

第一章 緒論

單一暴漲子的暴漲模型擁有著簡單且自洽的特性，同時也提供了可以和觀測來做比較的結果。不過這個理論並不是唯一的可能。現在的宇宙學不再自成一派，隨著我們往回追溯宇宙的歷史，早期宇宙將到達不可思議的高能量，宇宙學因而和研究自然界基本定律的粒子物理開始有了密不可分的關係。理論粒子物理正蓬勃發展著，如大統一場論、超對稱理論、弦論等等。然而不管是哪一個理論都預測在更高的能量尺度之下，我們會有著許多的場。而各個場給出來的粒子也會相互作用著，也就是在粒子場的內部空間(internal space)存在著交互作用的位能。

然而，隨著場個數的增加，系統的複雜度也會隨著增加，假設場的內部空間有 N 個自由度，光是背景的部分就有 N 個耦合的二階微分方程，如果再考慮微擾項，則會再多出 N 個更複雜的耦合微分方程，假設 N 取的很大，則即使是用數值方法，也相當的曠日廢時，因此處理上必須做適當的條件。經過一番推導後可發現，除了暴漲模型慣有的緩慢滾動條件(slow-roll condition)外，只要再加入 $SO(N)$ 對稱的位能，就可把微擾部分的變數降為只有 κ 及 μ 兩個。如果希望理論可以和實驗觀測做比較，則需要做平滑位能的近似，這條件可以讓我們得到幾乎尺度不變(scale-invariant)的功率能譜(power

spectrum)。

本篇論文在理論的討論上，主要是參考[1]及[2]，我們發現只要有 $SO(N)$ 對稱，即使沒有取其他的近似條件，微擾的部分的也同樣只需要用 κ 及 μ 兩個變數，便足以描述相關的動力學。我們希望利用數值分析來討論具有質量的自由場特例，並且了解當時間的演進的同時，慢滾條件逐漸失效會對於微擾的演化有何影響。在研究的過程中，我們看到當 m 很大時系統便不再滿足慢滾條件。所以在[]中的一些討論就不適用慢滾條件。

本篇論文中的各章節大意如下：第二章主要是在回顧 FRW 背景度規上加入微擾項，而這些微擾可以分成純量、向量以及二階張量。不過由於各種微擾的特性，因此主要是討論純量微擾。第三章的重點是在看純量微擾的規範變換性質及其規範不變量，利用規範不變性我們可以減少純量微擾的自由度。我們列舉三種常見的規範，分別是空間平坦規範、同時規範與縱向規範。由於縱向規範直接給出了兩個重要的規範不變量 Φ 和 Ψ ，因而此後的討論都以縱向規範為主。第四章開始，我們加入了純量場（即暴漲子），但是假設背景的時空和純量場不隨空間位置而變（FRW 背景），只和時間的演化有關。在這裡除了原來的愛因斯坦方程式之外，我們還必須處理暴漲子的運動方程。第五章所面對的是宇宙微擾理論，這部分的理論會和宇宙微波背景輻射

(CMB)的大尺度結構拉上關係。而討論微擾的推導當然就比討論背景時來的複雜許多。為了不讓內容過於冗長，我們把較複雜的推導都留在附錄。第五章的另一個重點是討論宇宙學的一些重要物理量，如時空曲率、熵等等。

第六章到第八章我們陸續加入慢滾條件、 $SO(N)$ 對稱以及平滑位能的近似，這些近似對於理論計算有很大程度的化簡，但要注意的是不同式子取的近似條件不盡相同，而且在取近似時同一階的所有微擾項都要保留。第八章討論暴漲模型中重要的尺度不變能譜，過程中我們也對正則量子化做了部分的介紹。接下來的第九章，我們以具有質量的自由場為例，在同步波數 k 很大或很小的極限下，探討了一些解析的結果。第十章則是將理論中的一些參數取值，然後在一般的情況下（不取慢滾條件），用數值方法討論微擾隨時間的演化行為，並且和上一章取了慢滾條件的結果作比較。另外，我們也加入了附錄A、B。附錄A給了些宇宙學和暴漲模型的簡介，以及一些本篇論文用到的專有名詞介紹以供讀者參考，。附錄B則是放入本篇論文中較複雜的推導，只對結果有興趣的讀者跳過這部分。

為了方程式的簡潔，先定 $c = \hbar = M_{pl} = 1$ ，當我們需要考量確實的數值計算時，我們再把真正的物理量綱放入。