戲中所蘊含「機率概念」的奧妙之處，這些同學們在極短時間內就有顯著的學習成效，並可呼應和適度驗證「數學語言」所呈現的理想狀態。在此狀態中，「機率概念」所以要解釋和延伸的，並非僅止於「一個人」在「當下」的情況，而是有多個人或多次「重複性」在「長期」的情境中孕育著、互動著和變遷著，穩定的條理化型態逐漸成形，科學化思維才可適時引用進來，理想狀態於焉浮現。若在老師適當的帶領下，可以利用所提供的電腦化

輔助性學習，更可事半功倍。

這個有趣的猜獎遊戲也可以從直觀的方法來解釋，參加者選中獎品的機會是 1/3，沒有選中獎品機會是 2/3。若在主持人開門後，**堅持不換門**，會中獎的機率是不變的；如果「改變心意」換成另外一邊的機率（即參加者選定一門後的其他二門中獎機會是 2/3）也是不變的，這兩個門可中獎機率已經在主持人開了一門之後集中於**另外一個門當中**，因此，換了這個門而中獎的機率就會提升到 2/3。參考文獻 (8,9,10,11) 有四個網站可供進一步探究。

六、參考文獻

陳新民、劉祥通（2001）。從兒童迷思概念之文獻分析一 談機率單元的教學與課程。科學教育研究與發展季刊，第 26 期，40-51。

Friedman, D. (1998), "Monty Hall's Three Doors: Construction and Deconstruction of a Choice Anomaly," *The American Economic Review*, **88**, 933-946.

Gillman, L. (1992), "The Car and Goats," *The American Mathematical Monthly*, **99**, 3-7.

Morgan, J.P., Chaganty, N.R., Dahiya, R.C., and Doviak, M.J. (1991), "Let's Make a Deal: The Player's Dilemma", *The American Statistician*, **45**, 284-287.

Kinney, J.J. (1997), *Probability: An Introduction with Statistical Applications*, Wiliey.

R Development Core Team (2005). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL http://www.R-project.org.

Venables, W.N. and Ripley B.D. (1999), *Modern Applied Statistics with S-Plus,* 3rd Ed.New York: Springer.

"Answer to the Monty Hall Problem".http://www.comedia.com/hot/monty-answer.html

"Education, Mathematics, Fun, Monty Hall Dilemma".http://www.cut-the-knot.org/hall.html

"Monty Hall Puzzle". http://www.utia.cas.cz/user_data/vomlel/mh-puzzle.html

"The Monty Hall Problem". http://www.io.com/~kmellis/monty.html

七、附錄：　附表一　亂 數 表

亂 數 表 中 分成三組，個人起始值 設定之後，後續值 <u>由上而下、由左而右</u>：

	[, 0]	[, 1]	[, 2]	[, 3]	[, 4]	[, 5]	[, 6]	[, 7]	[, 8]	[, 9]
[0,]	0.372	0.044	0.710	0.658	0.250	0.300	0.585	0.333	0.622	0.546
[1 ,]	0.880	0.707	0.732	0.932	0.455	0.590	0.820	0.224	0.412	0.039
[2,]	0.701	0.957	0.213	0.661	0.923	0.796	0.071	0.389	0.406	0.659
[3,]	0.423	0.321	0.198	0.163	0.523	0.913	0.207	0.814	0.020	0.925
[4,]	0.435	0.442	0.761	0.333	0.394	0.233	0.072	0.913	0.772	0.108
[5,]	0.079	0.434	0.680	0.734	0.453	0.784	0.680	0.519	0.691	0.588
[6,]	0.815	0.810	0.610	0.993	0.843	0.716	0.019	0.305	0.883	0.941
[7,]	0.234	0.937	0.567	0.843	0.821	0.280	0.047	0.225	0.673	0.959
[8,]	0.685	0.776	0.776	0.983	0.010	0.953	0.323	0.428	0.134	0.018
[9,]	0.656	0.915	0.715	0.183	0.240	0.836	0.386	0.233	0.069	0.062
[10,]	0.125	0.023	0.392	0.860	0.718	0.339	0.081	0.037	0.773	0.995
[11,]	0.147	0.040	0.566	0.889	0.871	0.982	0.880	0.510	0.334	0.613
[12,]	0.398	0.140	0.079	0.550	0.261	0.810	0.545	0.474	0.664	0.092
[13,]	0.651	0.368	0.246	0.299	0.559	0.480	0.477	0.936	0.470	0.678
[14,]	0.934	0.274	0.947	0.313	0.876	0.167	0.469	0.652	0.034	0.435
[15,]	0.150	0.459	0.619	0.956	0.101	0.228	0.555	0.771	0.480	0.881
[16,]	0.968	0.690	0.867	0.560	0.305	0.999	0.293	0.903	0.042	0.599
[17,]	0.681	0.983	0.502	0.743	0.911	0.988	0.765	0.821	0.940	0.672
[18,]	0.907	0.762	0.486	0.250	0.359	0.009	0.236	0.106	0.611	0.205
[19,]	0.215	0.016	0.328	0.270	0.914	0.418	0.691	0.900	0.208	0.461
[20,]	0.606	0.563	0.277	0.226	0.984	0.098	0.880	0.233	0.772	0.472
[21,]	0.409	0.823	0.535	0.491	0.014	0.643	0.320	0.534	0.954	0.040
[22,]	0.285	0.492	0.481	0.438	0.438	0.186	0.945	0.145	0.779	0.813
[23,]	0.220	0.317	0.264	0.522	0.203	0.653	0.277	0.409	0.837	0.435
[24,]	0.254	0.856	0.220	0.186	0.022	0.465	0.297	0.189	0.668	0.281
[25,]	0.220	0.490	0.225	0.821	0.382	0.627	0.952	0.778	0.107	0.230
[26,]	0.217	0.693	0.597	0.279	0.443	0.897	0.054	0.664	0.829	0.752
[27,]	0.034	0.646	0.963	0.361	0.970	0.492	0.932	0.601	0.352	0.088
[28,]	0.182	0.110	0.368	0.009	0.079	0.299	0.586	0.703	0.749	0.314
[29,]	0.387	0.988	0.681	0.889	0.319	0.462	0.405	0.926	0.327	0.111

Generating method by R:> set.seed(101)

> rnum <- round(1000*(runif(300)))/1000

> rnmtrx <- matrix(rnum, c(30,10), byrow=T)

附表二

實驗次別	獎品位置	亂數值	參賽者選取位置	主持人開門位置	不換門而中獎	換門而中獎
1	**2**	**0.749**	**3**	**1**	**0**	**1**
2	**2**	**0.327**	**1**	**3**	**0**	**1**
3	**2**	**0.546**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
4	**2**	**0.039**	**1**	**3**	**0**	**1**
5	**2**	**0.659**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
6	**2**	**0.925**	**3**	**1**	**0**	**1**
7	**2**	**0.108**	**1**	**3**	**0**	**1**
8	**2**	**0.588**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
9	**2**	**0.941**	**3**	**1**	**0**	**1**
10	**2**	**0.959**	**3**	**1**	**0**	**1**
11	**2**	**0.018**	**1**	**3**	**0**	**1**
12	**2**	**0.062**	**1**	**3**	**0**	**1**
13	**2**	**0.995**	**3**	**1**	**0**	**1**
14	**2**	**0.613**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
15	**2**	**0.092**	**1**	**3**	**0**	**1**
16	**2**	**0.678**	**3**	**1**	**0**	**1**
17	**2**	**0.435**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
18	**2**	**0.881**	**3**	**1**	**0**	**1**
19	**2**	**0.599**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
20	**2**	**0.672**	**3**	**1**	**0**	**1**
21	**2**	**0.205**	**1**	**3**	**0**	**1**
22	**2**	**0.461**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
23	**2**	**0.472**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
24	**2**	**0.040**	**1**	**3**	**0**	**1**
25	**2**	**0.813**	**3**	**1**	**0**	**1**
26	**2**	**0.435**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
27	**2**	**0.281**	**1**	**3**	**0**	**1**
28	**2**	**0.230**	**1**	**3**	**0**	**1**
29	**2**	**0.752**	**3**	**1**	**0**	**1**

30	**2**	**0.088**	**1**	**3**	**0**	**1**
31	**2**	**0.314**	**1**	**3**	**0**	**1**
32	**2**	**0.111**	**1**	**3**	**0**	**1**
33	**2**	**0.372**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
34	**2**	**0.880**	**3**	**1**	**0**	**1**
35	**2**	**0.701**	**3**	**1**	**0**	**1**
36	**2**	**0.423**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
37	**2**	**0.435**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
38	**2**	**0.079**	**1**	**3**	**0**	**1**
39	**2**	**0.815**	**3**	**1**	**0**	**1**
40	**2**	**0.234**	**1**	**3**	**0**	**1**
41	**2**	**0.685**	**3**	**1**	**0**	**1**
42	**2**	**0.656**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
43	**2**	**0.125**	**1**	**3**	**0**	**1**
44	**2**	**0.147**	**1**	**3**	**0**	**1**
45	**2**	**0.398**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
46	**2**	**0.651**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
47	**2**	**0.934**	**3**	**1**	**0**	**1**
48	**2**	**0.150**	**1**	**3**	**0**	**1**
49	**2**	**0.968**	**3**	**1**	**0**	**1**
50	**2**	**0.681**	**3**	**1**	**0**	**1**
51	**2**	**0.907**	**3**	**1**	**0**	**1**
52	**2**	**0.215**	**1**	**3**	**0**	**1**
53	**2**	**0.606**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
54	**2**	**0.409**	**2**	**1 or 3**	**1**	**0**
55	**2**	**0.285**	**1**	**3**	**0**	**1**
56	**2**	**0.220**	**1**	**3**	**0**	**1**
57	**2**	**0.254**	**1**	**3**	**0**	**1**
58	**2**	**0.220**	**1**	**3**	**0**	**1**
59	**2**	**0.217**	**1**	**3**	**0**	**1**
60	**2**	**0.034**	**1**	**3**	**0**	**1**

最後統計一下分別中獎的實驗次數。

不換門中獎的實驗次數: 共 __17__ 次;

換門而中獎的實驗次數: 共 __43__ 次。

附表三：R code

```
MontyHall <- function(seedM=c(28,8), Gift=2, n=60)
{
    set.seed(101)
    rn = round(1000*runif(300))/1000
    rnM = matrix(rn, c(30,10), byrow=T)
    dat = as.vector(rnM)
    I = 1 + seedM[1] + 30 * seedM[2]                #初始位置指標值
    cat("\n", "Your lucky number is: ", dat[I],"\n\n")   #初始位置亂數值
    if(I+n > 300)    dat = c(dat, dat)          #初始位置在後段需回到亂數表
左上角
    m = I
    resTab = matrix(0, nrow=(n+1), ncol=7)
    resTab[1:n, 1] = 1:n    ;    resTab[1:n, 2] = rep(Gift, n)
    winYC = winNC = 0

    for(i in 1: n)
    {
        resTab[i, 3] = dat[m]      #實驗次別所對應的亂數值
        k = ceiling(3 * dat[m])
        resTab[i, 4] = k           #由亂數值來決定參加者選擇的門號
        m = m + 1
        if (k == Gift)
        {
            resTab[i, 5] = -Gift ;    resTab[i, 6] = 1
```

```
            winNC = winNC + 1   #沒有換門而贏得大獎
        }
        else
        {
            resTab[i, 5] = (1:3)[-c(k, Gift)] ;     resTab[i, 7] = 1
            winYC = winYC + 1   #選擇換門而贏得大獎
        }
    }
    colnames(resTab) = c("次別","獎品","亂數值","選門","主持人","不換","
換門")
    rownames(resTab) = c(rep("實驗", n), "總數")
    resTab[n+1, 1:5] = rep("---", 5)
    resTab[n+1, 6] = winNC ;     resTab[n+1, 7] = winYC

    list(ResultTable = resTab)
}
```