

第二章 文獻探討



許多研究顯示，分數在小學數學課程中佔有極其重要的份量，更與其他單元密切相關，為使教師能確實掌握學生困難，使學生在分數的學習上得到更多的幫助，本研究以順序理論找出同分母分數減法之階層架構，並藉由行動載具作一線上形成性評量系統後施予電腦輔助教學。本章將針對相關文獻進行探討，作為本研究的理論基礎。

第一節 分數相關理論探討

一、分數的多重意義

分數一詞來自拉丁文的「fangere」一字，它的意義是「分開」，通常用來描述一個被分開的全體之各個部份（羅鴻翔，1980）。分數概念在不同的情境問題下有不同的意義，它具有多重意義的特性。國內外許多學者對分數的意義有不同的看法：

Behr 與 Post(1988)將分數分成七種意義：1、部分—全部；2、比例(ratio)；3、比值(rate)；4、商(quotient)；5、操作(operation)；6、線性座標(linear coordinate)；7、數線上的一點。

林碧珍（民 79）則將分數的意義分成五類：1、全部區域的部份區域（如：長度、面積、容積）：部份—全體模式；2、集合中的部分集合：子集合—集合模式；3、數線上的一個數值：數線模式；4、兩個整數相除的結果：商模式；5、二個集合或二個度量相比的結果：比值模式。

楊壬孝（民 77）研究國小學生分數概念發展，提出分數的四種意義是：一個整體之相等的部份；一個集合等分組後的幾組；數線上的一個數值；兩數相除的結果。

綜合國內外學者對分數概念內涵意義的看法，湯錦雲（民 90）將八十二年版「國小數學課程標準」的分數意義歸納如以下五種意義：

1. 部份—全部的概念
2. 數線上的一個數值：又分成兩種意義，表示線段長、表示數線上的一點。
3. 整數相除的結果：也就是商，例，2 個蘋果分給 5 個人，每個人得到幾個蘋果？
4. 比例、比值：例，哥哥有 6 元，弟弟有 8 元，請問哥哥的錢是弟弟的幾倍？
5. 分數是一個數

分數確實有許多意義，容易讓學生產生誤解，無法了解在何種情況下應該代表何種意義。本研究著重在中年級學生同分母減法之運算，也包含低年級學生的基本概念，因此，以下試闡述兩者學習分數的迷思概念和困難處。

二、分數的學習困難

由於分數概念複雜，所以導致學生在學習分數時出現許多迷思概念及錯誤類型。然而分數概念所涵蓋的範圍相當大，包括分數的基本概念、分數的加減乘除以及分數是數線上的一個點等諸多概念，也與其他數學概念息息相關，例如有理數的概念、小數、比與比值等，所以其中所包含的迷思概念亦是相當繁多。

(一) 等分概念

林福來、黃敏晃和呂玉琴（1996）認為學生一開始正式地學習分數時，教學大多從分東西的經驗開始，接著就以圓餅圖或方形圖介紹分數，認為「幾分之幾」就是「分」的動作，但卻忽略了分數是要對整體進行分割（引自洪素敏，2003）。Bergeron 與 Herscovics（1987）的研究結果顯示，多數國小三年級學生在面對分數板問題時，學生只注意到分割成幾塊，並沒有注意到分割的每一塊是否相等。呂玉琴（1993）具體指出學童對等分概念的認識有困難，常見的錯誤類型有：

1. 連續量分成兩份，但兩份的大小不同。
2. 將同樣大小的離散量分成兩份，但兩份個數不一樣多。
3. 將不同大小的離散量分成個數相同的兩份，但總量不一樣多。

吳昭容（2005）對此提出解決策略：以正反例提供區辨。使用各種等分或未等分的圖示或具體物情境供學童區辨，以確定兒童知道分數的部分量必須相等。

(二) 忽略單位量

處理分數很重要的概念就是單位量的確認，但是學生在解題時，往往會有忽略單位量的情形發生，這種常見的迷思概念的原因就是因為學生並沒有真正的了解分數的意義(楊壬孝, 1988)。分數單位量概念又稱整體量(the concept of a whole)概念，也叫單位-整體量(unit-whole)概念，是分數概念之下的一個子概念(Behr, Wachsmuth & Post, 1988)。。例如，學童在處理連續量「部分-全體」模式的問題時，會把部分當成分子，整體扣掉部分為分母的情形發生(如圖 2-1-1)，認為黑色部分占全體的 $\frac{1}{3}$ ；又如：學生在回答一袋蘋果有12個，其中的一個是幾袋的問題時，會回答一個或是十二分之一個；或者是一打鉛筆有12枝時，學生會誤認為 $\frac{1}{4}$ 打就是4枝鉛筆； $\frac{2}{4}$ 打就是8枝。這樣的反應顯示他們對於所給定的單位「袋」、「打」和單位分量「個」或「枝」之間的關係，並不清楚(洪素敏, 2003)。

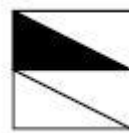


圖2-1-1 部分-全體圖 (洪素敏, 2003)

因此，學習者在剛開始學習分數時，就應該釐清單位，才能正確認識分數是兩種單位間的關係(吳昭容, 2005)。

(三) 分數加減法常犯的錯誤

湯錦雲(民90)將國外學者的研究學生在分數加、減法的運算常犯的錯誤整理如表 2-1-1。

表 2-1-1 分數加減法常犯的錯誤

1. 有關帶分數的錯誤	(1) 帶分數化成假分數時發生錯誤	a. 直接將整數部分乘以分數部分的分子
		b. 直接將整數部分與分數部分的分子及分母相加
		c. 計算錯誤
	(2) 借位時發生錯誤	a. 向整數借 1 時，卻加 10 到分子
		b. 向整數借 1 時，卻忘了在整數減 1
		c. 借位時，將原整數部分加到分子去
	(3) 求公分母的錯誤	
	(4) 等值分數的錯誤	
	(5) 簡化的錯誤	
	(6) 加減運算的錯誤	a. 將帶分數化成假分數後，分子與分母各自分別運算
b. 通分後，分子卻不變		
c. 直接作分子及分母的運算時，若求出的值為 0，則省略 0 值的部分		
d. 計算時完全用大的數減小的數		
2. 分數的加法運算錯誤	(1) 分子加分子，分母加分母	
	(2) 求出公分母後放在分母，而分子為原分子相加。	
	(3) 分母相乘，分子相加。	
	(4) 分母相乘，分子相乘。	
3. 分數的減法運算錯誤	(1) 通分後，分子為大數減去小數	
	(2) 分母減分母，分子減分子而且是大數減小數	
	(3) 求出公分母後放在分母，而分子為原分子相減	

學生在分數加減法運算的錯誤情形有帶分數方面的錯誤、向整數借位的問題、分數的加減法運算錯誤、整數運算錯誤、通分與約分的錯誤等，在做輔助教學時應該多注意這些問題，以解決學生的迷思。

三、運用表徵間的轉換

蔣治邦（1996）認為表徵是用某一種型式，將事物或想法重新表現出來，以達成溝通的目的；當其所表現的意義能確實掌握後，表徵可進一步地成為運思的材料，來簡化解題過程（引自陳伶伶，民94）。Bruner（1966）由運思方式的觀點，將表徵區分為三種：動作的（enactive）、圖像的（iconic）、以及符號的（symbolic）表徵。所謂動作表徵是經由「動作反應」或「操作」來了解或代表外在世界；圖像表徵主要是透過內在的心像亦即憑在感官留下的影像來了解和代表外在世界；符號表徵則是透過語言符號來代表外界。

Lesh（1979）則用溝通的觀點，重新描述了表徵的類別，包含五類：實物情境(real-world situations)、操作具體物(manipulative aids)、圖畫(pictures)、口語符號(spoken symbols)、以及書寫符號(written symbols)。說明如下：

1. 實物 (experience-base "Scripts"): 人類的實際生活中所經驗物品的認知，在面對問題情境時可產生連結或提供解釋，如糖果。
2. 教具模型 (manipulutable models): 教學上的輔助工具，如算術積木、數線。

3. 圖形(picture or diagrams)：不能實際操作靜態的模式，如等分圓餅圖來表示分數的「部分-整體」關係。

4. 語言(spoken languages)：包含與此領域的特殊化的第二種語言，如五分之三代表整體平分為五等分中的三等分。

5. 符號(written symbols)：以精簡的形象表徵特殊化的句子和片語，如五分之三的數學符號為 $\frac{3}{5}$ 。

Lesh 以溝通的觀點看表徵，提供數學教師一個教學方向，教學過程中，教學者與學習者應透過多元的表徵方式做雙向的溝通，藉以釐清概念本質。數學學習中充滿了符號、圖形和數學語言，雖然很多老師運用教具來幫助學生了解數學關係，但實際應用後的結果，Hart (1989) 系統研究發現，其結果包括下列幾個現象：

1. 有時教師所使用的具體教具操作，跟寫出的演算過程完全無關。
2. 教師對教具所展現的真正意義，常常沒有交代清楚。

這些現象的問題是學生感覺學校中的數學有兩種，一種是具體操作的數學，另一種是抽象數學，解題時，學生會複製這些道具的圖像表徵，但準確性很差，不能幫助學生實際解題。陳伶伶(民94)認為從Hart研究中足以說明要將具體操作的數學與抽象化的數學做聯結，僅以複製的方式是無法幫助學生獲得完整的概念。

NCTM (2000) 主張抽象概念的理解必須先從具體操作階段開始，將新獲得的

知識加以內化，並且有系統的沿著半具體的學習階段，進一步將這些知識以圖象表徵的方式心像化，最後才能夠將所學的新知識給予抽象化的表徵。如此才能夠為真實的情境與抽象的世界之間架構溝通的橋樑，進而幫助學生建構正確的數學概念。

因此本研究擬設計電腦輔助教學，使學童從具體物操作經驗進入運用圖像表徵，強化符號與圖形表徵的連結輔助工具，以引導學生建構心像思考能力的學習框架。

四、分數的教材架構

民國九十二年教育部（2003）所公佈的九年一貫數學學習領域課程綱要，國小「數與量」的範圍非常廣，因此再將該主題分為「整數」、「量與實測」、「有理數」和「估算」等子題。其中在「有理數」中便提到：有理數是小學的核心課程之一，也是小學數學教育中，最有挑戰性的教學主題。有理數教學的困難主要在於：它牽涉兩種非常不同的表現形式——分數與小數；它的應用課題很廣——平分、測量、比例、比率、比值、部分/全體。茲將九個與分數相關的能力指標，及由階段能力指標演繹出的國民小學分年細目及詮釋加以整理於表 2-1-2（陳姿吟，民 96）。

表 2-1-2 分數能力指標與分年細目對照表

年級	分年細目	能力指標	指標內容
二、三年級	<p>2-n-10 能在平分的情境中，認識分母在 12 以內的單位分數，並比較不同單位分數的大小。</p> <p>3-n-09 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p>	N-1-09	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。
四、五年級	<p>4-n-06 能在平分情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。</p> <p>5-n-06 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。</p>	N-2-06	能理解分數之「整數相除」的意涵。
	<p>4-n-07 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與非帶分數的整數倍的計算。</p>	N-2-07	能認識真分數、假分數與帶分數，作同分母分數的比較、加減與整數倍計算，並解決生活中的問題。
	<p>4-n-08 能理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。</p> <p>5-n-04 能用約分、擴分處理等值分數的換算。</p>	N-2-08	能理解等值分數、約分、擴分的意義。
	<p>5-n-05 能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。</p>	N-2-09	能理解通分的意義，並用來解決異分母分數的比較與加減問題。
	<p>5-n-07 能理解乘數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。</p>	N-2-11	能理解分數乘法的意義及計算方法，並解決生活中的問題。

	<p>4-n-08 能理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。</p> <p>4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。</p> <p>5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。</p>	N-2-13	能做分數與小數的互換，並標記在數線上。
六年級	6-n-02 能認識兩數的最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，理解最大公因數、最小公倍數的計算方式，並能將分數約成最簡分數。	N-3-02	能理解最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，並用來將分數約成最簡分數。
	6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。	N-3-03	能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。

可知分數的學習始於二年級，學生由生活經驗中的「分東西」引入分數的初步概念，再從生活中時常聽到的「一半」連結到「二分之一」，並帶入分數符號。三年級在具體情境中認識分數，並解決同分母分數的加減問題。四年級能認識真分數、假分數和帶分數，作同分母分數的比較、加減和整數倍計算，熟練假分數和帶分數的互換，也理解通分的意義，和做簡單分數和小數的互換。五年級開始學習等值分數和異分母分數的計算，並將分數概念和小數做連結。六年級認識除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。

五、小結

經由九年一貫數學學習領域課程綱要可得知，我國國小分數的課程於小學四、五年級所占的比例最重，上述對分數的文獻探討中則點明分數基本概念的重要性，因此本研究以四年級「同分母的減法」為主題，並使用同分母分數減法的八項分

類，分為真分數減真分數、整數減真分數、整數減帶分數、帶分數減整數、帶分數減真分數（退位與不退位）、帶分數減帶分數（退位與不退位）八個類型。依類型分別探究其容易錯誤原因，再進行電腦輔助教學。

第二節 行動載具的應用

整個資訊科技的發展，不但使得日常生活型態產生改變，也帶動近代教育的改革。藉由科技的影響，學習愈來愈活潑、豐富和深入，知識的傳遞因為網路的便利而加速累積的速度。張國恩（2002）指出學習科技的爆發力，不但啟動了知識經濟社會各個面向的大躍進，也引發了新的教學與學習途徑，更讓人們重新思考學習與資訊科技的關係。透過學習科技可支援知識建構、知識探索、做中學、合作學習、反思學習等特質，從事知識的建構，培養學生具備運用科技與資訊的擷取、分析與應用的能力，進而培養學生獨立思考、創造思考、問題解決、主動學習、溝通合作與終身學習的技能，有效促進學習效果，使學生具備足夠的自覺能力，運用在當前與未來的日常生活中。

學習與應用很難分開，原有的教學模式、教育制度、教師與學生對教學和學習的認知及態度也都產生極大的影響。新資訊科技除了增加接觸知識的管道，促進學習的方法，也影響教育的內涵與方式，甚至改變傳統教育的型態，成為教育領域中一項重要的工具。以往單純的在電腦教室中學習已無法滿足隨時、隨處學習的需求，行動學習開啟了另一個學習的里程碑（陳姿吟，民96）。

Kynaslahti（2003）認為行動學習具有便利性（convenience）、權宜性（expediency）、立即性（immediacy）三種意義與價值。無線科技為教師和學生提供在任何時間、任何地點的使用便利性，只要攜帶具備著無線通訊能力的裝置，

在學校的任何地點都可以連線，進行學習或傳輸資訊，完全改變了學生的學習動力，學生因此更主動、更積極地投入課程和學習中（Joyner, 2003）。

無線科技技術包含無線區域網路、行動學習輔具、行動運算技術等，其最大的特性就是沒有網路佈線的麻煩問題，不需要在固定位置上網，不論是教室內或教室外，都可以隨時上網，非常方便。結合無線科技的特性應用在國小校園環境中，可以滿足國小學生求知的慾望，增進學生的學習興趣。

宋曜廷、張國恩、侯惠澤（2005）指出電腦提升教學的意涵有二：就教師而言，可以透過電腦而有能力、有意願展現更多元、更新穎的教學方法。就學生而言，透過電腦來實施教學，可讓學生的學習動機更為高昂，更投入教學活動，甚至有更好的學習效果。宋曜廷與張國恩（2005）對近十年來行動學習載具在教學與學習上的應用進行研究，結果顯示行動學習載具將取代電腦教室，成為資訊融入教學的主力。

賴信川（2006）將行動載具融入高中數學空間幾何課程中，利用可操弄的視覺化空間幾何電腦學習輔助系統，以提升學生視覺化的空間能力，研究結果顯示，使用行動載具的學生對空間幾何的學習成效有顯著效果。

張謙楣（2006）為解決國文科教師無法監督和了解學生的個別閱讀理解狀況，以及教學活動缺乏合作互動，建置無線網路教室，將行動載具融入教學課程，以PDA（Personal Digital Assistant）為學習工具讓學生在課堂中進行學習，教師經由系統再給予回饋。研究結果顯示使用行動學習的學生其閱讀理解能力與閱

讀理解策略的應用能力皆優於傳統教學的學生。

行動載具融入課堂中的學習領域雖然不同，但研究結果皆顯示行動載具能提升學生的學習成效幫使學生的學習穩定成長，因此相信只要設計合適的教材，行動載具在學習中將能發揮很大的效力。

第三節 形成性評量與順序理論

一、測驗方式的演進

測驗一直是教師評量學生學習後行為改變的工具，所以測驗在各個學科中皆是扮演重要的角色。傳統教學中，是以紙筆測驗做為評量工具，但紙筆測驗在編撰試題、施測、閱卷、評分等過程，相當耗費人力、物力，且遠距學習者未必能參與這種紙筆式的測驗，因此若能透過電腦及網路的技術，將能提供適當的支援與輔助。

所謂的電腦輔助測驗（Computer-Based Testing, CBT）是將傳統的考試工具及考題轉移到電腦之中，讓學生藉由電腦螢幕閱讀考題、利用鍵盤或滑鼠來移動游標並點選答案（楊亨利，應鳴雄，民 94）。

目前許多電腦輔助測驗均輔以試題反應理論（Item Response Theory, IRT），來發展電腦線上測驗評分效力化測驗系統。此類系統又稱為電腦化適性測驗（Computer-Adaptive Testing, CAT），它屬於一種智慧型的測驗方法。周文正（1998）認為隨著網際網路的普及，電子化學習（e-Learning）及網際網路遠距教學也成為目前相當熱門的議題，以網路測驗所能夠達成的效果而言，它不僅只是施測的工具，同時也可以是教學的工具（引自楊亨利，應鳴雄，民 94）。

二、形成性評量

形成性評量是指教學過程中所實施的評量，教師可以根據形成性評量瞭解學

習者學習進步的情形、學習上的困難以及教學上的問題，為教學工作進行品質管制的重要方法（陳姿吟，民 96）。

Dylan (1998) 認為形成性評量可從豐富的提問 (Rich questioning)、回饋 (feedback) 和學習者的角色 (learner' s role) 三方面來探討。

1. 提問 (Rich questioning): 能找出學生的錯誤觀念的問題，就是一個好的問題。學生在整理老師給予的教材內容時，常會產生某些迷思概念，因此希望藉由問題來了解學生的這些迷思概念。Dylan 還強調，問題不只要好，更要豐富。雖然許多教師會以口頭提問來引起學生注意，但只有少數教師會將問題延伸下去。然而如果將該問題持續加深，且能在學生身上發揮作用，這就是豐富。這樣不但可以增加課堂中的學習氣氛，也能因問題的持續移轉，使學生更專心。

2. 回饋 (feedback): 給學習者的回饋應該注重在他們應該改善什麼，而不是在他們做的有多好，而且應該避免和其他人比較。Butler (1987) 發現獲得意見回饋的學生有較高的工作投入，獲得分數與獎賞回饋的學生則是自我投入高於工作投入。由此可知，給予學生們意見與鼓勵，比起其他方式更能使學生產生正向的學習目的。

3. 學習者的角色 (learner' s role): 提問 (Rich questioning) 和回饋 (feedback) 都是注重在教師的角色，Dylan 認為學習者不應該只是被教師評量，也應該要自我評量，學生針對自己完成的任務做一個簡單的評量，並寫下一段簡短的敘述。

三、電腦化適性測驗

在實際的教學情境中，每位學生的學習困難皆不相同，教師難以在短時間內精確掌握大多數學生的學習困難為何，實行補救教學也更加困難，學習者因此錯過關鍵期，未能獲得即時的補救。隨著資訊科技的進步與普遍，愈來愈多的研究者將電腦與適性測驗 (Adaptive Testing) 結合，試圖精確且有效的進行學習診斷。傳統測驗是對所有考生施以相同的一組題目，由於每位考生的能力皆不相同，對能力較高者而言，大多數的題目過於簡單，無法真實反應出他的能力；對能力較低者，大多數的題目過於困難，最後以猜測作答，不僅浪費時間，心理上亦遭受巨大的挫折。適性測驗能夠改善傳統測驗的缺失，它會依據受試者的能力進行施測，一開始先給予中等難度的試題，每答完一題，便根據該題答對或答錯的情況提昇或降低代表學習者能力的的能力值。因此，呈現的題目是難是易，端看學習者的能力是高是低，如此不僅可以縮短測驗時間，亦使得測驗結果更為精準。由於適性測驗在施測時須反覆估計學習者的能力值，以及進行大量的運算與處理，因此經常與電腦結合，由電腦處理選題、能力估計及計分等問題，一般稱為「電腦適性測驗」(computerized adaptive testing, CAT)(陳姿吟，民 96)。

四、順序理論

電腦化適性測驗一般可分為兩大類：一類是以試題反應理論 (item response theory, IRT) 為基礎，另一類則是以知識或試題結構為基礎的順序理論 (ordering theory, OT)。

Bart & Krus 於 1973 年所提出的順序理論 (ordering theory)，能提供試題或概念間的順序及階層。

以下為順序理論之分析步驟：(引自陳姿吟，民 96)

(一) 計算順序性係數

定義試題 i 為試題 j 的先備條件 ($i \rightarrow j$) 的次序性係數 r_{ij} 為：

$$r_{ij} = n_{0i}/n \quad (\text{公式 1})$$

公式 1 中的 r_{ij} 介於 0 與 1 之間，若 r_{ij} 愈小，則表示愈符合假設，即試題 i 為試題 j 的先備條件。

(二) 計算階層關係

Bart & Krus (1973) 提出以容忍水準 ε (建議介於 0 與 0.2 之間)，也就是定義容忍範圍的數值。階層的決定，如公式 2：

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, & r_{ij} < \varepsilon \\ 0, & r_{ij} \geq \varepsilon \end{cases} \quad (\text{公式 2})$$

將第一步驟的 r_{ij} 與 ε 比較後，可決定 R_{ij} 之值。Bart & Krus (1973) 針對十五位受試者測試在十二種情境之下內心的不安程度，完成第一步驟後，得到的結果如表 2-3-1。

表 2-3-1 15 位受試者在 12 個题目的反應資料

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	row totals
Subject1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
Subject2	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	9
Subject3	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
Subject4	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	4
Subject5	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	6
Subject6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	11
Subject7	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	9
Subject8	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	5
Subject9	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	5
Subject10	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	5
Subject11	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	6
Subject12	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	7
Subject13	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	8
Subject14	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	8
Subject15	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	8
column totals	7	13	8	11	7	0	13	6	9	13	9	15	

資料來源："An ordering-theoretic method to determine hierarchies among items.", Bart & Krus (1973). *Educational and psychological measurement*, 33, 296。

(三) 繪製順序階層圖

當 r_{ij} 小於 ϵ 時， $R_{ij} = 1$ ，表示試題 i 為試題 j 的先備條件（ $i \rightarrow j$ 成立），將試題 i 與試題 j 以一線段相連，並將試題 j 由階層 k 提昇至階層 $k+1$ （ $k = 1, 2, 3 \dots$ ）。反之則表示試題 i 不為試題 j 的先備條件，不必以線段連結。圖2-3-1（引自林原宏、陳紹銘，2006）是Bart & Krus（1973）根據表2-3-2所繪製出來的順序階層圖

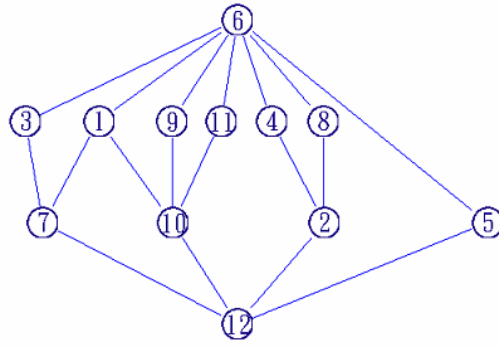


圖 2-3-1 順序階層圖 (Bart & Krus, 1973).

第四節 電腦輔助教學

一、電腦輔助教學的內涵

教學是一種知識溝通的過程（陳伶伶，民94）。電腦輔助教學（computer-assisted instruction, CAI）發展的主要目的之一，就是希望藉著電腦來分擔教師教學，並且幫助學生學習知識。Shoenfeld（1985）從認知處理的觀點，認為當學生的處理發生錯誤時，是學生的控制選擇(control)出了問題。這時教師可以試著思考如何善用科技，為學生搭起學習的鷹架（謝哲仁，民90）。

Alessi和Trollip（1985）提供一個架構來詮釋電腦在教育上的角色，其將電腦輔助教學分為五類：練習式(drills)、教導式(tutorials)、遊戲式(games)、模擬式(simulations)和測驗(tests)。但由於科技的發展，尤其是網路的普及，和教學理論的提出，使得Alessi和Trollip重新檢視電腦輔助教學的架構，將原本的五類增加為八類：教導式(tutorials)、超媒體(hypermedia)、練習式(drills)、模擬式(simulations)、遊戲式(games)、工具和開放式學習環境(tools and open-ended learning environments)、測驗(tests)和網路學習(web-based learning)（引自楊雁婷，民96）。

蔡怡玉（民94）歸納電腦輔助教學有以下幾點特性：

1. 電腦輔助教學是一種將學生安置在已編寫好的電腦互動模式課程中的教

育觀念，電腦依照學習者先前的學習反應，選擇下一個適當的主題或單元，並允許學習者按照自己的學習能力調整進度。而電腦只是負責執行由人類預先寫好的程式，根據學習者的需求與反應，從預先設定的各種可能途徑中，選擇最適合的一條，供學習者進行學習。

2. 電腦輔助教學是一種直接運用電腦交談模式進入教材內容，並控制個別化教育環境的教學過程，以電腦來提供教學內容之訓練與練習，學習指導、模擬等形式之活動。以電腦作為教學媒體，以協助教師教學，輔助學生學習教材，達到個別化、補救教學或精熟學習的編序教學活動。

3. 電腦輔助教學乃是一種使用電腦作為輔助學習的教學方法，電腦本身是教學工具，由指導者提供一經縝密設計過的課程，以供學習者學習，學習的進度完全依照學習者能力而定，且能得到立即性回饋的學習方法。

4. 電腦輔助教學是指所有以電腦作為教學輔助工具之個別化、互動式、指導式的學習活動，其教學過程透過電腦與教學軟體之搭配使用，將教材內容化為影、音、圖、文之形式，對學生提供豐富的多重感官刺激，形成一種異於傳統教學的獨特教學方式，在現代用語中，電腦輔助教學亦同時具備教學軟體之意涵。

「電腦輔助教學」課程軟體的發展過程可分為三個階段十三個步驟，分述如下（杜日富，1991）：

1. 需求分析：應考慮到教材之內容、教學目標、課程軟體表現的形式，學習者的背景與媒體之適用等。

2. 設計與製作：包括有腳本的撰寫、程式的編寫及美工與音樂之設計等。
3. 評估：分別有腳本與程式的細部評估與整體性評估，注重教材的完整性與正確性、螢幕之構圖與佈局、教學目標的明確性、回饋的方式與場合等問題。

Mevarech和Yisrael（2000）認為電腦輔助教學似乎可以提高弱勢學生認知和情意的發展，最常用的電腦教授方式是做為課程補充的訓練和練習，且認為電腦輔助教學有以下的特性：

1. 為學生個人合身設計
2. 馬上給予正確的回饋
3. 可以給予資訊的多重面
4. 和傳統的教室學習相比，可給更多的訓練和練習

二、電腦輔助學習的視覺思考

許多認知心理學者在人類記憶方面的研究發現，人類對於外界訊息的吸收儲存的型式有不同的方式，可以是聲碼(acoustic code)、文字碼(verbal code)、視覺碼(visual code)三種形式。視覺碼的學習，就是靠圖像記憶的方式，形成心像(mental image)來瞭解現實的現象。一般來說，文字碼的登錄型式較聲碼與視覺碼來得抽象(陳伶伶，民94)。

鄭晉昌(1997)認為雖然傳統的教科書能協助學習者以文字碼或視覺碼的方式登錄外界的訊息，但僅限於文字、符號或靜態的圖片表徵。對於較為抽象的數

學知識或科學知識的學習仍有其限制，無法以外在動態表徵的方式，來詮釋抽象的概念。而電腦科技的發展正可以彌補這個缺陷。電腦可以動態圖像的方式呈現，提供學習者強有力的學習與知覺經驗，讓學習者形成動態的內在表徵，使學習者對抽象的概念，能夠更具知覺的能力（引自陳伶伶，民94）。

蔡怡玉（民94）認為電腦輔助教學能擴展學習者的感官，促進學習的效果、增加學習者的學習興趣、刺激學生有效的表達自己、營造學習者主動學習的氣氛、提供學習者個別性的回饋及培養學生自行選擇的能力。大大增加了時間與空間的彈性調整、節省人力資源，不再只是文字的敘述，而是文字與圖形，甚至是聲音與影像的互相搭配，增加學生的學習興趣、幫助學習者學習，以及具有補強作用。

鄭晉昌（1997）認為透過視覺，可以擴大個人的知覺經驗，對學習者而言有下列三點益處：

1. 視覺經驗較為具體，尤其是動態的視覺經驗可以讓人瞭解整個事件發生的歷程。
2. 因為視覺訊息較易處理，因此視覺思考可以讓學習者在學習的過程中，容許有更多的短期記憶的空間進行資訊的處理。
3. 視覺經驗較具可探索性，讓學習者更具想像空間，擴展學習的深度。

三、電腦輔助教學的教學效果

Mevarech 和 Yisrael (2000) 以 376 個小學學生實驗 CAI 在數學教學上的效果，實驗組 67 個三年級學生，66 個四年級學生，65 個五年級學生，實驗組有 1/4 時間接受 CAI，對照組 67 個三年級學生，52 個四年級學生，59 個五年級學生，控制組只接受傳統數學授課，結果顯示電腦輔助數學對於低成就學生在認知和情意上都是持正面影響。在三個年級中，CAI 學生對學校生活都持較正面的看法，也能得到較高的數學成就，數學自我理解程度也較高。Perkins (1988) 以 345 名四至七年級的學生進行實驗，實驗組學生接受為期十週的 CAI 課程，控制組未接受 CAI 課程。結果顯示，實驗組學生的數學成就分數顯著優於控制組。

蔡怡玉 (民 94) 綜合電腦學習能提昇學生的基本認知能力如下：

1. 提高注意力：實際動手操作和以遊戲方式學習，增加各種感官刺激，使用者需隨時觀看電腦螢幕的明暗、圖形或文字變化，增進學生的視覺理解力與動作反應能力。
2. 增加詞句的記憶：螢幕呈現的圖畫、文字可建立與加深使用者的字彙、詞句記憶能力。
3. 視覺空間記憶與空間操作 (Visual-spatial memory & spatial operations)：操作者必須以視線導引手部的動作，不僅包括物件的空間關係判斷和遠近距離觀察，也讓使用者有機會以手操控眼中所看到的物件，加強視覺空間和動作能力。

4. 主動反應行為 (Reaction behavior): 按鍵觸動的效果會讓使用者逐漸了解手部所下的指令動作和螢幕顯示內容之間的「因果關係」, 繼而能明白自己可以作為一項動作的起始者, 以自身的行為改造環境以及外界事物。

5. 增進視動能力 (Visual-motor ability): 每次操作電腦鍵盤後, 使用者需抬頭以注視螢幕所呈現的變化, 這樣的連續動作讓使用者能習慣先以視覺引導自身的一切動作, 例如軀體在空間中的移動方向、調整自身與外界物體之間的相關位置、手部的精細動作, 以及其他動作的控制。

經由上述探討可得知, 電腦輔助教學在數學的教學成效上優於傳統教學。

四、小結

本研究將以電腦輔助教學, 使教學不再只是文字的敘述, 而是文字與圖形, 甚至是聲音與影像的互相搭配, 增加學生的學習興趣、幫助學習者學習, 以及具有補強作用。