

國立臺灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文

指導教授：楊 凱 琳 博士

國中教科書的幾何內容分析

研究生：李 耀 堂 撰

中華民國一〇三年一月

摘要

本研究是探討康軒版、南一版與翰林版三個版本的教科書幾何內容中的幾何數學知識、作圖題、幾何量的解題（不合作圖與臆測與證明）、臆測與證明、提問分布情況的分析。

本研究依據 Kilpatrick, Swafford, 與 Findell (2001)的編著 Adding it up: Helping children learn mathematics 所界定的五股數學能力與相關文獻，研究者發展出五個向度去分析國中的數學教科書。

以教育部於民國九十七年修正的國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要編寫的國中數學教科書為研究對象，包括康軒版、南一版、翰林版三個版本第四冊與第五冊數學課本中的幾何內容。研究的方式主要採用「內容分析法」，進行三個版本的分析比較。

研究結果顯示康軒版的教科書第四、五冊的幾何內容編寫的分配情況為幾何量的解題(38%)、數學幾何知識(37.50%)、臆測與證明(11.59%)、提問(7.96%)、作圖題(4.93%)；南一版的教科書第四、五冊的幾何內容編寫的分配情況為幾何量的解題(46.71%)、數學幾何知識(29.04%)、臆測與證明(12.36%)、提問(8.83%)、作圖題(3.04%)；翰林版版的教科書第四、五冊的幾何內容編寫的分配情況為幾何量的解題(48.24%)、數學幾何知識(32.26%)、臆測與證明(10.24%)、提問(5.12%)、作圖題(4.12%)。教科書是呈現學習內容的主要工具，從分析教科書中可以瞭解學生有哪些不同的學習機會。根據研究結果可以提供教材設計者與課堂中教科書使用者對教科書能有更深刻的了解。

關鍵詞：數學知識、幾何、臆測、提問

目次

第一章 緒論

第一節 研究動機	1
第二節 研究目的和問題	6
第三節 名詞解釋	7
第四節 研究範圍與限制	8

第二章 文獻探討

第一節 幾何教育的目標	9
第二節 五股數學能力	14
第三節 與幾何內容目標相關的文獻	18

第三章 研究方法

第一節 研究架構	25
第二節 研究樣本	27
第三節 研究工具	35
第四節 研究程序	44
第五節 資料處理	47

第四章 結果與討論

第一節 國中第四、五冊幾何單元的教材內容分析比較	49
第二節 國中第四冊幾何單元的教材內容分析比較	52
第三節 國中第五冊幾何單元的教材內容分析比較	71

第五章 結論與建議

第一節 結論	83
第二節 建議	89

參考文獻	91
中文部分	91
英文部分	92

表次

表 1-1-1	文獻中數學教科書分析架構整理	3
表 2-1-1	階段四幾何教材能力指標	10
表 2-1-2	97 課程綱要幾何中各分年細目與幾何教材內容分析架構對照表	11
表 2-2-1	學生數學素養五股能力觀察表	15
表 3-2-1	第四、五冊三個版本的數學教科書幾何教材內容比較表	27
表 3-2-2	第四、五冊三個版本的數學教科書授課時數比較表	30
表 3-2-3	第四、五冊三個版本的數學教科書幾何教材內容分析對照表	32
表 3-3-1	幾何教材內容分析架構的主類目、子類目及範例	37
表 4-1-1	第四、五冊幾何教材內容的次數分配表	49
表 4-1-2	第四、五冊數學幾何知識的次數分配表	49
表 4-1-3	第四、五冊作圖題題型的次數分配表	50
表 4-1-4	第四、五冊作圖題解法的次數分配表	50
表 4-1-5	第四、五冊幾何量的解題中題型的次數分配表	50
表 4-1-6	第四、五冊幾何量的解題中解法的次數分配表	50
表 4-1-7	第四、五冊臆測與證明的次數分配表	51
表 4-1-8	第四、五冊活動中提問的次數分配表	51
表 4-1-9	第四、五冊內文中提問的次數分配表	51
表 4-2-1	平面圖形中幾何教材內容的次數分配表	52
表 4-2-2	平面圖形中數學幾何知識的次數分配表	53
表 4-2-3	平面圖形中幾何量的解題中題型的次數分配表	53
表 4-2-4	平面圖形中幾何量的解題中解法的次數分配	53
表 4-2-5	平面圖形中臆測與證明的次數分配	53
表 4-2-6	平面圖形活動中提問的次數分配表	54
表 4-2-7	平面圖形內文中提問的次數分配表	54

表 4-2-8	垂直、平分與線對稱中幾何教材內容的次數分配表	54
表 4-2-9	垂直、平分與線對稱中數學幾何知識的次數分配表	55
表 4-2-10	垂直、平分與線對稱中幾何量的解題的題型的次數分配表	55
表 4-2-11	垂直、平分與線對稱中幾何量的解題的解法的次數分配表	55
表 4-2-12	垂直、平分與線對稱中臆測與證明的次數分配表	55
表 4-2-13	垂直、平分與線對稱中活動中提問的次數分配表	55
表 4-2-14	垂直、平分與線對稱中內文中提問的次數分配表	56
表 4-2-15	尺規作圖中幾何教材內容的次數分配表	56
表 4-2-16	尺規作圖中數學幾何知識的次數分配表	56
表 4-2-17	尺規作圖中作圖題題型的次數分配表	57
表 4-2-18	尺規作圖中作圖題解法的次數分配表	57
表 4-2-19	尺規作圖中幾何量的解題題型的次數分配表	57
表 4-2-20	尺規作圖中幾何量的解題解法的次數分配表	57
表 4-2-21	尺規作圖中臆測與證明的次數分配表	57
表 4-2-22	尺規作圖中活動中提問次數分配表	58
表 4-2-23	尺規作圖中內文中提問次數分配表	58
表 4-2-24	內角與外角中幾何教材內容的次數分配表	59
表 4-2-25	內角與外角中數學幾何知識的次數分配表	59
表 4-2-26	內角與外角中幾何量的解題題型的次數分配表	59
表 4-2-27	內角與外角中幾何量的解題解法的次數分配表	59
表 4-2-28	內角與外角中臆測與證明的次數分配表	60
表 4-2-29	內角與外角中活動中提問的次數分配表	60
表 4-2-30	內角與外角內文中提問的次數分配表	60
表 4-2-31	三角形的全等中幾何教材內容的次數分配表	60
表 4-2-32	三角形的全等中數學幾何知識的次數分配表	60

表 4-2-33	三角形的全等中作圖題題型的次數分配表	61
表 4-2-34	三角形的全等中作圖題解法的次數分配表	61
表 4-2-35	三角形的全等中幾何量的解題題型的次數分配表	61
表 4-2-36	三角形的全等中幾何量的解題解法的次數分配表	61
表 4-2-37	三角形的全等中臆測與證明的次數分配表	62
表 4-2-38	三角形的全等中活動中提問的次數分配表	62
表 4-2-39	三角形的全等中內文中提問的次數分配表	62
表 4-2-40	三角形的邊角關係中幾何教材內容的次數分配表	62
表 4-2-41	三角形的邊角關係中數學幾何知識的次數分配表	62
表 4-2-42	三角形的邊角中關係幾何量的解題題型的次數分配表	63
表 4-2-43	三角形的邊角關係中幾何量的解題解法的次數分配表	63
表 4-2-44	三角形的邊角關係中臆測與證明的次數分配表	63
表 4-2-45	三角形的邊角關係中提問的次數分配表	63
表 4-2-46	三角形的邊角關係中提問的次數分配表	64
表 4-2-47	平行線中幾何教材內容的次數分配表	64
表 4-2-48	平行線中數學幾何知識的次數分配表	65
表 4-2-49	平行線中作圖題題型的次數分配表	65
表 4-2-50	平行線中作圖題解法的次數分配表	65
表 4-2-51	平行線中幾何量的解題題型的次數分配表	65
表 4-2-52	平行線中幾何量的解題解法的次數分配表	66
表 4-2-53	平行線中活動中提問的次數分配表	66
表 4-2-54	平行線中活動中提問的次數分配表	66
表 4-2-55	平行四邊形中幾何教材內容的次數分配表	66
表 4-2-56	平行四邊形中數學幾何知識的次數分配表	67
表 4-2-57	平行四邊形中作圖題題型的次數分配表	67

表 4-2-58	平行四邊形中作圖題解法的次數分配表	67
表 4-2-59	平行四邊形中幾何量的解題題型的次數分配表	67
表 4-2-60	平行四邊形中幾何量的解題解法的次數分配表	67
表 4-2-61	平行四邊形中臆測與證明的次數分配表	68
表 4-2-62	平行四邊形中活動中提問的次數分配表	68
表 4-2-63	平行四邊形中內文中提問的次數分配表	68
表 4-2-64	梯形與特殊的四邊形中幾何教材內容的次數分配表	68
表 4-2-65	梯形與特殊的四邊形中數學幾何知識的次數分配表	69
表 4-2-66	梯形與特殊的四邊形中作圖題題型的次數分配表	69
表 4-2-67	梯形與特殊的四邊形中作圖題解法的次數分配表	69
表 4-2-68	梯形與特殊的四邊形中幾何量的解題題型的次數分配表	69
表 4-2-69	梯形與特殊的四邊形中幾何量的解題解法的次數分配表	70
表 4-2-70	梯形與特殊的四邊形中臆測與證明的次數分配表	70
表 4-2-71	梯形與特殊的四邊形中活動中提問的次數分配表	70
表 4-2-72	梯形與特殊的四邊形中內文中提問的次數分配表	70
表 4-3-1	相似形中幾何教材內容的次數分配表	71
表 4-3-2	相似形中數學幾何知識的次數分配表	71
表 4-3-3	相似形中作圖題題型的次數分配表	71
表 4-3-4	相似形中作圖題解法的次數分配表	72
表 4-3-5	相似形中幾何量的解題題型的次數分配表	72
表 4-3-6	相似形中幾何量的解題解法的次數分配表	72
表 4-3-7	相似形中臆測與證明的次數分配表	72
表 4-3-8	相似形中活動中提問的次數分配表	72
表 4-3-9	相似形中內文中提問的次數分配表	73
表 4-3-10	點、線、圓中幾何教材內容的次數分配表	74

表 4-3-11	點、線、圓中數學幾何知識的次數分配表	74
表 4-3-12	點、線、圓中作圖題題型的次數分配表	74
表 4-3-13	點、線、圓中作圖題解法的次數分配表	74
表 4-3-14	點、線、圓中幾何量的解題題型的次數分配表	74
表 4-3-15	點、線、圓中幾何量的解題解法的次數分配表	75
表 4-3-16	點、線、圓中臆測與證明的次數分配表	75
表 4-3-17	點、線、圓中活動中提問的次數分配表	75
表 4-3-18	點、線、圓中內文中提問的次數分配表	75
表 4-3-19	圓心角、圓周角與弦切角中幾何教材內容的次數分配表	76
表 4-3-20	圓心角、圓周角與弦切角中數學幾何知識的次數分配表	76
表 4-3-21	圓心角、圓周角與弦切角中作圖題題型的次數分配表	76
表 4-3-22	圓心角、圓周角與弦切角中作圖題解法的次數分配表	76
表 4-3-23	圓心角、圓周角與弦切角中幾何量的解題題型的次數分配表	77
表 4-3-24	圓心角、圓周角與弦切角中幾何量的解題解法中次數分配表	77
表 4-3-25	圓心角、圓周角與弦切角中臆測與證明的次數分配表	77
表 4-3-26	圓心角、圓周角與弦切角中活動中提問中的次數分配表	77
表 4-3-27	圓心角、圓周角與弦切角中內文中提問中的次數分配表	77
表 4-3-28	推理與證明中幾何教材內容的次數分配表	78
表 4-3-29	推理與證明中數學幾何知識的次數分配表	79
表 4-3-30	推理與證明中幾何量的解題題型的次數分配表	79
表 4-3-31	推理與證明中幾何量的解題解法的次數分配表	79
表 4-3-32	推理與證明中臆測與證明的次數分配表	79
表 4-3-33	推理與證明中活動中提問的次數分配表	79
表 4-3-34	推理與證明中內文中提問的次數分配表	80
表 4-3-35	內心、外心與重心中幾何教材內容的次數分配表	80

表 4-3-36	內心、外心與重心中數學幾何知識的次數分配表	80
表 4-3-37	內心、外心與重心中作圖題題型的次數分配表	80
表 4-3-38	內心、外心與重心中作圖題解法的次數分配表	81
表 4-3-39	內心、外心與重心中幾何量的解題題型的次數分配表	81
表 4-3-40	內心、外心與重心中幾何量的解題解法的次數分配表	81
表 4-3-41	內心、外心與重心中臆測與證明中的次數分配表	81
表 4-3-42	內心、外心與重心中活動中提問的次數分配表	82
表 4-3-43	內心、外心與重心中內文中提問的次數分配表	82

圖次

圖 3-1-1	研究架構	25
圖 3-1-2	研究流程圖	26

第一章 緒論

在學校的數學教學中，數學老師使用的教科書主要有康軒版、南一版、翰林版三個版本。一方面對數學教師而言，教科書的角色是教導學生理解數學概念及學會解決相對應的數學問題。另一方面對學生而言，除了認識數學概念及解決數學問題外，學生也必須了解數學教科書中所要傳達的完整內涵。此時需要數學老師透徹清楚的認識教科書的角色及功能。若沒有數學教師的引導協助，學生要自己透過數學教科書的閱讀去學習數學能力是一件不容易的事。因此研究者參考五股數學能力與相關文獻建構出分析架構，以了解數學教科書的內容組織，藉由分析教科書使我們能從各個面向去瞭解教科書的內容，並且有助於數學教師在課堂上能教導與有效引導學生學習什麼以及如何學習更重要的知識。本章共分成四節，第一節陳述研究動機，第二節闡明研究目的與問題，第三節針對本研究的重要名詞加以釋義，第四節說明研究範圍與限制。

第一節 研究動機

教科書不僅是中小學階段學生最主要的學習資源，也是教師教學活動的主要依據（藍順德，民92）。教科書不但是教育過程中的重要材料，深深影響教與學的內容；它也是經濟活動裡令人矚目的產品，牽涉了龐大的市場利益；它更是政治價值傳輸的核心管道，銘刻了權力分配與社會控制的痕跡（黃嘉雄，民89）。教科書是學校教育、課程與教學的核心，因此，有關教科書的研究非常重要。近年來我國的教科書研究遽增，對教科書研究的關注也由數量的增加轉向品質的提升。提升教科書研究品質的一個關鍵點在於是否有良好的研究方法與工具；而良好的研究方法與工具，需要基於健全的教科書研究方法論。（周珮儀 & 鄭明長，民97）。教師和學生、課程和教學是學校教育中不可或缺的要素，其中的課程與教學更是傳承與創新人類文化的媒介，而教科書則是課程與教學的具體展現。教科書因幫助教學和學習而存在，對於學校、教育發展有其重要性。我國的課程改

革，教室層級的課程實施將是關鍵；教室層級的課程實施則與教師的教科書使用關係密切。因之，關心教師的教科書使用，幫助教師有效使用教科書，將是促進課程改革須重視的課題（葉興華，民100）。

在臺灣，有77%的國中數學教師以數學教科書為教學的主要教材在課堂中使用，17%的臺灣國中數學教師以數學教科書為補充教材在課堂中使用。所以在臺灣，國中數學教師有使用數學教科書教學的比例達94%，未使用數學教科書教學的比例只有6%（Third International Mathematics and Science Study [TIMSS]，2007）。教科書不僅是中小學階段最主要的教與學資源，也反映新世代國民的明日圖像。教科書的最主要使用者是學生，也是教室裡最主要的學習素材（陳麗華，民97）。

在TIMSS 2003 中，臺灣的國中二年級學生在數(Number)、代數(Algebra)、測(Measurement)、幾何(Geometry)、統計(Data)這五大主題的表現都還相當不錯，都遠超過國際平均得分。其中幾何的部份是臺灣表現最好的一個主題，臺灣排名與香港並列第二（曹博盛，民94）。國際數學與科學教育成就調查2011（Trends in International Mathematics and Science Study 2011，簡稱TIMSS 2011）為我國第四次辦理國際數學與科學教育成就趨勢調查，在TIMSS 2007 中，臺灣的國中二年級學生在數、代數、幾何、資料與機率這四大主題的表現都不錯，臺灣四項總排名居所有參加國第一，其中幾何居所有參加國排行第一（曹博盛，民101）。蒐集國內數學教科書相關研究中，將其使用分析架構整理成表1-1-1，可以發現其國內數學教科書的分析架構尚未以五股數學能力發展成幾何教材的分析架構，其中五股能力分別為概念理解、程序流暢、策略應用、適性推理和建設性傾向（參見Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001）。作者依據五股數學能力與相關文獻發展出數學幾何知識、作圖題、幾何量的解題（不合作圖題與證明）、臆測與證明、提問等五個面向及其相對的子類目去分析國中數學教科書的幾何內容。因為五股數學能力較難形成操作型的定義，所以發展可以涵蓋國中數學教科書的幾

何內容的五個面向，將數學課本的幾何內容具體地描述，並瞭解個面向的分布情形。目前的教科書研究在五個面向的探討情形架構主要針對有數學幾何知識和幾何量的解題（題型），對於作圖題、幾何量的解題（解法）、臆測與證明、提問等面向則較少提及，因而目前的研究對於教科書的全貌較無法詳細的呈現。在羅瑞珍（民79）國中數學教科書內容分析與內在評鑑之研究的論文中，作者在數學素養的內容分析以節為單位，使用複選的方式調查是否涉及各項數學素養學習經驗，先計算每節中出現的數學素養類目，再進行數量統計，所得結果的百分比分別為：價值（24.2%）、信心（58.2%）、解題（100%）、溝通（12.1%）、推理（69.2%），由結果可知在同一節中可能會同時涉及二個以上的數學素養。在吳明穎（民91）國小數學教科書內容分析之研究的論文中，作者首先探討學生應具備的數學素養，再發展數學素養的分析架構，分別為能瞭解數學的價值、對為自己能力有信心、成為數學的解題者、能用數學的方式溝通、要會以數學去推理、基本技能與知識及以數學解決日常生活問題的意圖共七項，比較三個國小教科書第一、二冊課本內容，透過依據課本內文相關文字敘述去將其對應至上述數學素養做的類目分類，以單元為分析單位，先計算每個單元中出現的數學素養類目，再進行數量統計，在同一單元中可能會同時涉及二個以上的數學素養。兩者的分析單位以一節或一個完整的單元為分析單位，所以同一節或單元中可能有數個分析類目，對於每個類目的百分比的結果，較無法凸顯不同數學素養在不同單元的差異性。然而作者在本研究中主要參考五股數學能力及相關文獻，並與教科書課本產生密切關聯，由彼此之間互相對應的關連性發展出五個分析架構，以各節為基礎，在各節中切出更小的分析單位，每個分析單位只屬於某一個分析類目，在分析結果的呈現上更為詳細，有助於讀者了解課本內文每一段落與課本中每一個題目所屬類別的百分比，並能看出不同分析類別在各節或各單元的比例。

表1-1-1

文獻中數學教科書分析架構整理

文獻	研究主題	分析架構	分析內容
----	------	------	------

羅瑞珍 (民79)	國中數學教科書內容分析與內在評鑑之研究	數學能力類目(知識、基本技能、心智方法、非認知與形上認知共四類別)與數學素養學習經驗型式(價值、信心、解題、溝通、推理共五類別)	國中數學教科書
吳明穎 (民91)	國小數學教科書內容分析之研究	數學能力(數學知識、數學技能、數學的思考、輔助工具的使用及數學的應用共五類別)與數學素養(能瞭解數學的價值、對為自己能力有信心、成為數學的解題者、能用數學的方式溝通、要會以數學去推理、基本技能與知識及以數學解決日常生活問題的意圖共七類別)	國小數學教科書
蔡麗蓉 (民92)	國小數學審定版教科書分數教材之內容分析	情境安排、分數的啟蒙教材、分數的四則運算與等值教材	國小數學教科書
廖婉琦 (民92)	台灣82年國編版數學教科書與美國數學教科書之內容分析比較研究—以幾何教材為例	分析二維及三圍幾何形體的特徵與性質以及發展有關幾何關係的數學論證 使用座標幾何及其他表徵系統來確定位置與描述空間關係 應用變換以及使用對稱性來分析數學情境 利用視覺化、空間推理以及幾何模式化來解題	國小數學教科書
邱忻恬 (民95)	台灣與西班牙七年級到九年級數學教科書之內容分析研究	前期中等教育階段課程之沿革、數學課程現行綱要、數學教科書內容之分析	國中數學教科書
李豪文 (民97)	從課程組織探討一年級到三年級數學教科書之幾何內容	繼續性、順序性、統整性	國小數學教科書
廖曼伶 (民97)	國小二年級數學教科書內容之比較研究	單元章節、教材脈絡、教學目標、教材內容	國小數學教科書

董修齊 (民99)	台灣與芬蘭國 小數學教科書 幾何教材內容 之分析比較	1.幾何形體之辨識與建製、2.幾何形體組成性質與應用、3.幾何形體之操作與關係、4.空間幾何、5.幾何形體之解題	國小數學教科書
李牧恒 (民99)	以布魯姆修訂 版分析芬蘭、 台灣一年級數 學教科書	知識向度及認知歷程	國小數學教科書
彭惠群 (民99)	芬蘭國小數學 教科書之幾何 教材研究—以 w版為例	1.認識形體的外觀、2.認識形體的構成要素、3.建立形體的內在性質和整體關係、4.空間推理、5.尺規作圖	國小數學教科書
柯富渝 (民102)	台灣、芬蘭、 新加坡國小數 學教科書幾何 教材之分析比 較	幾何教材目標、幾何教材內容編排與幾何概念呈現方式	國小數學教科書

第二節 研究目的與問題

本研究的目的為依據Kilpatrick, Swafford, 與 Findell (2001)的編著 Adding it up: Helping children learn mathematics所界定的五股數學能力與相關文獻，發展出數學幾何知識、作圖題、幾何量的解題（不合作圖與證明）、臆測與證明、提問等共五個面向，發展分析架構以分析幾何教科書。

探討依據民國九十七年所公布九年一貫課程綱要所編寫的教科書，並且通過教育部審定通過的康軒版、南一版與翰林版第四冊與第五冊的數學課本，藉著分析三個版本幾何教材內容，瞭解三個版本在五個面向的分布情況。本研究探討的問題如下：

（一）比較康軒版、南一版與翰林版三個版本在這五個面向的差異為何？這五個面向分別為數學幾何知識、作圖題、幾何量的解題（不合作圖與證明）、臆測與證明、提問。

（二）了解三個版本在五個面向主類目及其子類目分布情形為何？

第三節 名詞解釋

(一) TIMSS

國際教育學習成就調查委員會 (The International Association for the Evaluation of Education Achievement, IEA) 計劃每四年辦理國際數學與科學教育成就研究一次，並改名為國際數學與科學教育成就趨勢調查 (Trends in International Mathematics and Science Study , 簡稱 TIMSS)，我國於 1992 年申請加入，現已成為正式會員。

(二) 教科書

教科書係指根據課程理論、學習理論、教學需要，將各科教材排列組織，供教師教學及學生學習使用的圖書 (廖婉琦，民 92)。本研究的教科書，是指以九七課程綱要編寫並通過教育部審查以提供學校使用的國中第四冊與第五冊數學課本，包括康軒版、南一版與翰林版三個版本。

第四節 研究範圍與限制

本研究以九七課程綱要編寫的國中數學教科書之幾何教材內容為研究對象，進行三個版本：康軒版、南一版與翰林版之間的差異分析，以第四冊、第五冊的數學課本內容為主，並進行內容分析。

第二章 文獻探討

以下將分成三節進行文獻探討；第一節探討幾何教育的目標，第二節敘述五股數學能力，第三節說明與幾何內容目標相關的文獻。

第一節 幾何教育的目標

聯合國教科文組織（UNESCO）提出學習的五大支柱，第一支柱，學會追求知識（Learning to Know）；第二支柱，學習做事（Learning to Do）；第三支柱，學習與人相處（Learning to Live Together）；第四支柱，學習自我實現（Learning to Be）；第五支柱，學會改變（Learning to Change）。數學能力有九個特徵：1.（形成數學問題的能力）Ability to formalize mathematical material。2.（一般化的能力）Ability to generalize。3.（數字與符號的能力）Numerical and symbolic ability。4.（演繹推理的能力）Deductive reasoning ability。5.（思考的經濟效益）Economy of thought。6.（反思的能力）Ability to reverse a mental process。7.（思維的靈活性）Flexibility of thought。8.（數學的記憶）Mathematical memory。9.（空間的能力）Spatial ability（V.A. Krutetskii, 1976）。

教育部公布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域將九年國民教育區分為四個階段：第一階段為國小一至二年級，第二階段為國小三至四年級，第三階段為國小五至六年級，第四階段為國中一至三年級。幾何課程在第四階段中（國中一至三年級）的內容特色如下：

- 1.階段一：能初步掌握形的概念，其重點在長度與簡單圖形之認識。
- 2.階段二：幾何上則慢慢發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並能以操作認識幾何圖形的性質。
- 3.階段三：能認識簡單平面與立體形體的幾何性質，並理解其面積或體積之計算；能製作簡單的統計圖形。
- 4.階段四：幾何方面要學習三角形及圓的基本幾何性質，認識線對稱與圖形縮放的概念，並能學習簡單的幾何推理。

數學課程內容分為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」等五大主題。能力指標以三碼編排，其中第一碼表示主題，分別以字母 N、S、A、D 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題；第二碼表示階段，分別以 1、2、3、4 表示第一、二、三、四階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。因本研究範圍為國二至國三年級數學幾何教材，故將階段四幾何教材能力指標羅列如表 2-1-1：

表 2-1-1

階段四幾何教材能力指標

S-4-01	能理解常用幾何形體之定義與性質。
S-4-02	能指出滿足給定幾何性質的形體。
S-4-03	能透過形體之刻畫性質，判斷不同形體之包含關係。
S-4-04	能利用形體的性質解決幾何問題。
S-4-05	能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。
S-4-06	能理解外角和定理與三角形、多邊形內角和定理的關係。
S-4-07	能理解平面上兩平行直線의各種幾何性質。
S-4-08	能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理。
S-4-09	能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。
S-4-10	能根據直尺、圓規操作過程的敘述，完成尺規作圖。
S-4-11	能理解一般三角形的幾何性質。
S-4-12	能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。
S-4-13	能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。
S-4-14	能理解圖形縮放前後不變的幾何性質。
S-4-15	能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。
S-4-16	能理解三角形內心、外心、重心的意義與性質。
S-4-17	能理解圓的幾何性質。
S-4-18	能用反例說明一敘述錯誤的原因，並能辨識一敘述及其逆敘述間的不同。(A-4-19)
S-4-19	能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。(A-4-20)

數學課本中的內容主要有 A—數學幾何知識、B—作圖題、C—幾何量的解題、D—臆測與證明四種，根據四種的分析架構，比對 97 課程綱要能力指標中有關幾

何主題的各分年細目的結果如表 2-1-2 所示：

表 2-1-2

97 課程綱要幾何中各分年細目與幾何教材內容分析架構對照表

編號	內容	對照 指標	幾何教材內容分析架構
8-s-01	能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。	S-4-01	A
8-s-02	能理解角的基本性質。	S-4-01 S-4-04	A
8-s-03	能理解凸多邊形內角和以及外角和公式。	S-4-06	A
8-s-04	能認識垂直以及相關的概念。	S-4-01 S-4-04	A
8-s-05	能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。	S-4-01 S-4-07	A
8-s-06	能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。	S-4-08	A
8-s-07	能理解三角形全等性質。	S-4-09	A
8-s-08	能理解畢氏定理(Pythagorean Theorem)及其應用。	S-4-05 A-4-15	A、C
8-s-09	能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。	S-4-05 A-4-10	A、C
8-s-10	能理解三角形的基本性質。	S-4-08 S-4-09 S-4-11 S-4-12	A
8-s-11	能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。	S-4-10	B
8-s-12	能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。	S-4-02 S-4-03 S-4-04 S-4-08 S-4-12 S-4-13	A
8-s-13	能理解平行四邊形及其性質。	S-4-02 S-4-04	A

		S-4-07	
		S-4-13	
8-s-14	能用線對稱概念，理解等腰三角形、正方形、菱形、箏形等平面圖形。	S-4-08 S-4-12 S-4-13	A
8-s-15	能理解梯形及其性質。	S-4-13	A
8-s-16	能舉例說明，有一些敘述成立時，其逆敘述也會成立；但是，也有一些敘述成立時，其逆敘述卻不成立。	S-4-18	D
8-s-17	能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。	S-4-19	D
8-s-18	能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。	S-4-03 S-4-04	D
8-s-19	能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。	S-4-04	A、C
8-s-20	能理解與圓相關的概念(如半徑、弦、弧、弓形等)的意義。	S-4-17	A
8-s-21	能理解弧長的公式以及扇形面積的公式。	S-4-17	A、C
9-s-01	能理解平面圖形縮放的意義。	S-4-14	A
9-s-02	能理解多邊形相似的意義。	S-4-15	A
9-s-03	能理解三角形的相似性質。	S-4-15	A
9-s-04	能理解平行線截比例線段性質及其逆敘述。	S-4-07	A、D
9-s-05	能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，解應用問題。	S-4-15	A、C
9-s-06	能理解圓的幾何性質。	S-4-17	A
9-s-07	能理解直線與圓及兩圓的關係。	S-4-17	A
9-s-08	能理解多邊形外心的意義和相關性質。	S-4-16 S-4-17	A
9-s-09	能理解多邊形內心的意義和相關性質。	S-4-16 S-4-17	A
9-s-10	能理解三角形重心的意義和相	S-4-16	A

關性質。

9-s-11	能理解正多邊形的幾何性質(含線對稱、內切圓、外接圓)。	S-4-08 S-4-13 S-4-17	A
9-s-12	能認識證明的意義。	S-4-19 A-4-20	A、D
9-s-13	能認識線與平面、平面與平面的垂直關係與平行關係。	S-4-01	A
9-s-14	能理解簡單立體圖形。	S-4-01 S-4-02	A
9-s-15	能理解簡單立體圖形的展開圖，並能利用展開圖來計算立體圖形的表面積或側面積。	S-4-01 S-4-04	A、C
9-s-16	能計算直角柱、直圓柱的體積。	S-4-01 S-4-04	A、C

第二節 五股數學能力

教育部於民國 87 年公布的九年一貫課程綱要認為課程設計應以學生為主體，以生活經驗為重心，培養現代國民所需的十種基本能力，而基本能力與數學學習領域的關係如下：

1. 瞭解自我與發展潛能：瞭解自己在數量或形上的能力及思考型態的傾向，挑戰並增加自我的數學能力。
2. 欣賞、表現與創新：以數學眼光欣賞各學習領域中的規律，領會數學本身的美，以數學有組織、有效地表現想法。
3. 生涯規劃與終身學習：具有終身學習所需的數學基本知識，養成凡事都能嘗試用數學的觀點或方法來切入的習慣。
4. 表達、溝通與分享：結合一般語言與數學語言說明情境及問題，從數學的觀點推測及說明解答的屬性及其合理性，與他人分享思考歷程與成果。
5. 尊重、關懷與團隊合作：互相幫助解決問題，尊重同儕解決數學問題的多元想法，關懷同儕的數學學習。
6. 文化學習與國際瞭解：連結數學發展與人類文化活動間的互動，與其他學習領域(語文、社會、自然與生活科技、藝術與人文、健康與體育、綜合活動)連結。
7. 規劃、組織與實踐：組織數學材料，以數學觀念組織材料，以數學語言與數學思維做系統規劃。
8. 運用科技與資訊：將各學習領域與數學相關的資料資訊化。
9. 主動探索與研究：形成問題、蒐集、觀察、實驗、分類、歸納、類比、分析、轉化、臆測、推論、推理、監控、確認、反駁、特殊化、一般化。
10. 獨立思考與解決問題：進行數學式思維，以數、形、量的概念與方法探討並解決問題。

教科書的主要性質為 1. 教科書是達成教學目標的工具。2. 教科書是學生獲得知識的主要來源。3. 教科書是課程與教學間的主要連結。4. 教科書的內容是一種經過精選的知識。5. 教科書的架構設計應依其學科知識邏輯順序編排。6. 教科書的編排應符合學生發展與學習需要。7. 教科書是文化遺產的精華。8. 教科書是維

持社會團結安定的利器。9. 教科書是維持階級利益的工具。10. 教科書是師生對話的橋樑。教育的目的在培養學生適應社會生活的知識和能力，教學的目標在於落實學生的學習，而教師教甚麼、學生學甚麼，當然是推動教育改革非常重要的課題。教科書是教師教學的主要依據，是學生學習的主要資源，因此教科書的相關問題一直都是社會關注的議題（藍順德，民 95）。

Kilpatrick, Swafford, 與 Findell (2001)界定的五股數學能力，分別敘述如下：

1. 概念的理解（Conceptual understanding）：綜合性與功能性的掌握數學概念以使學生能連接本身的先備知識去學習新的數學知識。
2. 程序的流暢（Procedural fluency）：靈活地、準確地、有效地、適當地執行程序的能力。
3. 策略的能力（Strategic competence）：先形成問題、再表徵問題、進而解決數學問題的能力。
4. 適性的推論（Adaptive reasoning）：邏輯思考、反思、解釋及論證的能力。
5. 建設性傾向（Productive disposition）：將數學視為有道理的、有用的、有價值的傾向，伴隨著本身勤奮與效能的信念。

秦爾聰教授等人（民 99）依據 Kilpatrick 等人所提出的「數學素養的五股能力」為架構（NRC, 2001），參考相關文獻設計出學生數學素養五股能力觀察表如表 2-2-1：

表 2-2-1

學生數學素養五股能力觀察表

數學素養/五股能力	學生數學素養之觀察項目及編碼
概念理解(C) Conceptual understanding	C-1 能充分了解數學概念的定義檔 C-2 能理解做數學的過程，如演算、公式等所表達的含意 C-3 能以不同的表徵呈現數學概念 C-4 能理解不同概念或表徵之間的關連性
程序流暢(P) Procedural fluency	P-1 能運用基本數學定義和性質進行演算 P-2 能熟練地使用各種數學演算流程

	<p>P-3 能解釋運算程序中蘊含的數學概念</p> <p>P-4 能根據問題情境靈活運用不同的演算程序</p>
<p>策略應用(S)</p> <p>Strategic competence</p>	<p>S-1 能運用以前的數學知識和經驗進行解題</p> <p>S-2 能建構一個或多個數學表徵以呈現問題的數學關係</p> <p>S-3 會選擇比較有效的方法解題</p> <p>S-4 能看出不同問題的共同數學結構，將問題一般化</p>
<p>適性推理(A)</p> <p>Adaptive reasoning</p>	<p>A-1 會檢驗或自己或他人的想法</p> <p>A-2 能為自己或他人的想法進行解釋與辯證</p> <p>A-3 能根據數學知識對自己或他人的想法提出質疑</p> <p>A-4 能比較不同的解題策略並進行修正或得出結論</p>
<p>建設性傾向(D)</p> <p>Productive disposition</p>	<p>D-1 會主動參與數學活動</p> <p>D-2 只要持續努力，相信自己能學好數學</p> <p>D-3 認為數學對日常生活有幫助</p> <p>D-4 會將數學學習經驗應用在其它學習領域</p>

學生數學素養五股能力觀察表主要是利用教師與學生的教學活動去檢核學生的數學素養，所以將五股數學能力的每一個主類目，細分成較為詳細的子類目，利用每個子類目觀察學生在課堂上的表現，從學生的角度出發，了解學生的數學素養。而作者本身想透過五股數學能力去分析數學教科書，其分析研究的對象並不一致。學生數學素養五股能力觀察表著重於學生動態行為的觀察，從教室中學生的學習行為去做數學素養的檢測，但是教科書的分析著重於靜態的課本分析，彼此之間有一些不太一樣，所以以此觀察表去分析數學教科書，未能將課本的完整內涵凸顯出來。然而透過五股數學素養的原始定義與學生數學素養五股能力觀察表，並參閱數學教科書及相關文獻，有助於分析架構的形成與調整，並且將五股數學素

養與分析架構的密切關聯緊密結合。從概念理解與程序流暢可以與課本中的數學幾何知識產生關聯，因為數學課本中的數學幾何知識主要有數學名詞的定義、性質、數學公式、解法與技巧；從概念理解、程序流暢與策略應用可以與課本中的作圖題產生關聯，因為數學課本中的作圖題必須了解題目的不同表徵，使用依照不同的題目類型使用靈活的程序，並且選擇較有效的方式或利用數學概念解決數學問題；從概念理解、程序流暢與策略應用也可以與課本中的幾何量的解題（不含作圖與證明）產生關聯，因為課本中的幾何量的解題須要瞭解數學概念、不同表徵的題目，將問題一般化，用適當的演算程序、數學性質或公式進行解題。從適性的推論可以與課本中的臆測與證明產生關聯，因為課本中的臆測與證明須要進行解釋與論證，並能檢驗自己與他人的想法是否正確。從概念理解、程序流暢、策略運用、適性推理與建設性傾向可以與課本中的提問產生關聯，因為課本中的提問主要喚起學生就有的數學知識，或者利用數學概念去解決新的數學問題，或者希望學生產生主動思考的習慣，並積極參與數學活動。

第三節 與幾何內容目標相關的文獻

一、數學知識的分類

2001 年版布魯姆認知領域教育目標之知識向度內容將數學知識分為：1. 事實知識：學生要溝通瞭解或對某門學科做有系統的組織，以及解決其中的問題所必須知道的基本要素。2. 概念知識：就是基本要素之間的關係，它能使基本要素在一個較大的結構中一起發生作用。它包括類別、分類以及它們之間關係的知識。分類與類別形成原理與通則的基礎，接著原理與通則又形成理論、模組與結構的基礎。3. 程序性知識：如何去做某件事、探索的方法、以及使用技能、算則、技巧和方法的標準。4. 後設認知知識：一般認知的知識，以及自我認知的知識與察覺（引自曹博盛，民 101）。數學課本中的數學知識主要分為數學名詞的定義說明，敘述數學符號及說明其數學意義，說明並推導數學性質或公式證明，有些版本的數學課本內容會說明解題技巧或如何應用數學概念於相對應的題目，參考布魯姆的知識向度分類對照三個版本的教科書內容的鋪陳安排，產生出數學幾何知識的分類，分別為事實知識、概念知識、程序性知識，課本內文中的文字敘述中數學名詞的定義與數學符號歸類為事實知識；數學性質與數學公式歸類為概念知識，敘述解法與數學概念的應用方式歸類為程序性知識，布魯姆的分類中有後設認知知識，在課本的內容安排上，後設認知知識在課本中大多以問題方式的去呈現，有部分的內容的描述方式是先說明程序性知識而提到認知方面的知識，作者將此部分歸類為程序性知識，所以將數學幾何知識分類成三種，課本中有關後設認知的問題，則歸類成其他主類目與子類目。

二、作圖題的分類

尺規作圖類型可以分成基本尺規作圖、初階應用尺規作圖、進階應用尺規作圖，各項定義如下：（1）基本尺規作圖：複製已知的線段、圓、角、三角形、中垂線作圖（平分線段）、角平分作圖、過線外一點做平行線與垂線、過線上一點做垂直線。（2）初階應用尺規作圖：從數學情境轉換到尺規作圖的過程中，

僅使用到前述七項的基本尺規作圖，不需利用額外的數學知識、定理、性質，就能達成題目需求之尺規作圖題。(3) 進階應用尺規作圖：從數學情境轉換到尺規作圖的過程中，不僅使用到前述七項的基本尺規作圖，還需利用額外的數學知識、定理、性質，才能達成題目需求之尺規作圖題(李建霖，民 102)。數學課本中的尺規作圖主要出現三個版本第四冊第二章第三節中，在其他章節與第五冊中也有出現部分尺規作圖，依照數學課程綱要的能力指標，希望學生培養基本的尺規作圖能力，從數學課本中，可以發現作圖題的題目有些只是簡單的單步驟複製，有些是較為複雜的多步驟複製，有些是需要應用題目所給予的數學性質或利用其他單元已經學過的數學性質去做尺規作圖，對學生尺規作圖學習與操作的難易度來說，並不太相同，因而以尺規作圖的題目難易度去設計出作圖題的分析架構，以顯現其不同難度的題目的分配狀況。所以依照題目的難易度，將作圖題的題型分為基本尺規作圖、初階尺規作圖、進階尺規作圖三種。在例題中的作圖題中，於例題下方附有作法，其做法主要有兩類，第一類為作法的說明在每一步驟非常詳細，第二類為作法的說明因為某些步驟已經敘述過或學生已經學習過，所以在作法的說明上則較為簡略。所以依照解法的文字敘述是否詳細的方式，將解法分成詳述作法與未詳述作法二種。

三、幾何量的解題的分類

問題型態的表徵可以分為(1)例行性的問題(Routine Problem)與非例行性的問題(Non-routine Problems)。例行性的問題是指學生可以找到一個明確的算法、公式、或程序去解決的問題，而且解決問題的路徑是顯而易見的，非例行性的問題指的是學生無法只應用一個標準的算法、公式或程序去解決的問題。(2)傳統問題(Traditional Problem)與非傳統的問題(Non-traditional Problem)。非傳統問題分成四種子類型，分別為擬題(Problem-posing problems)、益智問題(puzzle problems)、計畫性的問題(project problems)、日誌問題(journal problems)，非以上四種子類型者為傳統問題。(3)開放式問題(Open-ended Problems)與封閉式問題(Closed-ended Problems)。開放式問題是一個問題有多個正確的答案，封閉式問題是一個問題只有一個答案。(4)應用問題(Application Problems)與非應用問題(Non-application Problems)。應用問題是指以每天的生活或真實的世界為背景的實際的問題，可以分成虛擬的應用問題(Fictitiously application Problems)

和真實的應用問題 (Authentic application Problems)，如果不能歸類為應用問題則就是非應用問題 (Zhu, Y., & Fan, L., 2006)。在上述的問題型態的分類方式，在例行性與非例行性問題方面，數學課本幾何內容中的問題大都為例行性問題，所以此分類較無法將數學題型做有效的分類。在傳統的問題與非傳統的問題方面，數學課本幾何內容中的問題大都為傳統問題，所以此分類較無法將數學題型做有效的分類。在開放式與封閉式問題方面，數學課本幾何內容中的問題大都為封閉式問題，所以此分類較無法將數學題型做有效的分類。在應用問題與非應用問題方面，數學課本幾何內容中的問題大都為應用問題，所以此分類較無法將數學題型做有效的分類。觀察數學課本幾何內容中的幾何量的解題 (不含作圖與證明)，主要有幾個數學特徵，分別為文字敘述、數學符號、圖像或圖形、表格，使用這些題目特徵交織成題型的種類，因而將題目分成四個子類目，第一個子類目為純文字敘述，第二個子類目為文字敘述結合數學符號，第三個子類目為文字敘述結合圖像表徵，第四個子類目為文字敘述結合數學符號與圖像表徵。

解決問題的面向 (Dimensions of Problem Requirements) 分成 (1) 數學的特徵 (Mathematical Feature)：單一的計算過程、多個的計算過程。(2) 上下文的特徵 (Contextual Feature)：內文中只有數字或文字、圖形表徵或故事呈現。(3) 成果的需求 (Performance Requirements)：分為回答的方式與認知需求兩個方面。回答的方式分為純數字答案 (numerical answer only)、用數字去表示 (numerical expression only)、需要解釋或解決方案 (explanation or solution required)。認知需求分為程序性的練習 (procedural practice)、概念性的理解 (conceptual understanding)、解決問題 (problem solving)、特殊需求 (special requirement) 四種 (Li, Y., 2000)。對於幾何量的解題的解法，在數學的特徵方面，大都為多個計算過程。在上下文的特徵方面，屬於題型的特徵，較不屬於解法的特徵。在成果的需求方面，回答的方式多為純數字。在認知的需求方面，除了程序性的練習、概念性的理解、解決問題、特殊需求外，課本題目的解法有些除了必須使用在本節中題目所提供的數學概念外，部分解法必須連結其他單元的數學概念，此外有些題目有題供一題多解的做法，或者在解題的過程必須使用直尺或原規畫出輔助線或相關的圖形，因而對於幾何量的解題 (不含作圖與證明) 解法，將解法分成四個子類目，第一個子類目為使用本單元的數學性質、公式就可以解決問題的程序性練習 (基本練習)，第二個子類目為必須連結其他單元的數學概念與程序性

練習才能解決的問題(應用練習)，第三個子類目為一個題目的解法不只一種(多元解法)，第四個子類目為解決問題的過程必須使用直尺、圓規或三角板做出輔助線或相關圖形(作圖需求)。

四、臆測與證明的分類

臆測主要分成離散的有限案例歸納(empirical induction from a finite number of discrete cases)、動態案例歸納(empirical induction from dynamic cases)、類比(analogy)、溯因(abduction)和知覺性臆測(perceptually based conjecturing)等五種不同認知過程的類型：1. 離散的有限案例歸納：經由幾個各別的例子歸納出樣式。2. 動態案例歸納：經由動態性的操作或動態性的環境歸納出樣式。3. 類比：經由一個已知的事實或事件去歸納出其他題目的樣式。4. 溯因：經由結果去反推造成此結果的原因或探究其邏輯性的關係。5. 知覺性臆測：經由是視覺或是敘述的方式歸納其樣式(Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid & Yevdokimov, 2007)。數學課本在學生學習推理與證明扮演重要的角色，教師使用的數學課本影響教師怎麼教學、何時教學、如何教學(Stylianides, G. J., 2009)。Stylianides, G. J. 並提出推理與證明的分析架構，推理與證明主要分成兩個部分：數學統合與歸納(Making Mathematical Generalizations)與邏輯論證(Providing Support to Mathematical Claim)。其中數學統合與歸納包括：判別數學模型(Identifying a Pattern)與臆測(Making a Conjecture)；邏輯論證包括：提供一個證明(Providing a Proof)與提供一個非證明的論述(Providing a Non-proof Argument)。在數學課綱中的能力指標有提到「能舉例說明，有一些敘述成立時，其逆敘述也會成立；但是，也有一些敘述成立時，其逆敘述卻不成立。」、「能理解平行線截比例線段性質及其逆敘述。」、「能認識證明的意義。」等能力指標。數學課本的內容中的臆測與證明主要在課本內文中包含了數學性質的推導延伸與數學公式的證明，例題中包含了相似形或全等性質的臆測與證明，問題探索與動動腦中存在部分臆測與證明的活動。課本中的證明多為利用演繹式的方式，以具備邏輯的論述架構，由題目的已知概念去求證某個數學結果而進行的邏輯證明，所以除了五種臆測外，考慮課本內容中的證明活動，另外增加了第六種演繹式臆測。證明的活動一定包含了臆測的過程，對於數學證明的問題，學生由題目中的數學資訊與數學表徵，對求證的目標產生臆測的想法，並進而實行證明的方式。所以將臆測與證明

歸為同一主類目，將其子類目分為範例式臆測與證明、動態例臆測與證明、類比式臆測與證明、溯因式臆測與證明、知覺性臆測與證明、演繹式臆測與證明六個子類目。

五、提問的分類

Jan De Lange (2007) 在 *Aspects of the Art of Assessment Design* 中提出了三種能力：(1) 再製 (Reproduction)：簡單或例行性計算，定義和 (單步驟或熟悉的) 幾乎不需要數學化的問題。(simple or routine computations, definitions, and (one-step or familiar) problems that need almost no mathematization.)

(2) 連結 (Connections)：較為複雜的問題解決，涉及連結 (在不同的數學領域，數學和上下文之間)。(somewhat more complex problem solving that involves making connections (between different mathematical domains, between the mathematics and the context).)

(3) 反思 (Reflection)：數學思維，一般化，抽象和反思，以及解決複雜的數學問題 (mathematical thinking, generalization, abstraction and reflection, and complex mathematical problem solving.)

數學課本的內容的題目中有例題、隨堂練習、自我評量、問題探索、動動腦，此外在課本的內文中敘述幾何數學知識時，有時會提出一些問題讓學生有主動思考的機會，課本中的例題中附有詳細的解答說明，當老師講解完例題後，再由學生做題型類似的隨堂練習，之後於自我評量再次檢驗本節的數學概念是否完全理解。然而課本中的問題探索、動動腦、課本內文中的問題所扮演的角色與例題、隨堂練習與自我評量的角色並不太相同，在例題、隨堂練習與自我評量中，老師居於主動的地位，學生則較為被動；在問題探索、動動腦、課本內文中的問題中，學生居於主動的地位，教師則較為被動。所以在上述四個主類目之外，根據課本中有些問題的功用較不一樣，就產生第五個主類目「提問」，提問的問題主要有三種類型，第一種主要是回顧學生舊知識，第二種主要是希望學生能利用單元中敘述的數學概念去解決數學問題，第三種主要是讓學生能有反思的機會，因而將

提問分成三個子類目，分別為再製、連結與反思。

本研究綜合參照上述研究資料，設計內容分析類表五個主類目，並訂定相關的子類目作為內容分析之依據，以下略加說明主類目發展出的子類目：

A.數學幾何知識：

A-1 事實知識

A-2 概念知識

A-3 程序性知識

B.作圖題：

B-1 題型

B-1-1 基本尺規作圖

B-1-2 初階應用型尺規作圖

B-1-3 進階應用型尺規作圖

B-2 解法

B-2-1 詳述作法

B-2-2 未詳述作法

C.幾何量的解題：

C-1 題型

C-1-1 文字型態

C-1-2 文字和數學符號

C-1-3 文字與圖像表徵

C-1-4 數學符號和圖像表徵

C-2 解法

C-2-1 基本練習

C-2-2 應用練習

C-2-3 多元解法

C-2-4 作圖需求

D. 臆測與證明：

D-1 範例式臆測與證明

D-2 動態例臆測與證明

D-3 類推式臆測與證明

D-4 溯因式臆測與證明

D-5 知覺性臆測與證明

D-6 演繹式臆測與證明

E. 提問

E-1 再製

E-2 連結

E-3 反思

第三章 研究方法

本章旨在說明本研究的方法設計與實施過程。全章共分成五節，第一節敘述研究架構，第二節說明研究樣本，第三節說明研究工具，第四節為研究程序，第五節為資料處理。

第一節 研究架構

本研究之研究架構如圖 3-1-1：

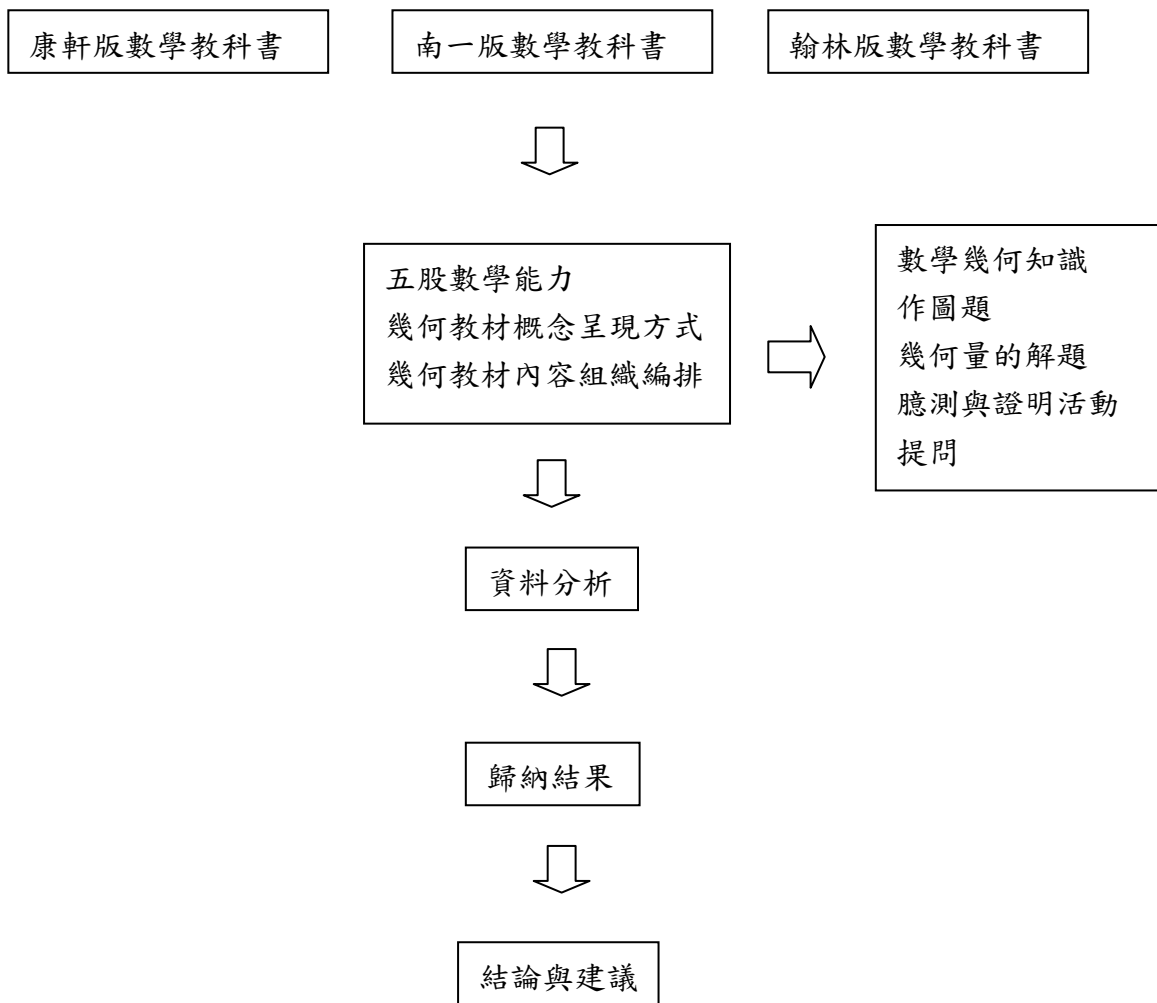


圖 3-1-1 研究架構

本研究之研究流程圖如圖 3-1-2

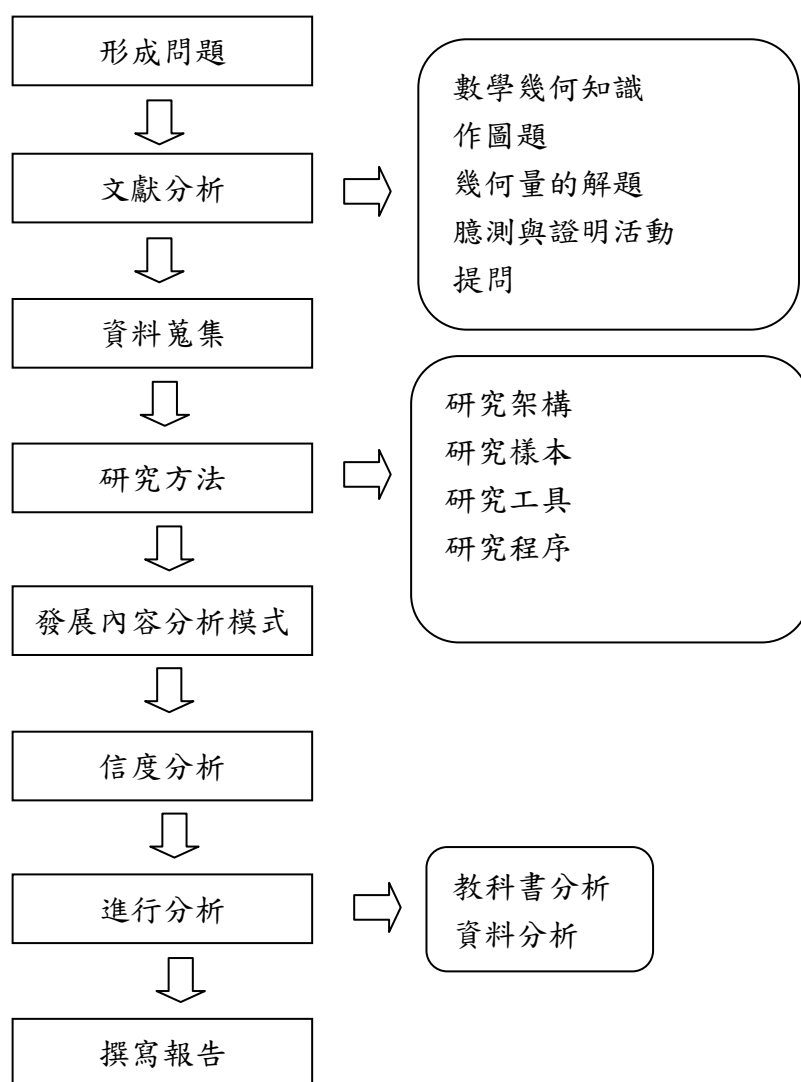


圖 3-1-2 研究流程圖

第二節 研究樣本

本研究分別以教育部於民國九十七年修正的國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要編寫的國中數學教科書為研究對象，使用三個不同版本（康軒版、南一版、翰林版）國中數學教科書第四冊與第五冊的幾何內容為分析對象。三個版本的數學教科書中的內容大致可以分為以下七個部分：

1. 課本內文：複習學生已經學過的數學知識、說明新的數學知識，如數學定義、數學性質、數學公式等或者在課本的內文中提出問題。
2. 探索活動（問題探索）與動動腦：利用活動的方式提出數學問題，以培養學生主動思考的機會，並且引導學生形成、釐清數學概念進而解決數學問題。
3. 例題：當概念形成之後，以此數學概念產生的問題，題目中附有詳細的解答說明，使老師易於講解給學生了解數學知識並解決數學問題。
4. 隨堂練習：當老師講解完例題所衍生出的相似題，供學生練習，使學生從練習中強化老師講解的數學概念。
5. 重點整理：每節最後有觀念整理，透過系統化的整理方式，幫助學生熟悉、歸納、複習本節學習重點。
6. 自我評量：對於本單元的重要的數學概念，統整後所設計的題目。
7. 數學文化櫥窗（數學部落格）：挑選與本節相關的數學史或在與學生生活有關的數學內容，使學生能以不同的角度與數學知識做連結。

將康軒版、翰林版及南一版的第四、五冊數學教科書的幾何教材內容及每個小節的單元名稱與頁數做成內容比較表如表 3-2-1：

表 3-2-1

第四、五冊三個版本的數學教科書幾何教材內容比較表

	康軒版	南一版	翰林版
七 年 級	無	無	無

八年級	<p>第三冊-無</p> <p>第四冊-共 (171) 頁</p> <p>第 2 章幾何圖形與尺規作圖</p> <p>2-1 生活中的平面圖形 (21)</p> <p>2-2 垂直、平分與線對稱圖形 (17)</p> <p>2-3 尺規作圖 (16)</p> <p>第 3 章三角形的基本性質</p> <p>3-1 三角形的內角與外角 (20)</p> <p>3-2 三角形的全等性質 (18)</p> <p>3-3 角平分線與垂直平分線的性質 (15)</p> <p>3-4 三角形的邊角關係 (19)</p> <p>第 4 章平行與四邊形</p> <p>4-1 平行 (18)</p> <p>4-2 平行四邊形 (11)</p> <p>4-3 特殊四邊形的性質 (16)</p>	<p>第三冊-無</p> <p>第四冊-共 (159) 頁</p> <p>第 2 章平面幾何圖形</p> <p>2-1 平面圖形 (19)</p> <p>2-2 垂直、平分與線對稱 (13)</p> <p>2-3 尺規作圖 (12)</p> <p>第 3 章三角形的性質</p> <p>3-1 三角形的內角與外角 (17)</p> <p>3-2 三角形的全等性質 (16)</p> <p>3-3 全等三角型的應用 (7)</p> <p>3-4 三角形的邊角關係 (18)</p> <p>第 4 章平行與四邊形</p> <p>4-1 平行線 (20)</p> <p>4-2 平行四邊形 (16)</p> <p>4-3 特殊的平行四邊形與梯形 (21)</p>	<p>第三冊-無</p> <p>第四冊-共 (169) 頁</p> <p>第 2 章幾何圖形</p> <p>2-1 平面圖形 (19)</p> <p>2-2 垂直、平分與線對稱 (16)</p> <p>2-3 尺規作圖 (15)</p> <p>第 3 章三角形的基本性質</p> <p>3-1 內角與外角 (22)</p> <p>3-2 三角形的全等 (22)</p> <p>3-3 三角形的邊角關係 (16)</p> <p>第 4 章平行與四邊形</p> <p>4-1 平行線與截角性質 (21)</p> <p>4-2 平行四邊形 (15)</p> <p>4-3 梯形與特殊四邊形 (23)</p>
九	<p>第五冊-共 (173) 頁</p>	<p>第五冊-共 (157) 頁</p>	<p>第五冊-共 (169) 頁</p>

年 級	第 1 章相似形 1-1 比例線段與縮放圖 形 (22) 1-2 相似與相似三角形 (15) 1-3 相似三角形的應用 (23) 第 2 章圓 2-1 點、直線、圓之間 的位置關係 (32) 2-2 圓心角、圓周角及 弦切角 (23) 2-3 多邊形的外心與內 心 (11) 第 3 章幾何證明 3-1 證明與推理 (23) 3-2 三角形的外心、內 心、重心 (24) 第六冊-無	第 1 章比例線段與相似 形 1-1 比例線段與圖形的 縮放 (25) 1-2 相似形 (27) 第 2 章圓的性質 2-1 點、直線、圓之間 的關係 (29) 2-2 圓心角、圓周角與 弦切角 (27) 第 3 章推理證明與三角 形的心 3-1 推理與證明 (18) 3-2 三角形的外心、內 心與重心 (31) 第六冊-無	第 1 章相似形 1-1 比例線段 (20) 1-2 相似多邊形 (24) 1-3 相似三角形的應用 (18) 第 2 章圓形 2-1 點、線、圓 (28) 2-2 圓心角、圓周角與 弦切角 (28) 第 3 章外心、內心與重 心 3-1 推理證明 (15) 3-2 三角形與多邊形的 心 (36) 第六冊-無
--------	---	--	---

康軒版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數共 344 頁，其中第四冊 171 頁，第五冊 173 頁；南一版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數共 316 頁，其中第四冊 159 頁，第五冊 157 頁；翰林版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數共 338 頁，其中第四冊 169 頁，第五冊 169 頁。康軒版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數最多，翰林版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數次之，南一版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的頁數最

少。

將康軒版、翰林版及南一版的第四、五冊數學教科書的幾何教材內容及每個小節的授課時數做成授課時數比較表如表 3-2-2：

表 3-2-2

第四、五冊三個版本的數學教科書授課時數比較表

	康軒版	南一版	翰林版
八年級	第三冊-無 第四冊-共 52 節 第 2 章幾何圖形與尺規作圖 2-1 生活中的平面圖形 (5 節) 2-2 垂直、平分與線對稱圖形 (5 節) 2-3 尺規作圖 (5 節) 第 3 章三角形的基本性質 3-1 三角形的內角與外角 (5 節) 3-2 三角形的全等性質 (6 節) 3-3 角平分線與垂直平分線的性質 (5 節) 3-4 三角形的邊角關係 (5 節) 第 4 章平行與四邊形	第三冊-無 第四冊-共 50 節 第 2 章平面幾何圖形 2-1 平面圖形 (5 節) 2-2 垂直、平分與線對稱 (5 節) 2-3 尺規作圖 (4 節) 第 3 章三角形的性質 3-1 三角形的內角與外角 (5 節) 3-2 三角形的全等性質 (5 節) 3-3 全等三角型的應用 (3 節) 3-4 三角形的邊角關係 (5 節) 第 4 章平行與四邊形 4-1 平行線 (7 節) 4-2 平行四邊形 (5 節) 4-3 特殊的平行四邊形	第三冊-無 第四冊-共 53 節 第 2 章幾何圖形 2-1 平面圖形 (5 節) 2-2 垂直、平分與線對稱 (8 節) 2-3 尺規作圖 (5 節) 第 3 章三角形的基本性質 3-1 內角與外角 (4 節) 3-2 三角形的全等 (7 節) 3-3 三角形的邊角關係 (4 節) 第 4 章平行與四邊形 4-1 平行線與截角性質 (8 節) 4-2 平行四邊形 (4 節) 4-3 梯形與特殊四邊形 (8 節)

	4-1 平行 (6 節) 4-2 平行四邊形 (4 節) 4-3 特殊四邊形的性質 (6 節)	與梯形 (6 節)	
九年級	第五冊-共 52 節 第 1 章相似形 1-1 比例線段與縮放圖 形 (7 節) 1-2 相似與相似三角形 (8 節) 1-3 相似三角形的應用 (6 節) 第 2 章圓 2-1 點、直線、圓之間 的位置關係 (6 節) 2-2 圓心角、圓周角及 弦切角 (8 節) 2-3 多邊形的外心與內 心 (3 節) 第 3 章幾何證明 3-1 證明與推理 (5 節) 3-2 三角形的外心、內 心、重心 (9 節) 第六冊-無	第五冊-共 62 節 第 1 章比例線段與相似 形 1-1 比例線段與圖形的 縮放 (10 節) 1-2 相似形 (10 節) 第 2 章圓的性質 2-1 點、直線、圓之間 的關係 (9 節) 2-2 圓心角、圓周角與 弦切角 (9 節) 第 3 章推理證明與三角 形的心 3-1 推理與證明 (12 節) 3-2 三角形的外心、內 心與重心 (12 節) 第六冊-無	第五冊-共 49 節 第 1 章相似形 1-1 比例線段 (5 節) 1-2 相似多邊形 (6 節) 1-3 相似三角形的應用 (6 節) 第 2 章圓形 2-1 點、線、圓 (6 節) 2-2 圓心角、圓周角與 弦切角 (9 節) 第 3 章外心、內心與重 心 3-1 推理證明 (6 節) 3-2 三角形與多邊形的 心 (11 節) 第六冊-無

康軒版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數共 104 節，其中第

四冊 52 節，第五冊 52 節；南一版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數共 112 節，其中第四冊 50 節，第五冊 62 節；翰林版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數共 102 節，其中第四冊 53 節，第五冊 49 節。南一版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數最多，康軒版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數次之，翰林版的數學教科書第四、五冊幾何教材內容的授課時數最少。

將康軒版、翰林版及南一版的第四、五冊數學教科書的幾何教材內容做成分析的節對節的對照表，如表 3-2-3：

表 3-2-3

第四、五冊三個版本的數學教科書幾何教材內容分析對照表

	康軒版	南一版	翰林版
對 照 單 元	4-2-1 生活中的平面圖形	4-2-1 平面圖形	4-2-1 平面圖形
	4-2-2 垂直、平分與線對稱圖形	4-2-2 垂直、平分與線對稱	4-2-2 垂直、平分與線對稱
	4-2-3 尺規作圖	4-2-3 尺規作圖	4-2-3 尺規作圖
	4-3-1 三角形的內角與外角	4-3-1 三角形的內角與外角	4-3-1 內角與外角
	4-3-2 三角形的全等性質	4-3-2 三角形的全等性質	4-3-2 三角形的全等
	4-3-3 角平分線與垂直平分線的性質	4-3-3 全等三角型的應用	
	4-3-4 三角形的邊角關係	4-3-4 三角形的邊角關係	4-3-3 三角形的邊角關係
	4-4-1 平行	4-4-1 平行線	4-4-1 平行線與截角性質

4-4-2 平行四邊形	4-4-2 平行四邊形	4-4-2 平行四邊形
4-4-3 特殊四邊形的性質	4-4-3 特殊的平行四邊形與梯形	4-4-3 梯形與特殊四邊形
5-1-1 比例線段與縮放圖形 5-1-2 相似與相似三角形 5-1-3 相似三角形的應用	5-1-1 比例線段與圖形的縮放 5-1-2 相似形	5-1-1 比例線段 5-1-2 相似多邊形 5-1-3 相似三角形的應用
5-2-1 點、直線、圓之間的位置關係	5-2-1 點、直線、圓之間的關係	5-2-1 點、線、圓
5-2-2 圓心角、圓周角及弦切角	5-2-2 圓心角、圓周角與弦切角	5-2-2 圓心角、圓周角與弦切角
5-3-1 證明與推理	5-3-1 推理與證明	5-3-1 推理證明
5-3-2 三角形的外心、內心、重心 5-2-3 多邊形的外心與內心	5-3-2 三角形的外心、內心與重心	5-3-2 三角形與多邊形的心

圖表中的編碼定義解釋如下：以 4-2-1 為例，第一個數字 4 代表第四冊，第二個數字 2 代表第二章，第三個數字代表第一節，所以 4-2-1 代表第四冊第二章第一節，5-2-3 代表第五冊第二章第三節。

三個版本的教科書間的幾何教材內容大都可找到一對一(一個章節對一個章節)的對應，所以分析的過程中應以一個章節為三個版本的最小比較單位，進而以一章為三個教科書版本的局部比較單位，再以一冊為三個版本的比較單位，最後再以四、五冊做三個教科書版本的整體比較單位。可是在三個教科書版本的第

五冊第一章相似形（比例線段與相似形）內容方面，各個版本對於相似形的數學概念於各小節中的編排方式稍有不同，所以在本章不易產生節與節的對應，所以第五冊第一章不做節與節的對應分析，只做章與章的對應分析。此外康軒版的第五冊第二章第三節多邊形的外心與內心與第五冊第三章第二節三角形的外心、內心、重心內容相近，並且在翰林版的第五冊第三章第二節三角形與多邊形的心內容中是將三角形與多邊形放至同一章節，所以將康軒版的第五冊第三章第二節與第五冊第二章第三節合成一節與南一版第五冊第三章第二節三角形的外心、內心與重心及翰林版第五冊第三章第二節三角形與多邊形的心做成節與節的對應。

以康軒版、南一版及翰林版三個版本的第四冊（第二章、第三章、第四章）和第五冊（第一章、第二章、第三章）的數學課本中的幾何內容為分析內容，針對三個版本第四冊和第五冊幾何內容做逐一分析。

第三節 研究工具

本研究依據五股數學能力：概念的理解、程序的流暢、策略的能力、適性的推論、建設性傾向及相關文獻類建構出五個分析架構的主類目及其相對的子類目，五個主類目分別為數學幾何知識、作圖題、幾何量的解題(不含作圖與證明)、臆測與證明、提問，並利用這五個主類目及其子類目去分析數學教科書。

參考文獻對各種幾何教材內容的細目，並確立「幾何教材內容」的五個分析架構的主類目及子類目分別敘述如下：

A. 數學幾何知識

A-1：事實知識：包含數學名詞的定義說明及數學符號的意義呈現。

A-2：概念知識：包含數學性質、定理與公式。

A-3：程序性知識：說明如何使用某種數學概念可以解決相關的數學問題或者敘述數學的解題技巧或解題程序。

B. 作圖題

B-1：題型

B-1-1：基本尺規作圖：複製已知的線段、圓、角、三角形、中垂線作圖(平分線段)、角平分作圖、過線外一點做平行線與垂線、過線上一點做垂直線。

B-1-2：初階應用型尺規作圖：從數學情境轉換到尺規作圖的過程中，僅使用到前述七項的基本尺規作圖，不需利用額外的數學知識、定理、性質，就能達成題目需求之尺規作圖題。

B-1-3：進階應用型尺規作圖：從數學情境轉換到尺規作圖的過程中，不僅使用到前述七項的基本尺規作圖，還需利用額外的數學知識、定理、性質，才能達成題目需求之尺規作圖題。

B-2：解法

B-2-1：詳述作法：作圖的步驟均以文字或符號詳細敘述。

B-2-2：未詳述作法：作圖的步驟未以文字或符號詳細敘述。

C.幾何量的解題（不合作圖與證明）

C-1：題型

C-1-1：文字型態：題目中有文字或數字的敘述，沒有數學符號或圖像表徵。

C-1-2：文字和數學符號：題目中有文字或數字的敘述與數學符號，沒有幾何圖像或數學圖表。

C-1-3：文字與圖像表徵：題目中有文字或數字的敘述與幾何圖像或數學圖表，沒有數學符號。

C-1-4：數學符號和圖像表徵：題目中有文字或數字的敘述、數學符號與幾何圖像或數學圖表。

C-2：解法

C-2-1：基本練習：解法運用本單元的幾何性質或數學公式進行簡單的運算。

C-2-2：應用練習：解題的過程必須連結其他單元的幾何性質或數學公式以進行較為複雜的運算。

C-2-3：多元解法：解法非唯一，可以多元的方式解決（一題多解）。

C-2-4：作圖需求：解題過程中需要使用直尺或圓規或三角板作圖或畫出輔助線。

D.臆測與證明

D-1：範例式臆測與證明：從幾個範例形成臆測與證明。

D-2：動態例臆測與證明：從描述動態的歷程或操作形成臆測與證明。

D-3：類推式臆測與證明：利用相似性對一個已知的數學事實去臆測與證明其它的一般性。

D-4：溯因式臆測與證明：1. 若 P 則 Q，由 Q 臆測 P。2. 釐清若 P 則 Q 與若 Q 則 P 的關係。

D-5：知覺性臆測與證明：從問題的視覺表徵或敘述的知覺轉換去形成臆測與證明。

D-6：演繹式臆測與證明：以具備邏輯性的論述架構的過程形成臆測與證明。

E. 提問

E-1：再製：提問的功能在於回顧並強化學生必須擁有的先備知識，或是複習加深學生的數學概念理解。

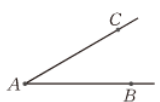
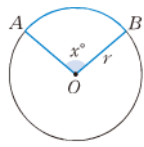
E-2：連結：提問的功能在於促使學生將舊有的數學知識與本節內容已經敘述的相關數學概念做連結，利用連結去解決數學問題。

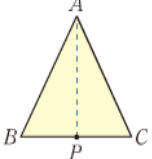

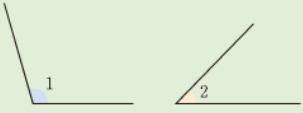
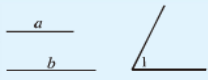
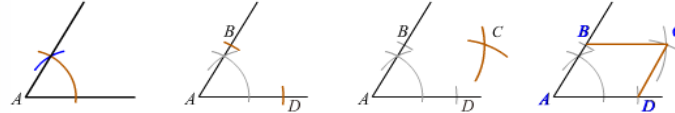


E-3：反思：提問的功能在於（1）使用本節內容已經講述的相關數學概念並且運用適當的反思性、計畫並實施解題策略才能解決的數學問題（2）在本節內容中尚未敘述的相關數學概念時就提出的數學問題，促進學生先主動思考問題的動機。

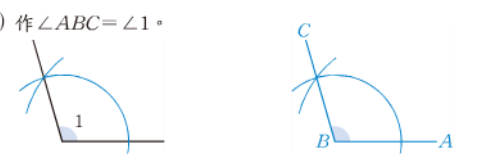
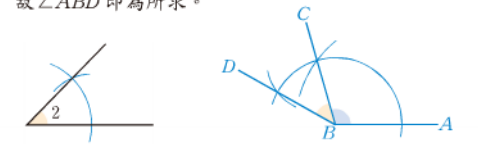
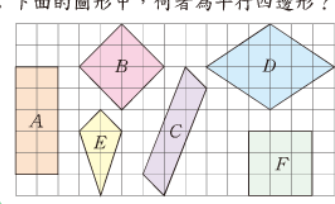
將幾何教材內容分析架構的五個主類目及其子類目及其範例列表如下：

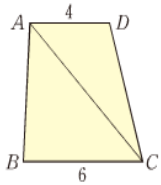
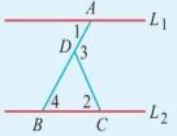
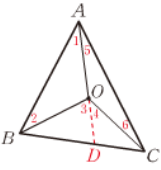
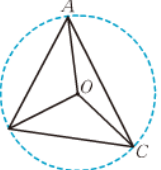
表 3-3-1

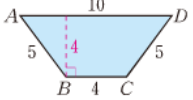
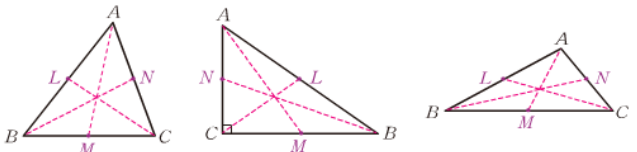
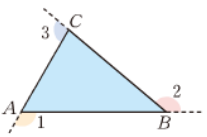
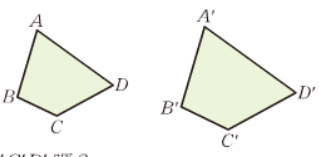
幾何教材內容分析架構的主類目、子類目及範例

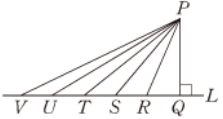
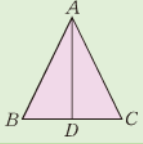
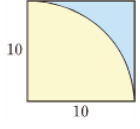
主類目	子類目	範例
A. 數學幾何知識	A-1 事實知識	<p>如右圖，以 A 點為端點的 \vec{AB} 和 \vec{AC} 形成一個角，記為 $\angle BAC$（讀作角 BAC）或 $\angle CAB$，此時也可以簡記為 $\angle A$。其中，A 點稱為 $\angle A$ 的頂點，\vec{AB} 和 \vec{AC} 稱為 $\angle A$ 的邊。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
	A-2 概念知識	<p>如右圖，在一個半徑為 r 的圓中，圓心角 $\angle AOB = x^\circ$。由於一周角是 360°，因此圓心角所對的 \widehat{AB} 的長度就是圓周長的 $\frac{x}{360}$，它所夾的扇形 AOB 面積也是圓面積的 $\frac{x}{360}$，故我們得到：</p> <ol style="list-style-type: none"> \widehat{AB} 的弧長 = 圓周長 $\times \frac{x}{360} = 2\pi r \times \frac{x}{360}$。 扇形 AOB 的面積 = 圓面積 $\times \frac{x}{360} = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$。 <p>資料來源：南一文教事業</p> 

	A-3 程序知識	<p>我們知道等腰$\triangle ABC$的對稱軸\overline{AP}會垂直平分底邊\overline{BC}，如右圖。利用上述結果可進行過線上一點作垂線的作圖。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
B. 作 圖 題	B-1-1 基本尺規作圖 (題型)	<p>例題 1 等長線段作圖 3D作圖 動態圖示</p> <p>如右圖，已知\overline{AB}與直線L，試在L上以尺規作圖畫出\overline{CD}，使得$\overline{CD}=\overline{AB}$。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
	B-1-2 初階應用型 (題型)	<p>例題 4 作出兩角的和 3D作圖 動態圖示</p> <p>如右圖，已知$\angle 1$及$\angle 2$，利用尺規作圖畫出一個角，使其等於$\angle 1 + \angle 2$。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
	B-1-3 進階應用型 (題型)	<p>例題 10 平行四邊形作圖 類題</p> <p>如右圖，已知$\angle 1$及a、b兩線段長，利用尺規作圖畫一個平行四邊形$ABCD$，使得$\angle A = \angle 1$，$\overline{AB} = a$，$\overline{AD} = b$。</p>  <p>(1)作$\angle A = \angle 1$。 (2)在$\angle A$兩邊分別取B、D兩點，使得$\overline{AB} = a$，$\overline{AD} = b$。 (3)分別以B、D兩點為圓心，b、a為半徑畫兩弧，交於C點。 (4)連接\overline{BC}與\overline{CD}，則四邊形$ABCD$為所求。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
	B-2-1 詳述作法 (解法)	<p>例題 5 中垂線作圖 3D作圖 動態圖示</p> <p>如右圖，已知\overline{AB}，利用尺規作圖畫出\overline{AB}的中垂線。</p>  <p>(1) 分別以A、B兩點為圓心，大於$\frac{1}{2}\overline{AB}$長為半徑畫弧，設兩弧交於C、D兩點。 (2) 連接\overleftrightarrow{CD}，則\overleftrightarrow{CD}即為所求。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>

	B-2-2 未詳述作法（解法）	<p>例題 4 作出兩角的和</p> <p>如右圖，已知$\angle 1$及$\angle 2$，利用尺規作圖畫出一個角，使其等於$\angle 1 + \angle 2$。</p> <p>3D作圖 動態圖示</p> <p>解 (1) 作$\angle ABC = \angle 1$。</p>  <p>(2) 作$\angle CBD = \angle 2$，則$\angle ABD = \angle ABC + \angle CBD = \angle 1 + \angle 2$，故$\angle ABD$即為所求。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
C. 幾何量的解題（不合作圖與證明）	C-1-1 文字型態（題型）	<p>例題 6 等腰三角形的高與面積</p> <p>已知等腰三角形的腰長為5，底邊長為6，試求高和面積。</p> <p>無限出題</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	C-1-2 文字和數學符號（題型）	<p>隨堂練習</p> <p>已知$\angle A = 70^\circ$，且$\angle A$與$\angle B$互餘，$\angle A$與$\angle C$互補，求：</p> <p>(1) $\angle B =$ _____ 度。</p> <p>(2) $\angle C =$ _____ 度。</p> <p>(3) $\angle B$的餘角 = _____ 度。</p> <p>(4) $\angle C$的補角 = _____ 度。</p> <p>(5) $\angle C - \angle B =$ _____ 度。</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	C-1-3 文字與圖像表徵（題型）	<p>1. 下面的圖形中，何者為平行四邊形？</p>  <p>解 答：_____。</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>

<p>C-1-4 數學符號及圖像表徵 (題型)</p>	<p>隨堂練習</p> <p>如右圖, 已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD}=4$, $\overline{BC}=6$。若 $\triangle ABC$ 的面積為 18, 求 $\triangle ACD$ 的面積。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
<p>C-2-1 基本練習 (解法)</p>	<p>隨堂練習</p> <p>求正八邊形的一個內角度數。</p> $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = \frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = 135^\circ$ <p>資料來源：南一文教事業</p>
<p>C-2-2 應用練習 (解法)</p>	<p>例題 6 截角與外角的應用 類題 基測</p> <p>如右圖, $L_1 \parallel L_2$, A 點在 L_1 上, B、C 兩點在 L_2 上, \overline{AB} 與 \overline{CD} 相交於 D 點, 已知 $\angle 1=58^\circ$, $\angle 2=63^\circ$, 求 $\angle 3$。</p>  <p>解 $\because L_1 \parallel L_2$ $\therefore \angle 1 = \angle 4 = 58^\circ$ (內錯角相等) $\because \angle 3$ 為 $\triangle BCD$ 的外角 $\therefore \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 63^\circ + 58^\circ = 121^\circ$</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
<p>C-2-3 多元解法 (解法)</p>	<p>例題 4 銳角三角形的外心與頂點所成的角 圖</p> <p>銳角 $\triangle ABC$ 中, O 為外心。若 $\angle A=55^\circ$, 求 $\angle BOC$ 的度數。</p> <p>解 1 延長 \overline{AO} 交 \overline{BC} 於 D 點 $\because O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心 $\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 故 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$。 $\because \angle 3$ 為 $\triangle AOB$ 的外角 $\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 2\angle 1$ ① 同理, $\angle 4 = \angle 5 + \angle 6 = 2\angle 5$ ② ① + ② 得 $\angle BOC = \angle 3 + \angle 4 = 2(\angle 1 + \angle 5) = 2\angle BAC = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$</p> <p>解 2 O 為 $\triangle ABC$ 的外心, 以 O 為圓心, 作 $\triangle ABC$ 的外接圓。 $\angle BOC = 2\angle BAC$ $= 2 \times 55^\circ$ $= 110^\circ$</p>   <p>資料來源：南一文教事業</p>

	C-2-4 作圖需求 (解法)	<p>6 等腰梯形 $ABCD$ 中, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 且 $\overline{AD}=10$, $\overline{BC}=4$, $\overline{AB}=\overline{CD}=5$, 求梯形 $ABCD$ 的面積。</p> <p>Ans $10-4=6, 6 \div 2=3$, (10分)</p> <p>Step 故高 $=\sqrt{5^2-3^2}=4$,</p> <p>面積 $=\frac{1}{2}(4+10) \times 4=28$。</p>  <p>資料來源：南一文教事業</p>
D. 臆測與證明	D-1 範例式臆測與證明	<p>活動二 三角形三邊的三中線會不會交於同一點 GSP</p> <p>1. 如圖 3-4 ~ 3-6, 三角形三邊的中點分別為 L、M、N, 請用直尺畫出三中線, 並檢視三中線是否交於一點。</p>  <p>圖 3-4 圖 3-5 圖 3-6</p> <p>是。</p> <p>2. 再任意畫一個三角形, 並畫出三中線。檢視三中線會不會交於同一點, 與同學交流觀摩。</p> <p>Ans 是。</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	D-2 動態例臆測與證明	<p>探索活動 三角形的外角和</p> <p>剪下附件(-), 將 $\triangle ABC$ 三個外角的頂點對齊, 邊與邊拼在一起, 且這三個角不能重疊, 看看這三個外角是否恰好圍成一圈。</p>  <p>Ans</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	D-3 類推式臆測與證明	<p>腦力激盪</p> <p>右圖四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $A'B'C'D'$ 中, 對應邊成比例, 即 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CD} : \overline{C'D'} = \overline{DA} : \overline{D'A'}$。</p>  <p>(1) 請問四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ 嗎?</p> <p>(2) 如果再加上一個「$\angle A = \angle A'$」的條件, 請問四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ 嗎? 為什麼?</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>

	D-4 溯因式臆測與證明	<p>探索活動 特殊三角形的關係</p> <p>Ans 1. 正三角形是等腰三角形嗎？</p> <p>Ans 2. 等腰三角形是正三角形嗎？</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	D-5 知覺性臆測與證明	<p>探索活動 點到直線的距離</p> <p>如右圖，直線 L 外一點 P 與直線 L 上的點連成許多線段，試問哪一個線段長最短？為什麼？</p>  <p>Ans</p> <p>Step</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	D-6 演繹式臆測與證明	<p>例題 3 SSS 全等性質的應用 —— 中垂線判別性質</p> <p>如右圖，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$，$\overline{BD} = \overline{CD}$，試問 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 是否全等？</p>  <p>Ans 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，因為</p> <p>Step (1) $\overline{AB} = \overline{AC}$</p> <p>(2) $\overline{BD} = \overline{CD}$</p> <p>(3) $\overline{AD} = \overline{AD}$ (公用邊)</p> <p>所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS 全等性質)</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
E. 提問	E-1 再製	<p>溫故啟思</p> <p>1. 如右圖，一個四分之一圓的扇形與一個正方形疊放在一起。若正方形的邊長為 10，則藍色區域的周長為_____，面積為_____。(圓周率用 3.14 計算)</p>  <p>Ans</p> <p>Step</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>
	E-2 連結	<p>我們知道三角形的內角和為 180°，那麼三角形的一組外角和是多少度？</p> <p>資料來源：南一文教事業</p>

E-3 反思

當兩條直線互相平行時，被一直線所截出的截角又有什麼性質？

已知 $L_1 \parallel L_2$ ，且 M 是 L_1 、 L_2 的一條截線， $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 為其中一組同位角。

1. 如右圖，若 M 與 L_1 、 L_2 都垂直，

則每一組同位角都是 90° ，

因此同位角相等。

2. 如果 M 與 L_1 、 L_2 不垂直，因為 $L_1 \parallel L_2$ ，

所以 L_1 、 L_2 皆垂直於某一條直線 L 。

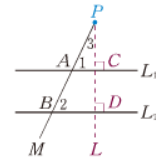
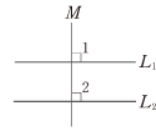
如右圖，設直線 L 與 M 相交於 P 點，

因為 $\triangle PAC$ 和 $\triangle PBD$ 都是直角三角形，

其中 $\angle PCA = \angle PDB = 90^\circ$ ，

所以 $\angle 1 = 90^\circ - \angle 3$ ， $\angle 2 = 90^\circ - \angle 3$ ，

故 $\angle 1 = \angle 2$ 。



資料來源：南一文教事業

第四節 研究程序

研究過程主要分為四個部份，相關流程概述如下：

一、決定分析單位

數學課本的幾何內容主要可以分成「數學幾何知識」、「作圖題」、「幾何量的解題」、「臆測與證明」等四類，觀察課本中的內文除了介紹數學幾何知識，還有於課本或活動中提出問題以促進學生主動思考的能力，學生將此提出問題歸為第五類「提問」。教科書的內容主要可以分成以下幾個部分：課本內文、例題、隨堂練習、探索活動（問題探索）、動動腦、重點整理、自我評量。分析單位依教課書的內容逐一界定清楚。

（一）課本內文

課本內文主要敘述數學幾何知識，將每一個段落視為一個分析單位，若一個段落中有敘述不同的數學幾何知識的子類目，則視為不同的分析單位；在課本內容的編排方面，有些數學知識的呈現，會以幾個段落去陳述，雖然屬於不同的段落，可是在課本的內容中分布在前後段，而且敘述同一概念時，視為一個分析單位；或者在敘述完數學概念後，接著會用一段落去做觀念的總整，再將相同的數學知識敘述一次，將其視為同一個分析單位；若為同一數學定義或同一數學性質或公式，雖然在不同的段落出現，雖然是相同的數學知識，視為不同的分析單位。

（二）課本內文中的問題

課本的內容除了數學概念的敘述外，在概念之間有時會提出問題，以啟發學生的思考，將此問題歸類成第五主類目提問。

（三）例題

例題以「題」為分析單位，若例題中若有二個小題，則視為二個分析單位；若有三個小題，則視為三個分析單位；所以依小題的數目決定分析單位的數目。

（四）隨堂練習，

隨堂練習以「題」為分析單位，若有二個小題，則視為二個分析單位；若有

三個小題，則視為三個分析單位，所以依小題的數目決定分析單位的數目。

(五) 探索活動

在數學課本中，除了老師講解的例題、在例題之後安排學生做的隨堂練習與最後總結的自我評量外，還有些題目，如探索活動（問題探索）及動動腦，此類題目主要培養學生臆測與證明的能力及培養學生對問題產生主動思考的習慣，依一個活動分成問題的數目決定分析單位的數目，並且探索活動中若其問題是為了培養學生臆測與證明的能力，則歸類為第四個主類目臆測與證明，若沒有臆測與證明的成分，則歸類為第五個主類目提問。

(六) 動動腦

以「題」為分析單位，並且依小題的數目決定分析單位的數目，若問題中有臆測與證明的成分，則歸類為第四個主類目臆測與證明，若沒有臆測與證明的成分，則歸類為第五個主類目提問。

(七) 重點整理

以每一個重點視為一個分析單位，若一個重點中有二個以上的子重點，因為各子重點均為同一概念的分類延伸，在分類上將其視為一個分析單位。

(八) 自我評量

以「題」為分析單位，並且依小題的數目決定分析單位的數目。

用此分析方式康軒版的數學教科書得到 992 個分析單位；南一版的數學教科書得到 1019 個分析單位；翰林版的數學教科書得到 995 個分析單位。

2. 確定分析架構

依據文獻，整理出 A-數學幾何知識、B-作圖題、C-幾何量的解題、D-臆測與證明、E-提問等五個主類目共 25 個子類目，設立代碼如下：

(1) A 類別中有 3 個子類別分別為 A-1~A-3。

(2) B 類別中有 5 個子類別分別為 B-1-1~B-2-2。

(3) C 類別中有 8 個子類別分別為 C-1-1~C-2-4。

(4) D 類別中有 6 個子類別分別為 D-1~D-6。

(5) E 類別中有 3 個子類別分別為 E-1~E-3。

3. 進行正式分析

分別將幾何中各「分年細目」和「題」以「幾何認知類別」代碼加以編碼紀錄在「幾何教材內容分析表」。因為各分年細目和題目所陳述內容的廣泛性不同，因此相同的分年細目和題目中可能包括不只一個認知的子類別。

4. 建立編碼者的信度

教科書分析方面將三各版本共取 50 個分析單位，請另外二位編碼者進行分析，並針對各編碼者與研究者的編碼結果計算一致性的百分比。利用公式，計算信度（楊孝滌，1989），公式如下：

$$\text{相互同意度} = \frac{2M}{N_1 + N_2}$$

M：兩人完全同意的數目

N₁：第一位編碼者應有的同意數目

N₂：第二位編碼者應有的同意數目

$$\text{平均相互度 (P)} = \frac{\text{相互同意度總和}}{2(N-2)}$$

N：編碼者人數

$$\text{信度} = \frac{N \times P}{1 + (N-1)P}$$

編碼員甲與乙之相互同意度：0.78

編碼員甲與乙之相互同意度：0.80

編碼員甲與乙之相互同意度：0.84

本研究平均相互同意度：0.80

本研究信度：0.92

第五節 資料處理

1. 統計五大主類目所占的百分比，並進行三個數學教科書版本的比較。
2. 統計五大主類目的子類目百分比，並進行三個數學教科書版本的比較。
3. 在數學課本中的提問分為活動中的提問與內文中的提問。活動中的提問指的是動動腦與探索活動中的問題，而內文中的提問指的是在在內文中說明數學幾何知識時候所提出的問題。內文中的提問包覆於數學幾何知識中，所以在計算分析單位的時候，為了避免分析單位重複計算，所以在提問方面，只計算活動中的提問，而將內文中的提問以另加一個欄位表列出來。

第四章 研究結果

本章共分成三個章節，第一節主要敘述四、五冊五個主類目及子類目分布情形，第二節主要敘述第四冊個章節五個主類目及子類目的分布情形，第三節主要敘述第五冊個章節五個主類目及子類目的分布情形，其分布情形的討論於第五章說明。

第一節 國中第四、五冊幾何單元的教材內容分析比較

在幾何教材內容分配情況方面，康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 992、1019 和 995 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-1-1 所示。提問分成活動中提問與內文中提問，內文中提問包覆於數學幾何知識中，為避免分析單位重複計算，所以再計算分析單位時只統計活動中的提問，並將內文中的提問另外以一個欄位表列出。由表 4-1-1 可已初步看出，康軒版的教科書第四、五冊的內容編寫對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少；南一版的教科書第四、五冊的內容編寫對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少；翰林版的教科書第四、五冊的內容編寫對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」的題目最少。

表 4-1-1

第四、五冊幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	372(37.50%)	49(4.93%)	377(38.00%)	115(11.59%)	124(7.96%)	992(100%)	45
南一版	296(29.04%)	31(3.04%)	476(46.71%)	126(12.36%)	90(8.83%)	1019(100%)	69
翰林版	321(32.26%)	41(4.12%)	480(48.24%)	102(10.24%)	51(5.12%)	995(100%)	39

在數學幾何知識的分配情況方面，分析結果如表 4-1-2 所示。康軒版、南一版與翰林版的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-1-2

第四、五冊數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	119(31.98%)	239(64.24%)	14(3.76%)	372(100%)

南一版	77(26.01%)	197(66.55%)	22(7.43%)	296(100%)
翰林版	93(28.97%)	216(67.28%)	12(3.73%)	321(100%)

在作圖題的分布情況方面，分析結果如表 4-1-3 所示。康軒版最著重於「初階應用型」，其次為「進階應用型」；南一版和翰林版均最著重於「初階應用型」，其次為「基本尺規」。

表 4-1-3

第四、五冊作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	10(20.40%)	28(57.14%)	11(22.44%)	49(100%)
南一版	8(25.80%)	17(54.83%)	6(19.35%)	31(100%)
翰林版	10(24.43%)	22(53.65%)	9(21.95%)	41(100%)

表 4-1-4

第四、五冊作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	8(80%)	2(20%)	10(100%)
南一版	8(88.88%)	1(11.11%)	9(100%)
翰林版	10(90%)	1(10%)	11(100%)

在幾何量的解題的分布情況方面，分析結果如表 4-1-5 所示。三個版本在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」、「文字與圖像表徵」的題目最少。在解法中，三個版本均以「程序性練習」最多，其次為「連結」。

表 4-1-5

第四、五冊幾何量的解題中題型的次數分配表

	文字型態	文字和 數學符號	文字與 圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	13(3.44%)	73(19.36%)	24(6.36%)	267(70.82%)	377(100%)
南一版	23(4.83%)	53(11.13%)	27(5.67%)	373(78.36%)	476(100%)
翰林版	24(5%)	49(10.20%)	38(7.91%)	369(76.87%)	480(100%)

表 4-1-6

第四、五冊幾何量的解題中解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	66(61.11%)	28(25.92%)	1(0.92%)	13(12.03%)	108(100%)
南一版	87(60.83%)	37(25.87%)	1(0.69%)	18(12.58%)	143(100%)
翰林版	83(61.02%)	35(25.73%)	2(1.47%)	16(11.76%)	136(100%)

在臆測與證明的分布情況方面，分析結果如表 4-1-7 所示。三個版本的「演繹式臆測與證明」任務都相對最多，其他臆測與證明子類則較少。

表 4-1-7

第四、五冊臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	2(1.73%)	9(7.82%)	0(0%)	2(1.73%)	1(0.86%)	101(87.82%)	115(100%)
南一版	4(3.17%)	2(1.58%)	1(0.79%)	4(3.17%)	4(3.17%)	111(88.09%)	126(100%)
翰林版	2(1.96%)	3(2.94%)	0(0%)	5(4.90%)	0(0%)	92(90.19%)	102(100%)

在活動中的提問的分布情況方面，分析結果如表 4-1-8 所示，三個版本的教科書均最著重於「連結」。

表 4-1-8

第四、五冊活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	15(18.98%)	55(69.62%)	9(11.39%)	79(100%)
南一版	42(46.66%)	43(47.77%)	5(5.55%)	90(100%)
翰林版	5(9.80%)	37(72.54%)	9(17.64%)	51(100%)

在內文中的提問的分布情況方面，分析結果如表 4-1-9 所示，三個版本的教科書均最著重於「反思」。

表 4-1-9

第四、五冊內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	5(11.11%)	14(31.11%)	26(57.77%)	45(100%)
南一版	2(2.89%)	25(36.23%)	42(60.86%)	69(100%)
翰林版	6(15.38%)	16(41.02%)	17(43.58%)	39(100%)

第二節 國中第四冊幾何單元的教材內容分析比較

在本節主要陳述康軒版、南一版與翰林版第四冊各章節的分析結果。

一、第四冊第二章平面幾何圖形

康軒版的教科書第四冊第二章的內容編寫對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」，「臆測與證明」與「提問」最少；南一版的教科書第四冊第二章的內容編寫對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「臆測與證明」最少；翰林版的教科書第四冊第二章的內容編寫對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」，「臆測與證明」與「提問」最少。

在幾何知識方面，三個版本的教科書均著重於「事實知識」，其次為「概念知識」。在作圖題方面，三個版本的教科書均著重於「初階應用型」，其次為「基本尺規」。在幾何量的解題方面，三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」、「文字和數學符號」的題目較少。在解法中，三個版本均以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。在臆測與證明方面，康軒版的教科書著重於「動態例」；南一版與翰林版的教科書著重於「溯因」。在提問方面，活動中的提問多於內文中的提問。第二章各節內容分別敘述如下。

(一) 第二章第一節平面圖形

在本節中，康軒版、南一版與翰林版的幾何教材內容分別有 88、75 和 73 個分析單位，其次數分配表如表 4-2-1。康軒版的教科書對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」，沒有「作圖題」和「提問」；南一版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「作圖題」；翰林版的教科書對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」，沒有「作圖題」。

表 4-2-1

平面圖形中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
--	--------	-----	--------	-------	-------	----	-------

康軒版	53(60.22%)	0(0%)	34(38.63%)	2(1.13%)	0(0%)	88(100%)	0
南一版	30(40.00%)	0(0%)	39(52.00%)	3(4.00%)	3(4.00%)	75(100%)	1
翰林版	46(63.01%)	0(0%)	20(27.39%)	5(6.84%)	2(2.73%)	73(100%)	3

在數學幾何知識方面，分析結果如表 4-2-2 所示。康軒版、南一版與翰林版的教科書均著重於「事實知識」，其次為「概念知識」。

表 4-2-2

平面圖形中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	34(64.15%)	19(35.84%)	0(0%)	53(100%)
南一版	21(70%)	8(26.66%)	1(3.33%)	30(100%)
翰林版	29(63.04%)	17(36.95%)	0(0%)	46(100%)

三個版本在本節中沒有作圖題。

在幾何量的解題方面，分析結果如表 4-2-3 所示。康軒版的教科書著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字和數學符號」；南一版的教科書著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字與圖像表徵」；翰林版的教科書著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字和數學符號」和「文字與圖像表徵」。在解法中，三個版本均以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。

表 4-2-3

平面圖形中幾何量的解題中題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	2(5.88%)	13(38.23%)	5(14.70%)	14(41.17%)	34(100%)
南一版	6(15.38%)	5(12.82%)	10(25.64%)	18(46.15%)	39(100%)
翰林版	2(10%)	2(10%)	4(20%)	12(60%)	20(100%)

表 4-2-4

平面圖形中幾何量的解題中解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	4(66.66%)	2(33.33%)	0(0%)	0(0%)	6(100%)
南一版	3(75%)	1(25%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)
翰林版	4(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)

在臆測與證明方面，分析結果如表 4-2-5 所示。

表 4-2-5

平面圖形中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
南一版	1(33.33%)	0(0%)	0(0%)	2(66.66%)	0(0%)	0(0%)	3(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	5(100%)	0(0%)	0(0%)	5(100%)

在活動中提問方面，分析結果如表 4-2-6 所示。

表 4-2-6

平面圖形活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	2(66.66%)	1(33.33%)	0(0%)	3(100%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)

在內文中提問方面，分析結果如表 4-2-7 所示。

表 4-2-7

平面圖形內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	2(66.66%)	1(33.33%)	0(0%)	3(100%)

(二) 第二章第二節垂直、平分與線對稱

在本節中，康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 58、55 和 73 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-8 所示。康軒版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「作圖題」；南一版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「作圖題」；翰林版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「作圖題」。

表 4-2-8

垂直、平分與線對稱中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	24(41.37%)	0(0%)	28(48.27%)	4(6.89%)	2(3.44%)	58(100%)	1
南一版	18(32.72%)	0(0%)	30(54.54%)	1(1.81%)	6(10.90%)	55(100%)	0
翰林版	22(30.13%)	0(0%)	45(61.64%)	2(2.73%)	4(5.47%)	73(100%)	1

在數學幾何知識分布情形方面，分析結果如表 4-2-9 所示。康軒版的教科書均著重於「事實知識」與「概念知識」；南一版的教科書著重於「事實知識」，其

次為「概念知識」；翰林版的教科書著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-2-9

垂直、平分與線對稱中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	11(45.83%)	11(45.83%)	2(8.33%)	24(100%)
南一版	9(50%)	6(33.33%)	3(16.67%)	18(100%)
翰林版	7(31.81%)	15(68.18%)	0(0%)	22(100%)

三個版本在本節沒有作圖題。

在幾何量的解題分布情形方面，分析結果如表 4-2-10 所示。康軒版與南一版的教科書均著重於「文字與圖像表徵」，其次為「數學符號與圖像表徵」；翰林版的教科書著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字與圖像表徵」。在解法中，三個版本均以「程序性練習」最多，其次為「連結」。

表 4-2-10

垂直、平分與線對稱中幾何量的解題的題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	2(7.14%)	15(53.57%)	11(39.28%)	28(100%)
南一版	3(10%)	6(20%)	14(46.66%)	7(23.33%)	30(100%)
翰林版	1(2.22%)	2(4.44%)	18(40%)	24(53.33%)	45(100%)

表 4-2-11

垂直、平分與線對稱中幾何量的解題的解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	8(88.88%)	1(11.11%)	0(0%)	0(0%)	9(100%)
南一版	8(80%)	1(10%)	0(0%)	1(10%)	10(100%)
翰林版	14(77.77%)	4(22.22%)	0(0%)	0(0%)	18(100%)

在臆測與證明分布情形方面，分析結果如表 4-2-12 所示。

表 4-2-12

垂直、平分與線對稱中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	3(75%)	0(0%)	1(25%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)

在活動中提問分布情形方面，分析結果如表 4-2-13 所示。

表 4-2-13

垂直、平分與線對稱中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	1(50%)	1(50%)	0(0%)	2(100%)
南一版	2(33.33%)	4(66.66%)	0(0%)	6(100%)
翰林版	0(0%)	3(75%)	1(25%)	4(100%)

在內文中提問分布情形方面，分析結果如表 4-2-13 所示。

表 4-2-14

垂直、平分與線對稱中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)

(三) 第二章第三節尺規作圖

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 37、34 和 40 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-15 所示。康軒版的教科書對「作圖題」最為重視，其次為「數學幾何知識」；南一版的教科書對「作圖題」最為重視，其次為「數學幾何知識」；翰林版的教科書對「作圖題」最為重視，其次為「數學幾何知識」。

表 4-2-15

尺規作圖中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	題目中提問	總計	內文中提問
康軒版	12(32.43%)	22(59.45%)	2(5.40%)	0(0%)	1(2.70%)	37(100%)	1
南一版	11(32.35%)	22(64.70%)	0(0%)	0(0%)	1(2.94%)	34(100%)	0
翰林版	14(35%)	24(60%)	0(0%)	1(2.5%)	1(2.5%)	40(100%)	3

在數學幾何知識分布情形方面，分析結果如表 4-2-16 所示。康軒版的教科書著重於「事實知識」，其次為「概念知識」；南一版的教科書著重於「概念知識」與「程序性知識」；翰林版的教科書著重於「概念知識」。

表 4-2-16

尺規作圖中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	6(50%)	5(41.66%)	1(8.33%)	12(100%)
南一版	3(27.27%)	4(36.36%)	4(36.36%)	11(100%)
翰林版	3(21.42%)	8(57.14%)	3(21.42%)	14(100%)

在作圖題分布情形方面，分析結果如表 4-2-17 所示。康軒版、南一版與翰林版均著重於「初階應用型」，其次為「基本尺規」。

表 4-2-17

尺規作圖中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	10(45.45%)	12(54.54%)	0(0%)	22(100%)
南一版	8(36.36%)	14(63.63%)	0(0%)	22(100%)
翰林版	10(41.66%)	12(50%)	2(8.33%)	24(100%)

表 4-2-18

尺規作圖中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	7(100%)	0(0%)	7(100%)
南一版	7(87.5%)	1(12.5%)	8(100%)
翰林版	9(100%)	0(0%)	9(100%)

在幾何量的解題分布情形方面，分析結果如表 4-2-19 所示。

表 4-2-19

尺規作圖中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	1(50%)	0(0%)	1(50%)	2(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

表 4-2-20

尺規作圖中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在臆測與證明分布情形方面，分析結果如表 4-2-21 所示。

表 4-2-21

尺規作圖中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)

在活動中提問分布情形方面，分析結果如表 4-2-22 所示。

表 4-2-22

尺規作圖中活動中提問次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)
南一版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)

在內文中提問分布情形方面，分析結果如表 4-2-23 所示。

表 4-2-23

尺規作圖中內文中提問次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	2(66.66%)	1(33.33%)	3(100%)

二、第四冊第三章三角形的基本性質

三個版本的教科書第四冊第三章的內容編寫均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。在數學幾何知識方面，三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。在作圖題方面，康軒版與翰林版的教科書著重於「初階應用型」，南一版的教科書在本章無作圖題。在幾何量的解題方面，三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字與圖像表徵」的題目最少。在解法中，三個版本的教科書以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。在臆測與證明方面，三個版本的教科書均最著重於「演繹式」。在活動中提問方面，康軒版的教科書著重於「連結」；南一版的教科書著重於「再製」。在內文中提問方面，三個版本的教科書均著重於「反思」。第三章各節內容分別敘述如下。

(一) 第三章第一節內角與外角

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 63、52 和 64 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-24 所示。康軒版的、南一版與翰林版的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「作圖題」。

表 4-2-24

內角與外角中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	20(31.74%)	0(0%)	32(50.79%)	6(9.52%)	5(7.93%)	63(100%)	0
南一版	16(30.76%)	0(0%)	30(57.69%)	2(3.84%)	4(7.69%)	52(100%)	2
翰林版	21(32.81%)	0(0%)	42(65.62%)	1(1.56%)	0(0%)	64(100%)	4

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-25 所示。康軒版、南一版與翰林版的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-2-25

內角與外角中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	4(20%)	16(80%)	0(0%)	20(100%)
南一版	3(18.75%)	13(81.25%)	0(0%)	16(100%)
翰林版	4(19.04%)	17(80.95%)	0(0%)	21(100%)

三個版本在本節沒有作圖題。

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-26 所示。康軒版的教科書著重於「文字和數學符號」，其次為「數學符號與圖像表徵」；南一版與翰林版的教科書均著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字和數學符號」。在解法中，三個版本的教科書以「基本練習」最多。

表 4-2-26

內角與外角中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	3(9.37%)	18(56.25%)	0(0%)	11(34.37%)	32(100%)
南一版	3(10%)	8(26.66%)	0(0%)	19(63.33%)	30(100%)
翰林版	4(9.52%)	6(14.28%)	4(9.52%)	28(66.66%)	42(100%)

表 4-2-27

內角與外角中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	特殊需求	總計
康軒版	5(10%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	5(100%)
南一版	10(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	10(100%)
翰林版	11(91.66%)	0(0%)	1(8.33%)	0(0%)	12(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如 4-2-28 所示。

表 4-2-28

內角與外角中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	1(16.66%)	2(33.33%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	3(50%)	6(100%)
南一版	0(0%)	1(33.33%)	0(0%)	1(33.33%)	0(0%)	1(33.33%)	3(100%)
翰林版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-29 所示。

表 4-2-29

內角與外角中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	3(60%)	2(40%)	5(100%)
南一版	3(75%)	0(0%)	1(25%)	4(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-30 所示。

表 4-2-30

內角與外角內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)
翰林版	2(50%)	1(25%)	1(25%)	4(100%)

(一) 第三章第二節三角形的全等

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 91、72 和 65 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-31 所示。康軒版的、南一版與翰林版的教科書均對「數學幾何知識」最為重視，其次為「臆測與證明」和「幾何量的解題」。

表 4-2-31

三角形的全等中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	37(40.65%)	4(4.39%)	29(31.86%)	19(20.87%)	2(2.19%)	91(100%)	6
南一版	24(33.33%)	0(0%)	16(22.22%)	18(25%)	14(19.44%)	72(100%)	11
翰林版	18(27.69%)	2(3.07%)	30(46.15%)	15(23.07%)	0(0%)	65(100%)	6

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-32 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-2-32

三角形的全等中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	7(18.91%)	29(78.37%)	1(2.70%)	37(100%)
南一版	3(12.5%)	20(83.33%)	1(4.16%)	24(100%)
翰林版	7(38.88%)	10(55.55%)	1(5.55%)	18(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-33 所示。

表 4-2-33

三角形的全等中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	4(100%)	0(0%)	4(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)

表 4-2-34

三角形的全等中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-35 所示。三個版本在

「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多。

表 4-2-35

三角形的全等中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	2(6.89%)	0(0%)	27(93.10%)	29(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	16(100%)	16(100%)
翰林版	0(0%)	2(6.66%)	0(0%)	28(93.33%)	30(100%)

表 4-2-36

三角形的全等中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	特殊需求	總計
康軒版	4(66.66%)	2(33.33%)	0(0%)	0(0%)	6(100%)
南一版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	2(50%)	2(50%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-2-37 所示。三個版本的教科書均著重於「演繹式」。

表 4-2-37

三角形的全等中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	19(100%)	19(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	18(100%)	18(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	15(100%)	15(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-38 所示。

表 4-2-38

三角形的全等中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)
南一版	7(50%)	5(35.71%)	2(14.28%)	14(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在內文中中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-39 所示。

表 4-2-39

三角形的全等中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	6(100%)	6(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	11(100%)	11(100%)
翰林版	0(0%)	3(50%)	3(50%)	6(100%)

(一) 第三章第三節三角形的邊角關係

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 49、53、41 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-40 所示。康軒版的、南一版與翰林版的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」。

表 4-2-40

三角形的邊角關係中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	17(34.69%)	0(0%)	31(63.26%)	1(2.04%)	0(0%)	49(100%)	3
南一版	13(24.52%)	0(0%)	37(69.81%)	1(1.88%)	2(3.77%)	53(100%)	4
翰林版	10(24.43%)	0(0%)	31(75.60%)	0(0%)	0(0%)	41(100%)	5

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-41 所示。康軒版、南一版與翰林版的教科書均著重於「概念知識」。

表 4-2-41

三角形的邊角關係中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	0(0%)	17(100%)	0(0%)	17(100%)
南一版	0(0%)	12(92.30%)	1(7.69%)	13(100%)
翰林版	0(0%)	10(100%)	0(0%)	10(100%)

三個版本在本節中沒有作圖題。

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-42 所示。三個版本在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，其次為「文字和數學符號」。在解法中，三個版本的教科書以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。

表 4-2-42

三角形的邊角關係中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	4(12.90%)	11(35.48%)	0(0%)	16(51.61%)	31(100%)
南一版	2(5.40%)	9(24.32%)	0(0%)	26(70.27%)	37(100%)
翰林版	6(19.35%)	8(25.80%)	0(0%)	17(54.83%)	31(100%)

表 4-2-43

三角形的邊角關係中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	7(77.77%)	2(22.22%)	0(0%)	0(0%)	9(100%)
南一版	11(78.57%)	3(21.42%)	0(0%)	0(0%)	14(100%)
翰林版	7(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	7(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-2-44 所示。

表 4-2-44

三角形的邊角關係中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
南一版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在活動中的提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-45 所示。

表 4-2-45

三角形的邊角關係中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

南一版	1(50%)	1(50%)	0(0%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在內文中的提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-46 所示。

表 4-2-46

三角形的邊角關係中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	3(100%)	3(100%)
南一版	1(25%)	0(0%)	3(75%)	4(100%)
翰林版	1(20%)	2(40%)	2(40%)	5(100%)

三、第四冊第四章平行與四邊形

康軒版的教科書第四冊第四章的內容編寫對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」，「臆測與證明」最少；南一版與翰林版的教科書第四冊第四章的內容編寫均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。在數學幾何知識方面，三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。在作圖題方面，三個版本的教科書均著重於「初階應用型」，其次為「進階應用型」。在幾何量的解題方面，康軒版的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，其次為「文字和數學符號」；南一版與翰林版的教科書均在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，其次為「文字型態」。在解法中，三個版本均以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。在臆測與證明方面，三個版本的教科書均著重於「演繹式」。在活動中提問方面，三個版本均著重於「連結」。在內文中提問方面，康軒版的教科書著重於「反思」，南一版與翰林版的教科書著重於「連結」。第四章各節內容分別敘述如下。

(一) 第四章第一節平行線

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 49、70 和 67 個分析單位，其次數分配表如表 4-2-47 所示。三個版本的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，沒有「臆測與證明」。

表 4-2-47

平行線中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	20(40.81%)	2(4.08%)	24(48.97%)	0(0%)	3(6.12%)	49(100%)	4
南一版	17(24.28%)	2(2.85%)	50(71.42%)	0(0%)	1(1.42%)	70(100%)	10
翰林版	18(26.86%)	2(2.98%)	45(67.16%)	0(0%)	2(2.98%)	67(100%)	6

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-48 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-2-48

平行線中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	6(30%)	14(70%)	0(0%)	20(100%)
南一版	6(35.29%)	10(58.82%)	1(5.88%)	17(100%)
翰林版	7(38.88%)	10(55.55%)	1(5.55%)	18(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-49 所示。

表 4-2-49

平行線中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)
南一版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)

表 4-2-50

平行線中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-51 所示。三個版本在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，沒有「文字型態」。在解法中，三個版本均以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。

表 4-2-51

平行線中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	2(8.33%)	0(0%)	22(91.66%)	24(100%)

南一版	0(0%)	1(2%)	0(0%)	49(98%)	50(100%)
翰林版	0(0%)	2(4.44%)	3(6.66%)	40(88.88%)	45(100%)

表 4-2-52

平行線中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	4(57.14%)	1(14.28%)	1(14.28%)	1(14.28%)	7(100%)
南一版	10(71.42%)	3(21.42%)	1(7.14%)	0(0%)	14(100%)
翰林版	8(72.72%)	3(27.27%)	0(0%)	0(0%)	11(100%)

三個版本在本節中沒有臆測與證明。

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-53 所示。

表 4-2-53

平行線中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	3(100%)	0(0%)	3(100%)
南一版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-54 所示。

表 4-2-54

平行線中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	2(50%)	2(50%)	4(100%)
南一版	0(0%)	7(70)	3(30)	10(100%)
翰林版	2(33.33%)	3(50%)	1(16.67%)	6(100%)

(一) 第四章第二節平行四邊形

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 44、66 和 55 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-55 所示。三個版本的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」。

表 4-2-55

平行四邊形中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	16(36.36%)	3(6.81%)	16(36.36%)	2(4.54%)	7(15.90%)	44(100%)	1
南一版	12(18.18%)	1(1.51%)	41(62.12%)	7(10.60%)	5(7.57%)	66(100%)	2
翰林版	11(20%)	2(3.63%)	31(56.36%)	10(18.18%)	1(1.81%)	55(100%)	0

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-56 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」。

表 4-2-56

平行四邊形中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	1(6.25%)	11(68.75%)	4(25%)	16(100%)
南一版	2(16.66%)	6(50%)	4(33.33%)	12(100%)
翰林版	0(0%)	11(100%)	0(0%)	11(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-57 所示。

表 4-2-57

平行四邊形中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	1(33.33%)	2(66.66%)	3(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	1(50%)	1(50%)	2(100%)

表 4-2-58

平行四邊形中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	1(100%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	1(100%)	0(0%)	1(100%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-59 所示。康軒版的教科書著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字和數學符號」；南一版與翰林版的教科書均著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字型態」。

表 4-2-59

平行四邊形中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	5(31.25%)	1(6.25%)	10(62.5%)	16(100%)
南一版	3(7.31%)	1(2.43%)	0(0%)	37(90.24%)	41(100%)
翰林版	2(6.45%)	0(0%)	1(3.22%)	28(90.32%)	31(100%)

表 4-2-60

平行四邊形中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	2(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)

南一版	6(46.15%)	5(38.46%)	0(0%)	2(15.38%)	13(100%)
翰林版	2(25%)	4(50%)	0(0%)	2(25%)	8(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-2-61 所示。三個版本的「演繹式」任務都相對最多。

表 4-2-61

平行四邊形中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	7(87.5%)	7(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	10(100%)	10(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-62 所示。

表 4-2-62

平行四邊形中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	5(62.5%)	2(7.5%)	7(100%)
南一版	2(28.57%)	3(42.85%)	0(28.57%)	5(100%)
翰林版	0(0%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-63 所示。

表 4-2-63

平行四邊形中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(100%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(100%)

(一) 第四章第三節梯形與特殊的四邊形

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 40、74 和 80 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-2-64 所示。康軒版的教科書對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」；南一版與翰林版的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」。

表 4-2-64

梯形與特殊的四邊形中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問

康軒版	19(47.5%)	4(10%)	11(27.5%)	0(0%)	6(15%)	40(100%)	3
南一版	23(31.08%)	0(0%)	35(47.29%)	9(12.16%)	7(9.15%)	74(100%)	4
翰林版	24(30%)	0(0%)	50(62.5%)	2(2.5%)	4(5%)	80(100%)	0

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-2-65 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-2-65

梯形與特殊的四邊形中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	8(42.10%)	11(57.89%)	0(0%)	19(100%)
南一版	5(21.73%)	18(78.26%)	0(0%)	23(100%)
翰林版	2(8.33%)	22(91.66%)	0(0%)	24(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-66 所示。

表 4-2-66

梯形與特殊的四邊形中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	2(50%)	2(50%)	4(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

表 4-2-67

梯形與特殊的四邊形中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	1(100%)	0(0%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-2-68 所示。三個版本的教科書均著重於「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字型態」。在解法中，康軒板與南一版的教科書均以「應用練習」最多，其次為「基本練習」；翰林版的教科書以「基本練習」最多，其次為「應用練習」。

表 4-2-68

梯形與特殊的四邊形中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	1(9.09%)	1(9.09%)	1(9.09%)	8(72.72%)	11(100%)
南一版	5(14.28%)	5(14.28%)	0(0%)	25(71.42%)	35(100%)

翰林版	7(14%)	3(6%)	0(0%)	40(80%)	50(100%)
-----	--------	-------	-------	---------	----------

表 4-2-69

梯形與特殊的四邊形中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	1(16.66%)	4(66.66%)	0(0%)	1(16.66%)	6(100%)
南一版	4(23.52%)	3(37.5%)	0(0%)	1(12.5%)	8(100%)
翰林版	9(60%)	6(40%)	0(0%)	0(0%)	15(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-2-70 所示。

表 4-2-70

梯形與特殊的四邊形中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	9(100%)	9(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-71 所示。

表 4-2-71

梯形與特殊的四邊形中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	6(66.66%)	0(0%)	6(100%)
南一版	2(28.57%)	5(71.42%)	0(0%)	7(100%)
翰林版	0(0%)	4(100%)	0(0%)	4(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-2-72 所示。

表 4-2-72

梯形與特殊的四邊形中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	3(100%)	6(100%)
南一版	0(0%)	4(100%)	0(0%)	4(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

第三節 國中第五冊幾何單元的教材內容分析比較

在本節主要陳述康軒版、南一版與翰林版第五冊個章節的分析結果。

一、第五冊第一章相似形

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 170、167 和 167 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-3-1 所示。康軒版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少；南一版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少；翰林版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。

表 4-3-1

相似形中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	50(29.41%)	7(4.11%)	61(35.88%)	33(19.40%)	19(11.17%)	170(100%)	9
南一版	38(22.75%)	5(2.99%)	68(40.71%)	30(17.95%)	26(15.56%)	167(100%)	8
翰林版	39(23.35%)	4(2.39%)	78(46.70%)	28(16.76%)	18(10.77%)	167(100%)	13

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-3-2 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-3-2

相似形中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	10(20%)	39(78%)	1(2%)	50(100%)
南一版	3(7.89%)	33(86.84%)	2(5.26%)	38(100%)
翰林版	4(10.25%)	33(84.61%)	2(5.12%)	39(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-3 所示。三個版本的教科書均著重於「進階應用型」。

表 4-3-3

相似形中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	2(28.57%)	5(71.42%)	7(100%)
南一版	0(0%)	1(20%)	4(80%)	5(100%)
翰林版	0(0%)	1(25%)	3(75%)	4(100%)

表 4-3-4

相似形中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	1(100%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	1(100%)	1(100%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-5 所示。三個版本在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」、「文字與圖像表徵」的題目最少。在解法中，三個版本均以「基本練習」最多，其次為「作圖需求」。

表 4-3-5

相似形中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	3(4.91%)	8(13.11%)	1(1.63%)	49(80.32%)	61(100%)
南一版	0(0%)	1(1.47%)	3(4.41%)	64(94.11%)	68(100%)
翰林版	0(0%)	6(7.69%)	5(6.41%)	67(85.89%)	74(100%)

表 4-3-6

相似形中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	14(77.77%)	1(5.55%)	0(0%)	3(16.66%)	18(100%)
南一版	22(88%)	1(4%)	0(0%)	2(8%)	25(100%)
翰林版	16(88.88%)	0(0%)	0(0%)	2(11.11%)	18(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-3-7 所示。康軒版與翰林版的教科書的「演繹式」任務都相對最多。

表 4-3-7

相似形中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(3.03%)	32(96.96%)	33(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	1(3.33%)	0(0%)	1(3.33%)	28(93.33%)	30(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	28(100%)	28(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-8 所示。三個版本的教科書均最著重於「連結」。

表 4-3-8

相似形中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	2(10.52%)	14(73.68%)	3(15.78%)	19(100%)
南一版	8(30.76%)	16(61.53%)	2(7.69%)	26(100%)
翰林版	2(11.11%)	15(83.33%)	1(5.55%)	18(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-9 所示。三個版本的教科書均最著重於「連結」。

表 4-3-9

相似形中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	8(88.88%)	1(11.11%)	9(100%)
南一版	0(0%)	6(75%)	2(25%)	8(100%)
翰林版	1(7.69%)	8(61.53%)	4(30.76%)	13(100%)

二、第五冊第二章圓

三個版本的教科書第五冊第二章的內容編寫均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。在數學幾何知識方面，康軒版、南一版與翰林版的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。在作圖題方面，康軒版的教科書著重於「初階應用型」；南一版與翰林版的教科書均著重於「進階應用型」。在幾何量的解題方面，三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」、「文字與圖像表徵」的題目最少。在解法中，康軒版的教科書以「基本練習」最多，其次為「應用練習」；南一版的教科書以「應用練習」最多，其次為「基本練習」；翰林版的教科書以「應用練習」最多，其次為「基本練習」與「作圖需求」。在臆測與證明方面，三個版本的教科書均著重於「演繹式」。在活動中提問方面，康軒版的教科書著重於「連結」；南一版的教科書著重於「再製」。在內文中提問方面，三個版本的教科書均著重於「反思」。第二章各節內容分別敘述如下。

(一) 第二章第一節點、線、圓

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 88、73 和 68 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-3-10 所示。康軒版、南一版與翰林版的教科書均對「幾

何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。

表 4-3-10

點、線、圓中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	活動中提問	總計	內文中提問
康軒版	37(42.04%)	1(1.13%)	43(48.86%)	4(4.54%)	3(3.40%)	88(100%)	1
南一版	27(36.98%)	0(0%)	37(50.68%)	2(2.73%)	7(9.58%)	73(100%)	5
翰林版	31(45.58%)	0(0%)	31(45.58%)	4(5.88%)	2(2.94%)	68(100%)	2

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-3-11 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-3-11

點、線、圓中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	15(40.54%)	22(59.45%)	0(0%)	37(100%)
南一版	9(33.33%)	18(66.66%)	0(0%)	27(100%)
翰林版	14(45.16%)	17(54.83%)	0(0%)	31(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-12 所示。

表 4-3-12

點、線、圓中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	1(0%)	0(0%)	1(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

表 4-3-13

點、線、圓中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-14 所示。三個版本在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，沒有「文字與圖像表徵」。在解法中，康軒版與南一版的教科書均以「應用練習」最多，其次為「基本練習」；翰林版版的教科書以「應用練習」最多，其次為「作圖需求」。

表 4-3-14

點、線、圓中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	6(13.95%)	0(0%)	37(86.04%)	43(100%)
南一版	1(2.70%)	5(13.51%)	0(0%)	31(83.78%)	37(100%)
翰林版	0(0%)	12(38.70%)	0(0%)	19(61.29%)	31(100%)

表 4-3-15

點、線、圓中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	5(29.41%)	8(47.09%)	0(0%)	4(23.52%)	17(100%)
南一版	5(38.46%)	6(46.15%)	0(0%)	2(15.38%)	13(100%)
翰林版	1(9.09%)	6(54.54%)	0(0%)	4(36.36%)	11(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-3-16 所示。

表 4-3-16

點、線、圓中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)	4(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)	4(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-17 所示。

表 4-3-17

點、線、圓中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	2(66.66%)	1(50%)	3(100%)
南一版	2(28.57%)	5(71.42%)	0(0%)	7(100%)
翰林版	0(0%)	1(50%)	1(50%)	2(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-18 所示。

表 4-3-18

點、線、圓中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)
南一版	0(0%)	1(20%)	4(80%)	5(100%)
翰林版	0(0%)	1(50%)	1(50%)	2(100%)

(一) 第二章第二節圓心角、圓周角與弦切角

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 92、89 和 72 個分析單位，其次

數分配及百分比如表 4-3-19 所示。三個版本的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」，「作圖題」最少。

表 4-3-19

圓心角、圓周角與弦切角中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	題目中提問	總計	內文中提問
康軒版	27(29.34%)	0(0%)	36(39.13%)	6(6.52%)	23(25%)	92(100%)	4
南一版	28(31.46%)	1(1.12%)	40(44.94%)	12(13.47%)	8(8.98%)	89(100%)	9
翰林版	28(38.88%)	1(1.38%)	32(44.44%)	11(15.27%)	0(0%)	72(100%)	3

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-3-20 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。

表 4-3-20

圓心角、圓周角與弦切角中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	8(29.96%)	19(70.37%)	0(0%)	27(100%)
南一版	7(25%)	20(71.42%)	1(3.57%)	28(100%)
翰林版	7(25%)	20(71.42%)	1(3.57%)	28(100%)

在作圖題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-21 所示。

表 4-3-21

圓心角、圓周角與弦切角中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)

表 4-3-22

圓心角、圓周角與弦切角中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	1(100%)	0(0%)	1(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-23 所示。三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」、「文字和數學符號」、「文字與圖像表徵」的題目最少。在解法中，康軒版的教科書以「基

本練習」最多；南一版的教科書以「基本練習」與「應用練習」最多；翰林版的教科書以「基本練習」最多。

表 4-3-23

圓心角、圓周角與弦切角中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	36(96.87%)	36(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	40(100%)	40(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	32(100%)	32(100%)

表 4-3-24

圓心角、圓周角與弦切角中幾何量的解題解法中次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	10(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	10(100%)
南一版	5(35.71%)	5(35.71%)	0(0%)	4(28.57%)	14(100%)
翰林版	4(57.14%)	2(28.57%)	0(0%)	1(14.28%)	7(100%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-3-25 所示。三個版本的教科書「演繹式」任務都相對最多。

表 4-3-25

圓心角、圓周角與弦切角中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	6(100%)	6(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(16.66%)	10(83.33%)	12(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	11(100%)	11(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-26 所示，康軒版的教科書最著重於「連結」；南一版的教科書最著重於「再製」：

表 4-3-26

圓心角、圓周角與弦切角中活動中提問中的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	9(39.13%)	14(60.86%)	0(0%)	23(100%)
南一版	8(100%)	0(0%)	0(0%)	8(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-27 所示，三個版本的教科書均最著重於「反思」。

表 4-3-27

圓心角、圓周角與弦切角中內文中提問中的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	4(100%)	4(100%)
南一版	1(11.11%)	0(0%)	8(88.88%)	9(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	3(100%)	3(100%)

二、第五冊第三章推理證明與三角形的心

康軒版的教科書第五冊第三章的內容編寫對「臆測與證明」最為重視，其次為「數學幾何知識」；南一版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「臆測與證明」；康軒版的教科書對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」。在數學幾何知識方面，三個版本的教科書均著重於「概念知識」，其次為「事實知識」。在作圖題方面，康軒版與翰林版的教科書均著重於「初階應用型」。在幾何量的解題方面，三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，「文字型態」的題目最少。在解法中，三個版本均以「應用練習」最多，其次為「作圖需求」。在臆測與證明方面，三個版本的教科書「演繹式」任務都相對最多，「類推」與「知覺性」任務最少。在活動中提問方面，三個版本的教科書均著重於「連結」。在內文中提問方面，三個版本的教科書均著重於「反思」。第三章各節內容分別敘述如下。

(一) 第三章第一節推理與證明

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 36、39 和 28 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-3-28 所示。三個版本的教科書均對「臆測與證明」最為重視，其次為「數學幾何知識」。

表 4-3-28

推理與證明中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	題目中提問	總計	內文中提問
康軒版	8(22.22%)	0(0%)	4(11.11%)	23(63.88%)	1(2.77%)	36(100%)	7
南一版	6(15.38%)	0(0%)	2(5.12%)	30(76.91%)	1(2.56%)	39(100%)	2
翰林版	8(28.57%)	0(0%)	2(7.14%)	18(64.28%)	0(0%)	28(100%)	1

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-3-29 所示。

表 4-3-29

推理與證明中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	2(25%)	4(50%)	2(25%)	8(100%)
南一版	3(50%)	0(0%)	3(50%)	6(100%)
翰林版	2(25%)	3(37.5%)	5(37.5%)	8(100%)

三個版本在本節中沒有作圖題。

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-30 所示。

表 4-3-30

推理與證明中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	4(100%)	4(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)

表 4-3-31

推理與證明中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在臆測與證明的分布情形方面，分析結果如表 4-3-32 所示。三個版本的教科書「演繹式」任務都相對最多。

表 4-3-32

推理與證明中臆測與證明的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	23(100%)	23(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(3.33%)	0(0%)	29(96.66%)	30(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	18(100%)	18(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-33 所示。

表 4-3-33

推理與證明中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	1(12.5%)	0(0%)	1(100%)
南一版	1(100%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)

翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
-----	-------	-------	-------	-------

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-34 所示。

表 4-3-34

推理與證明中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	4(57.14%)	0(0%)	3(42.85%)	7(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	2(100%)	2(100%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)

(一) 第三章第二節內心、外心與重心

康軒版、南一版與翰林版的教材內容分別有 87、100 和 87 個分析單位，其次數分配及百分比如表 4-3-35 所示。康軒版的教科書對「數學幾何知識」最為重視，其次為「幾何量的解題」；南一版與翰林版的教科書均對「幾何量的解題」最為重視，其次為「數學幾何知識」；。

表 4-3-35

內心、外心與重心中幾何教材內容的次數分配表

	數學幾何知識	作圖題	幾何量的解題	臆測與證明	題目中提問	總計	內文中提問
康軒版	32(36.78%)	6(6.89%)	26(29.88%)	16(18.38%)	7(8.04%)	87(100%)	5
南一版	33(33%)	0(0%)	51(51%)	11(11%)	5(5%)	100(100%)	11
翰林版	31(35.63%)	6(6.89%)	43(49.42%)	5(5.73%)	2(2.29%)	87(100%)	7

在數學幾何知識的分布情形方面，分析結果如表 4-3-36 所示。三個版本的教科書均著重於「概念知識」。

表 4-3-36

內心、外心與重心中數學幾何知識的次數分配表

	事實知識	概念知識	程序性知識	總計
康軒版	7(21.87%)	22(68.75%)	3(9.37%)	32(100%)
南一版	3(9.09%)	29(87.87%)	1(3.03%)	33(100%)
翰林版	7(22.58%)	23(74.19%)	1(3.22%)	31(100%)

在作圖題的分布情形面向，分析結果如 4-3-37 所示。康軒版與翰林版的教科書均著重於「初階應用型」。

表 4-3-37

內心、外心與重心中作圖題題型的次數分配表

	基本尺規	初階應用型	進階應用型	總計
--	------	-------	-------	----

康軒版	0(0%)	4(66.66%)	2(33.33%)	6(100%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	4(66.66%)	2(33.33%)	6(100%)

表 4-3-38

內心、外心與重心中作圖題解法的次數分配表

	詳述作法	未詳述作法	總計
康軒版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
南一版	0(0%)	0(0%)	0(0%)
翰林版	0(0%)	0(0%)	0(0%)

在幾何量的解題的分布情形方面，分析結果如表 4-3-39 所示。三個版本的教科書在「數學符號與圖像表徵」的題目都相對最多，其次為「文字和數學符號」，「文字型態」的題目最少。在解法中，三個版本均以「應用練習」最多，其次為「作圖需求」。

表 4-3-39

內心、外心與重心中幾何量的解題題型的次數分配表

	文字型態	文字和數學符號	文字與圖像表徵	數學符號與圖像表徵	總計
康軒版	0(0%)	4(15.38%)	1(3.84%)	21(80.76%)	26(100%)
南一版	0(0%)	12(23.52%)	0(0%)	39(76.47%)	51(100%)
翰林版	2(4.65%)	6(13.95%)	3(6.97%)	32(74.41%)	43(100%)

表 4-3-40

內心、外心與重心中幾何量的解題解法的次數分配表

	基本練習	應用練習	多元解法	作圖需求	總計
康軒版	2(15.38%)	7(53.84%)	0(0%)	4(30.76%)	13(100%)
南一版	2(11.76%)	9(52.94%)	0(0%)	6(35.29%)	17(100%)
翰林版	5(23.80%)	8(38.09%)	1(4.76%)	7(33.33%)	21(100%)

在臆測與證明的分布情形面向，分析結果如表 4-3-41 所示。三個版本的教科書「演繹式」任務都相對最多，「類推」、「溯因」、「知覺性」任務最少。

表 4-3-41

內心、外心與重心中臆測與證明中的次數分配表

	範例式	動態例	類推	溯因	知覺性	演繹式	總計
康軒版	0(0%)	4(25%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	12(75%)	16(100%)
南一版	2(18.18%)	1(9.09%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	8(72.72%)	11(100%)
翰林版	0(0%)	1(20%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	4(80%)	5(100%)

在活動中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-42 所示。

表 4-3-42

內心、外心與重心中活動中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	3(42.85%)	4(57.14%)	0(0%)	7(100%)
南一版	2(40%)	3(60%)	0(0%)	5(100%)
翰林版	0(0%)	2(100%)	0(0%)	2(100%)

在內文中提問的分布情形方面，分析結果如表 4-3-43 所示。

表 4-3-43

內心、外心與重心中內文中提問的次數分配表

	再製	連結	反思	總計
康軒版	0(0%)	3(60%)	2(40%)	5(100%)
南一版	0(0%)	4(36.36%)	7(63.63%)	11(100%)
翰林版	0(0%)	1(14.28%)	6(85.71%)	7(100%)

第五章 結論與建議

本研究是分析國中數學科審定版教科書，包含康軒版、南一版、翰林版三個版本第四冊與第五冊的幾何教材內容單元進行研究，參考五股數學能力與相關文獻建構出的五個主要分析類目與其子類目去了解國中幾何教材內容，希望運用研究結果來對教科書的編輯者與教科書的使用者提出相關的建議，並可以促進學教師教學與學生學習。本章節先根據研究結果進行結論，並提出建議。

第一節 結論

根據第四章研究結果之內容，本研究提出以下結論：

一、三個版本各個面向分布情況相似處

三個版本教科書的幾何教材內容均著重「幾何量的解題」與「數學幾何知識」，「臆測與證明」與「提問」次之，「作圖題」最少。數學課本中主要以課本內文中敘述的數學知識及例題、隨堂練習、自我評量為主，這些區塊大都為數學幾何知識與幾何量的解題，所以課本內容在五個主類目的百分比，以幾何量的解題與數學幾何知識的百分比最高。數學課本的作圖題主要集中於第四冊第二章第三節，其他單元則很少，因而其百分比為最少。臆測與證明集中分布於某些章節，部分出現在問題探索與動動腦的活動中；提問主要分布於動動腦與問題探索的活動中，部分出現在課本內文的敘述中，因而臆測與證明、提問的百分比均不高。

(一)、三個版本在數學幾何知識類別偏重概念知識

三個版本教科書在數學幾何知識類別均偏重「概念知識」，其次為「事實知識」，「程序性知識」最少。數學課本中的幾何內容分布從第四冊到第五冊，數學幾何知識一開始首重於事實知識的敘述，進而是概念的知識的介紹，利用概念知識去解決大多數的數學問題，所以概念知識的比例最高，事實知識的比例次之。課本中對於程序性的知識百分比偏少，主要原因應該是程序性的知識主要在解題的過程中因應而生，在內文中較少提及。

(二)、三個版本在作圖題題型類別偏重初階應用型

三個版本教科書在做圖題類別均偏重「初階應用型」，「基本尺規」與「進階應用型」次之。尺規作圖的基礎在於學會基本的尺規作圖，進而結合數學性質去解決比較難的高階的尺規作圖，課本內容中的各類型的基本尺規作圖在各版本中只出現一次，之後就引入較為複雜的作圖題型，又因為課本著重於基礎性的內涵，所以進階應用型的作圖題最少，初階應用型的作圖題最多，基本尺規的作圖題次之。在解法方面，課程內容與題目難易度影響到解法的形式，一開始的作圖題著重於基本尺規作圖，並考慮學生是初學者，所以在解法的敘述方式較為詳細，而接下來的作圖題題目會較難，其所使用的作圖步驟也必須以基本尺規作圖為基礎，因為其做法已經在之前的題目中詳細敘述，所以在作法的陳述方式有時會較為簡略。

(三)、三個版本在幾何量的解題題型中偏重數學符號與圖像表徵

三個版本教科書在幾何量的解題題型中均偏重「數學符號與圖像表徵」，其次為「文字與數學符號」，「文字型態」與「文字與圖像表徵」最少。在數學幾何的題目中，除了必需的文字敘述外，常會有數學符號與圖像表徵。若一個幾何的數學題目沒有提供適當的圖像參考，而學生必須將題目中的數學表徵作適當的轉換，進而解決問題，對學生而言相當困難。所以幾何題目有參考圖，學生會較易於解題，因為學生不需將數學表徵轉換，數學課本著重於學生能解決基本的數學問題，而且數學符號充斥於數學題目中，所以數學符號與圖像表徵的題目最多，純數學文字的題目最少。

(四)、三個版本在幾何量的解題解法中偏重基本練習

三個版本教科書在幾何量的解題解法中均偏重「基本練習」，其次為「應用練習」，「多元解法」最少。數學課本各章內容安排在特殊需求方面，三個版本均較少。課本中以基本的題目為主，在解法上以容易的作法為主，所以在解法上大都為應用已學過的數學概念的基本練習，其次才為必須應用其他單元的數學概念

的作法，在幾何量的解題中作圖需求不高，多元解法極少。對照三個版本的解法與題型，做成雙向細目表，數學符號與圖像表徵的題目使用應用練習的解法比其他類型的題目高很多，其他三種類型的題目則偏重於基本練習，基本練習屬於較為簡單的題目，而應用練習的題目則比較難。在數學符號與圖像表徵的題目中，基本練習的解法約為應用練習的2倍，由此判斷，數學符號與圖像表徵的題目中基本的題目多於困難的題目，容易與困難的題目比例應與解法相近。

(五)、三個版本在臆測與證明中偏重於演繹式臆測與證明

三個版本教科書在臆測與證明中偏重於「演繹式臆測與證明」，其他臆測與證明子類則很少。課本中的臆測與證明較著重於演繹式，其他類型，如範例式、動態例、類推、溯因、知覺性則較少。其他較少的原因應該是範例式、動態例、類推、溯因、知覺性的能力的培養較不容易，透過題目去產生臆測與證明的每一種能力是一件困難的事，學生的臆測與證明能力的養成應是透過學生做過許多數學演繹事的推理與證明題，從中找尋適當的規則或模型，透過數學活動的過程，臆測與證明的能力就會逐漸形成，而且臆測與證明雖然有幾種不同的類型，部分臆測與證明的能力應會彼此交錯。

(六)、三個版本在活動中提問偏重於連結

三個版本教科書在活動中提問中偏重於「連結」，在內文中提問偏重於「反思」。在數學課本中，再製的功能主要是了解學生原有的先備數學知識，或者利用問題複習舊有的數學知識，三個版本對於再製的重要性而產生相對題目的比例稍有不同，然而三個版本活動中提問均以連結所占的百分比最高，課本中的提問方式均著重於培養學生主動利用本節中所學的數學概念去解決本節中相對應的數學問題。

由上述分析可以看出，幾何教材內容的能力指標在數學幾何知識、作圖題、幾何量的解題、臆測與證明、提問五個面向中，大多著重於數學幾何知識的培養。作圖題著重於基本尺規作圖，初階應用及進階應用尺規作圖則未列入能力指標

中。臆測與證明中只有部分子類目列入能力指標，大部分子類目則未列入。提問在能力指標中則未列入。因而在三個版本的數學教科書中所呈現的學習機會也有類似的限制，題目內容方面偏重於數學幾何知識及幾何量的解題。

三個版本在幾何教材內容方面均著重於「數學幾何知識」與「幾何量的解題」，「作圖題」、「臆測與證明」、「提問」皆較少。在數學幾何知識方面：三個版本均偏重「概念知識」，而「程序性知識」較少。在作圖題方面：三個版本均偏重於「初階應用型」，其次為「基本尺規」。在幾何量的解題方面：三個版本均偏重於「數學符號與圖像特徵」，「文字型態」最少。在臆測與證明方面，三個版本均著重於「演繹式」，「其他的臆測與證明子類」則比較少。在提問方面：三個版本均著重於「連結」。如果培養學生具主動思考的數學能力是重要的話，建議教科書可以酌量提高「臆測與證明」和「提問」的比例，尤其是臆測與證明中範例、動態例、類推、溯因、知覺性等臆測與證明子類，以及活動中提問中的反思問題等的學習機會明顯不足。

在第四冊與第五冊的數學課本中，作圖題的比例明顯偏少，其中三個版本在第四冊第二章第三節尺規作圖單元的分析單位占所有分析單位的百分比分別為康軒版(3.72%)、南一版(3.33%)、翰林版(4.02%)，觀察對照課堂上作圖題的建議授課時數占四、五冊幾何教材內容百分比分別為康軒版(4.80%)、南一版(3.57%)、翰林版(4.90%)，以及課堂上作圖題的課本頁數占四、五冊幾何教材內容百分比分別為康軒版(4.65%)、南一版(3.79%)、翰林版(4.43%)。

二、三個版本各個面向分布情況相異處

三個版本在內容架構安排上相近，然而仔細觀察各面向的比例仍有不太相同之處。

(一) 數學幾何知識面向的差異

南一版的教科書在事實知識面向比其他兩個版本少，在概念知識與其他兩個版本相近，在程序性知識比其他兩各版本多。南一版的教科書事實知識較少的原

因為課本內容安排與其他兩個版本不同，在課本內文中同一段落會敘述較多的事實知識，其他兩個版本則會以較多的段落去敘述事實知識，因而使得事實知識的百分比有所不同，而且三個版本的事實知識所必須呈現的數學概念並無太大差異。程序性知識有助於教導學生使用適當的數學概念去解決對應的數學問題。對學生而言，如何精確使用所學的數學知識去解題是一件重要的工作。檢驗學生能否清楚了解數學概念的方式之一，就是觀察學生是否能流暢的解決數學問題。南一版在這方面提供較多的資訊給學生，有助學生能有效的使用所學的數學知識。若從分析單位的數目去比較三個版本的教科書，康軒版的教科書在事實知識與概念知識的分析單位明顯比其他兩個版本多。南一版的教科書在程序性知識的分析單位明顯比其他兩個版本多。

（二）作圖題面向的差異

南一版在基本尺規作圖面百分比向比其他兩個版本多，在進階應用型面百分比向比其他兩個版本少。97數學課程綱要對於學生作圖能力的培養著重於基本尺規作圖，基本尺規作圖與初階應用型接近數學課綱中基本尺規作圖的能力指標定義，觀察基本尺規作圖與初階尺規作圖兩者的總比例，可以發現南一版的教科書在此兩個子類目的百分比較其他兩個版本高。若從分析單位的數目去比較三個版本的教科書，康軒版的教科書在此三個子類目的分析單位均較其他兩個版本為高，也就是說康軒版的作圖題數比其他兩個版本的作題數多。在作圖題的解法方面，三個版本在基本尺規作圖的解法均為詳述作法，未詳敘作法在初階應用型與進階應用型。

（三）幾何量的解題（不合作圖與證明）的差異

康軒版的教科書在文字與數學符號的題目百分比較其他兩個版本為多，南一版的教科書在數學與圖像表徵的題目百分比較其他兩個版本為多。學生學習數學符號與圖像表徵的題目，因為題目中有圖像，所以必須了解數學符號的意義，學生在表徵的轉換過程中往往會遇到困難，數學題目中給的資訊愈充足，就會降低

學生因無法表徵轉換而造成的學習困難。若從分析單位的數目去比較三個版本的教科書，可以發現南一版的教科書在數學符號與圖像表徵的分析單位明顯比其他兩個版本多。康軒版的教科書在文字和數學符號的分析單位明顯比其他兩個版本多。在解法方面，連結與特殊需求大都出現在數學符號與圖像表徵題目。

(四) 臆測與證明面向的差異

三個版本的教科書在臆測與證明面向的差異性不大。除了演繹式的臆測與證明外，其他類型的臆測與證明的子類較少。康軒版的教科書動態例的臆測與證明較其他兩個版本多，南一版的教科書除了演繹式的臆測與證明外，其他類型的臆測與證明較其他兩個版本均勻分布，翰林版的教科書溯因的臆測與證明較其他兩個版本多。

(五) 提問面向的差異

南一版的教科書活動中提問在再製面向的百分比比其他兩個版本高，從分析單位的數目去比較三個版本的教科書，南一版在再製面向的分析單位數目其他兩個版本高，可以發現南一版的教科書比其他兩個版本更為重視舊知識的複製重述，利用此類提問引發學生喚起學過的數學知識，即先備知識，以有助於本單元的學習，數學的解題歷程需要以舊有的數學知識為基礎，並結合適當的數學概念或性質去解決問題，因此確定學生的先備知識是否足夠完整是很重要的，因為學生學習的困難點有時是因為先備知識不足，並非其無法瞭解本節中老師所教的的數學知識，所以了解學生的起點行為對於課堂中教學是否能順利的進行是一個重要的關鍵，也就是說在檢測學生學習新單元之前所應有的數學知識是需要的。南一版的教科書內文中提問在反思的百分比與分析單位均比其他兩個版本高，透過反思的行為有助於學生數學概念的統整應用，並在此過程中也會形成臆測的能力，三個版本在臆測與證明的面向主要偏重演繹式臆測與證明，其他臆測子類則較少，課本內容反思的活動恰可以協助學生臆測能力的培養，並可以增進學生學習的主動性。

第二節 建議

依據研究結果，研究者對數學教科書幾何教材單元內容之內容設計和教學提出建議。

一、教材設計的建議

從分析的結果，可以發現幾何教材內容著重於數學幾何知識及幾何量的解題，其它方面在百分比上則明顯偏低。培養學生操作直尺與圓規的作圖、臆測能力、邏輯思考的證明所占內容甚少。在內文中的文字述敘中，大部分為數學幾何知識，少部分為提問。數學臆測是數學思考的核心，具有啟動與延續數學思考的功能，同時它也通往概念瞭解、程序流暢、問題解決和推理合適等數學能力的樞紐(林福來，2007)。臆測與證明、作圖題在兩個版本的教科書中所占比例甚少。提問常扮演著引起學生的學習動機的角色或是連結概念與題目。在提問方面，南一版的教科書所占的比例比康軒版與翰林版的教科書多。在作圖題方面，三個版本在題目的百分比、授課時數的百分比及課本內容篇幅的頁數百分比均明顯偏低。幾何教材的內容比例應做適當的調整，內容應該加強臆測與證明的能力，透過教學活動的設計，依照不同的學習目標，酌量增加數學問題去強化學生臆測與證明的能力。為了使學生更能充分掌握各種幾何能力，並培養學生的幾何能力。因此能力指標增加臆測與證明中範例式、動態例、類推、溯因、知覺式等臆測與證明及提問中再製、連結、反思等能力面向。

二、教學的建議

教師可針對幾何教材內容分析的結果在教學方式上做不同的嘗試，以提升學生的幾何能力，從本研究中知道課堂上使用的教科書在每一種類別的分佈情況，依照學生的需求，做適當的延伸教學或補充學習，對學生的數學能力的學習一定可以更加完整。教科書除了提供學生數學知識及解決數學問題外，也會布題讓學生反思，以增進其後設認知的能力，學校教師在授課過程中著重於課本內容中的每一個部分，應該將數學課本完整的使用，非依個人教學習慣主觀的做出取舍。否則教師在教學的過程中可能會使學生的幾何數學能力侷限於一個範圍，遺漏了部分重要的能力。

在三個版本的數學教科書中作圖題、臆測與證明、提問所占比例均不高，數

學老師可以酌量準備適當的補充教材以增進學習機會。儘管數學幾何知識與幾何量的解題的比例甚高，其他幾何能力也很重要，這些能力的題目分布於課本的內文、探索活動及動動腦中，老師教學的過程中除了教導幾何數學知識與相對應的題目之外，更要注意課本的編排內中有許多重要的能力培養，必須依靠數學老師好好使用教科書。教科書的編撰過程中投入許多資源，歷經不少的時間，匯聚多位專家學者的意見而產生。雖然高達94%的學校教師有使用數學教科書，可是學校老師有沒有好好善用教科書所扮演的角色，這是值得學校的數學老師深思的。

參考文獻

中文部分

- 吳明穎.(民91).國小數學教科書內容分析之研究
- 李牧恒.(民99).以布魯姆修訂版分析芬蘭、台灣一年級數學教科書
- 李建霖.(民102年12月)·尺規作圖的任務分析與閱讀理解層次·論文發表於
第29屆科學教育國際研討會·彰化縣：國立彰化師範大學.
- 李豪文.(民97).從課程組織探討一年級到三年級數學教科書之幾何內容
- 周珮儀, & 鄭明長.(民97).教科書研究方法論之探究. *課程與教學*, 11(1),
193-222.
- 邱忻恬.(民95).台灣與西班牙七年級到九年級數學教科書之內容分析研究
南一出版社事業股份有限公司(民101)。國民中學課本第四、五冊。
- 柯富渝.(民102).台灣、芬蘭、新加坡國小數學教科書幾何教材之分析比較
- 秦爾聰(民99) *國中生數學素養的評量與提升數學素養的教學活動設計*
(NSC99-2511-S-018-016)：國科會。
- 康軒出版社事業股份有限公司(民101)。國民中學課本第四、五冊。
- 教育部.(民99).年國民中小學九年一貫課程綱要. 2010年, 6.
- 曹博盛.(民94).TIMSS 2003 臺灣國中二年級學生的數學成就及其相關因素之探討. *科學教育*, (283), 2-34.
- 曹博盛.(民101).Bloom 認知領域教育目標分類的修訂版應用於數學領域之命題
實例. *中等教育*, 63(4), 38-65.
- 曹博盛.(民101).TIMSS 2007 臺灣八年級學生的數學成就及其相關因素之探討
(上). *科學教育*, (355), 2-24.
- 陳麗華(民97) Chambliss, M. J., & Calfee, R. C. 評介 [為學習而設計的教科書]
及其對我國中小學教科書設計與研究的啟示.
- 彭惠群.(民99).芬蘭國小數學教科書之幾何教材研究—以w版為例

- 黃嘉雄.(民 89). 台灣地區國民中小學教科書制度的現況與展望. *教科書往何處去-教科書制度研討會論文集*. 台北: 中華民國教材發展學會.
- 葉興華.(民 100). 我國國中小教科書使用問題及促進未來教科書使用之道.
- 董修齊.(民 99). 台灣與芬蘭國小數學教科書幾何教材內容之分析比較
- 廖婉琦.(民 92). 台灣 82 年國編版數學教科書與美國數學教書之內容分析比較研究—以幾何教材為例
- 廖曼伶.(民 97). 國小二年級數學教科書內容之比較研究
- 蔡麗蓉.(民 92). 國小數學審定版教科書分數教材之內容分析
- 翰林出版社事業股份有限公司 (民 101)。國民中學課本第四、五冊。
- 藍順德.(民 92). 教科書審定制度運作之問題檢討與改進建議. *課程與教學*, 6(1), 13-26+.
- 藍順德.(民 95). 教科書政策與制度. 五南圖書出版股份有限公司.
- 羅瑞珍.(民 79). 國中數學教科書內容分析與內在評鑑之研究. 資料庫: 全國博碩士論文摘要檢索系統.

英文部分

- Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D., & Yevdokimov, O. (2007). The conjecturing process: Perspectives in theory and implications in practice.
- De Lange, J. (2007). Aspects of the art of assessment design. *Assessing mathematical proficiency*, 99-111.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding+ it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- Krutetskii, V. A. *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. (Translated from Russian by J. Teller, edited by J. Kilpatrick and I. Wirszup.) *The University of Chicago Press*, 1976. ISBN 0-226-45485-1.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 234-241.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks.

Mathematical Thinking and Learning, 11(4), 258-288.

Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626.