

第參章 理論基礎

第一節 情境認知理論

Barsalou(1989)對概念的不穩定性之研究，某些分類的知識只有在特定的情境下才會積極活化。例如當「心臟線」此詞單獨出現時，「方程式」的概念是不會出現的，但是如果在「數學」的情境中，則「方程式」的概念就會與「心臟線」此詞連結。這個結果顯示概念是在特定情境下的當下運作，而非僅是靜態的結構而已。

Brown(1989)指出學習是一個對知識持續不斷建立意義的歷程，學習者在整個環境中，是主動的知識建構者，知識如同工具，是學習者與環境互動下的產物。

以往教學設計的理念認為學習的知識內容在應用的情境中是相當穩定的，且符合邏輯並按照計畫中的順序而行(Winn, 1996)，因此教學歷程強調課程的進度與目標的明確度，教師需先有明確的單元設計才能有學習的發生。然而從情境認知的角度而言，學習的情境乃在提供並支持學習者思考的脈絡，讓學習者體認在此情境中的意圖(situational intent)，產生行動的目的性與必要性。這種情境意圖就有如先驗圖示般(advance organizer, Ausubel, 1968)，例如我們看到圓規，就知道是用來畫圓的工具，看到乘法運算時，就不知不覺想到九九乘法表。因此，幾何的學習藉由何種媒介工具傳達，會具有不一樣的意義。主因便在於情境不同，所提示的情境意圖亦不同，因此，學習結果與媒介工具相互牽連。

鄭晉昌(1993)進而指出，學習者是藉由學習活動的本身來認識所吸收的知識，同時在認識的過程中，也間接影響其對知識本身的詮釋和應用。因此，在這種由學習者主動自環境中獲取知識、應用知識的歷程中，學習為一種衍生式的學習(generative learning)，學習者的學習能力，端賴於其知識不斷地被一再地以連結、解釋新訊息的方式加以運用。此即建構式(constructive)的學習歷程。經由建構學習歷程所發展而來的知識，由於它是使知識成為有用工具的方式被獲得的，因此有別於傳統重視的僵化知識(inert knowledge)，而為一種強而有力的知識(robust knowledge)。由此可知，人們是在特定的情境中透過與實際情境不斷的互動，發明有效的策略，解

決情境中的問題。

綜合以上論述，情境認知理論主要有兩個學習觀點：

- 1、學習者可以是一個主動的知識建構者，學習者會主動對學習環境進行互動與協調，以建構所需的知識。
- 2、學習環境設計需要考慮「媒介工具」的使用，透過不同媒介工具的使用，會給予學習者不同的情境意義。

第二節 多重表徵理論

Lesh, Post & Behr (1987)提出數學學習及解題時的五種表徵系統。這五種表徵系統為：(1)具體事物的經驗表徵(experience-based "scripts")：泛指周遭真實世界中可用來解釋一般上下文及解決其它種類的問題的事件等這般有組織系統的知識。(2)具體操作表徵(manipulatable models)：像古式積木、算術積木、數線...等系統中本身就蘊含某些意義(3)圖形影像表徵(pictures or diagrams)：能將概念內化在圖像中的圖像模型，如拼圖(4)口說語言表徵(spoken languages)：包含相關領域的專業語言，如邏輯學(5)書寫符號表徵(written symbols)：如寫下的符號，專門的句子或用詞(如 $x + 3 = 7$, $A' \cup B' = (A \cap B)'$)。

Lesh et al. (1983) 的表徵分類可以讓學生經由實物情境、具體操作物、圖形等具體情境與人溝通分數加減法的概念性知識，再慢慢抽象化為口語、書寫符號等表徵(李源順 & 孫德蘭，2005)。多重表徵可以幫助學生學習數學，使學生可以創造並使用表徵去組織、記憶與溝通數學概念；多重表徵也可以幫助學生發展一個完整的數學表徵，並得以有意義地、靈活地、適當地使用(蔡志仁，2000)。這些研究表示出多重表徵可作為教學時的媒介工具，經過媒介工具的使用，進而與學生通數學概念。

Janvier, Bednarz 與 Belanger (1987) 表示出內在表徵與外在表徵之間如何連結，是在數學教育中的一個重要課題。本研究旨在探討不同外在表徵如何影響內在表徵轉換的情形。研究者參考 Lesh et al 所提出的表徵型式來設計媒介工具，將兩銅板滾動的表徵型式之設計理念陳述於下：

動畫：以Flash 影片呈現，屬於圖形影像表徵。

實物：以兩真實銅板做操作，屬於具體操作表徵。

語意：以文字描述呈現，屬於書寫的文字符號表徵。

第三節 概念建構的認知理論

一、幾何認知雙碼訊息處理模式

左台益(2006)以訊息處理理論為基礎，整合 Paivio (1971,1990)的雙碼理論 (Dual Coding Theory) 以及 Duval(1998) 的幾何解題的認知模型提出幾何認知雙碼訊息處理模型來說明個體在幾何解題活動的心智歷程。圖 3-1 為整合後模型，其中視覺化主要在表徵歷程進行，構圖主要在參照歷程中進行，推理會在變換歷程中進行。

這個模式可在本研究中，幫助研究者描述及分析個體內在認知中，心像的建構及圖形與文字符號間的訊息處理的過程，讓我們得到一個宏觀性的資料。

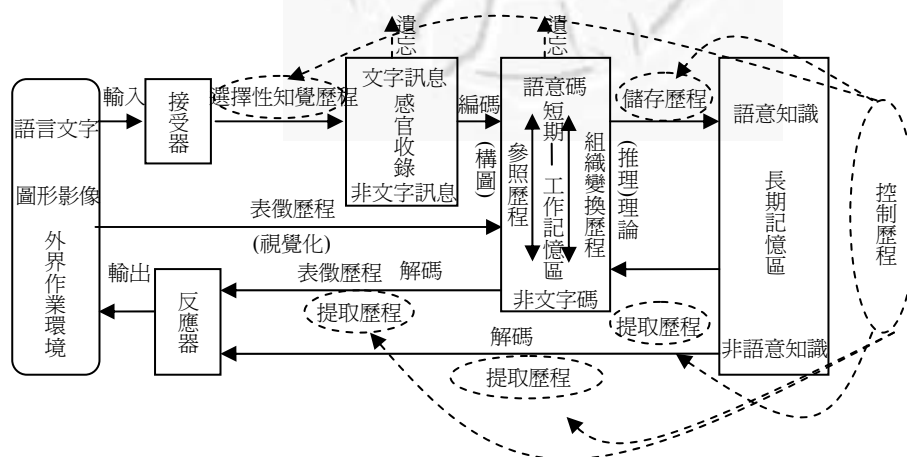


圖 3-1：幾何認知雙碼訊息處理模式

二、Piaget 的抽象化理論

在解釋數學經驗的建立過程上，Piaget (1973)指出透過活動經驗的積累、內化，通過與數理邏輯經驗協調而產生一種有別於一般從物體性質抽象

化的概念形成過程，乃反思抽象的過程(reflective abstraction)。

Piaget & Garcia (1989) 認為認識主體的工具 (instrument) 包含了抽象化 (abstraction) 以及一般化 (generalization)，包括「經驗抽象 (empirical abstraction)」，為主體對客體經驗特徵的抽取過程；「擴充的一般化 (extensional generalization)」，將獲得之知識應用至更廣的經驗，為一種演繹的過程；「反思抽象 (reflective abstraction)」，主體經過對客體的操作之結果，此包含了由下階 (inferior) 到高階 (superior) 的反思，以及對於經驗抽象化的再組織的「心智的反思 (mental reflection)」。

綜合以上論述，Piaget 主要將個體抽象思考的方式分為三種類型：

(一) 經驗抽象 (Empirical abstraction)：從觀察及操作實物中去建立觀念，以外在物件轉化為內在的認知，不同的物件或情境可能會造成不同的認知，例如：學生在觀察銅板時，腦中浮現出銅板的一些物件性質如：顏色、外型。

(二) 擬經驗抽象 (Pseudo-empirical abstraction)：利用一對一的對應關係，可將實物和抽象問題牽上關係。例如：學生在想像銅板時，能在腦中浮現出操作銅板的樣子或是與齒輪轉動之類的連結。

(三) 反思抽象 (Reflective abstraction)：把已發現的結構中抽象出來的東西思或反思到一個新的層面上，並對此進行重新建構，譬如學生在想像銅板時，可以在腦中浮現出某些點的軌跡圖形。

經驗抽象和擬經驗抽象都藉著操弄物件以獲取知識，反思抽象則內化為心智操弄，並可以產生新的動作或物件，這三種不同的抽象方式並非完全獨立，譬如擬經驗抽象和反思抽象需要執行的物件只能從經驗抽象所得知，經驗抽象也要藉由反思抽象來吸收記憶知識概要輪廓 (Dubinsky, 1991)。

Piaget 的三種抽象思考的方式可以讓我們觀察個體透過觀察不同的媒介工具時，概念建構的抽象思考方式。

第四節 多重動態表徵的型式理論

Shaaron Ainsworth & Nicolas VanLabeke (2004) 依強調時間與變數的關係程度不同，將靜態資訊付予動態呈現，泛稱為動態表徵。他們將動態表徵區分為 T-P (time-persistent)、T-I (time-implicit)、T-S (time-singular) 來探討其不同

的優點並與靜態表徵(STATIC)做交互探討。其中，T-P 是呈現時間與變數的關係，在變數變動的過程中，可同時掌握時間的變化，如用時間序列圖來表現出掠奪者與獵物的數目隨時間變化的情形；T-I 是隱藏時間而只呈現不同變數的分佈情形，在不同變數隨時間變化的過程中，可掌握住變數的變化趨勢，如用相平面來表現出掠奪者與獵物間的數目關係類型；T-S 是呈現特定時間下各變數的情況，即在某一時間瞬間點下，將變數的變動情形提練出來，而這些時間瞬間點改變的過程中，可呈現出變數變動的關係，如用長條圖或圓餅圖來表現出某一些時間下之掠奪者與獵物間的數目關係；STATIC 是呈現最多資訊量的方式，如同學校的教科書，將資訊整合成一些書面資料，例如可藉著靜態圖形或方程式來表現出時間與掠奪者、獵物間的數目關係情形。

Shaaron Ainsworth & Nicolas VanLabeke (2004) 並針對不同動態表徵的特質提出優缺點，例如 T-P 表徵可以促進學習者去考慮到變數值域的範圍和其時間的相互關係；T-I 表徵促使學習者很快地決定變數間的關係類型並幫助學習者預知未來的數值但不是這些數值何時將發生，如穩定點的估計。他們並認為這些動態表徵彼此之間可以達到互補的功能，例如 T-S 可以展現出某個時間的所有變數情形，因為此特質，使得 T-S 有時可以用來解釋較複雜的 T-P 或 T-I 表徵。在結論中，他們表示說多重動態表徵可以促使學習者有更深入的理解，但卻很少研究去直接比較這些動態表徵型式的差異。

本研究主要在研究不同媒介工具對心像建構的影響。所以將以動態表徵型式理論來設計媒介工具，觀察在不同媒介工具下，個體建構心像及連結符號表徵的情形，並依據不同媒介工具的特質來分析個體在認知上所產生的差異，表 3-1 為研究者針對這些不同的動態表徵型式做比較分析。

表 3-1：不同動態表徵型式之性質比較

表徵類型 性質	T-P	T-I	T-S	STATIC
資訊呈現類型	表達出時間與至少一個變數之間的關係。	表達出多個變數的分佈情形，而不是值所發生的時間。	在單獨的一個時間瞬間點下，表達出一個或多個變數的情況。	表達出某領域下的一部分情況。
表徵工具	1、表列 2、時間序列圖	相平面	1、且有動態性質的文字，如描述某個時間下的人口數目情形。 2、圓餅圖、直條圖	1、用文字寫下的條件定義 2、靜態圖形 3、方程式
動態方式	動畫式增值地呈現	動畫式增值地呈現	換幕式地呈現	無
給予學習者的資訊量	多	中等	最少	多
對學習者本質上的優點	幫助整合過去及現在的事件資訊和比較過去和現在的數值，並能減輕了學習者的計算負擔。	幫助學習者很快地確定出變數間的關係類型，並促進預測未來的變數值。	提供給學習較簡單的目前值資訊的快速總覽，當時間不是一個主要因素時，促進兩個或更多維度的資訊比較。	促進學習者自我的探索。
是否促進時間與變數關係之間的了解	有	動態時有	較少	不知
對於了解變數間關係的情形	良	優	良	不知

本研究欲將心臟線參數式的資訊藉由動畫的媒介方式傳達給受測者。研究者將依據 T-P、T-I 和 T-S 的性質來設計出不同型式的動畫，並藉由 GSP 軟體作為呈現工具，根據 STATIC 的性質，則以書面上的動態連續分隔圖作為呈現工具。原作者以控制時間的因素來突顯空間上的不同，而本研究的實驗活動主題：心臟線參數式中，軌跡點的位置變化與時間無關，因此研究者對動態表徵的性質作了一些修改，以參數取代時間，而參數在心臟線參數式的單元中，指的是角度。媒介工具的設計上以表 3-2 做說明：

表 3-2：不同動態表徵之應用設計

表徵型式 項目	T-P	T-I	T-S	STATIC
呈現工具	GSP	GSP	GSP	書面的動態連續分隔圖
呈現單元	心臟線參數式	心臟線參數式	心臟線參數式	心臟線參數式
呈現的資訊	兩圓滾動，動圓上一定點的位置變化情形	兩圓滾動，動圓上一定點的位置變化情形	兩圓滾動，動圓上一定點的位置變化情形	兩圓滾動，動圓上一定點的位置變化情形
資訊呈現類型	表達出兩圓滾動的公轉角與動點座標之間的關係	表達出動點座標的軌跡關係類型	表達出某些兩圓滾動的公轉角下，動點座標的情形	表達出兩圓滾動的公轉角與動點座標之間的關係或部分動點座標的軌跡關係類型
資訊呈現方式	突顯出兩圓滾動的接觸弧長關係但不突顯出動點之軌跡	突顯出動點之軌跡但未突顯出兩圓滾動的接觸弧長關係	突顯出兩圓滾動的接觸弧長關係但不突顯出動點之軌跡	突顯出兩圓滾動的接觸弧長關係及動點之部分軌跡圖形
動作形態	連續動態	連續動態	不連續動態	靜態