

第肆章 研究方法

本章從研究設計、研究樣本、研究工具、研究過程、資料收集程序，說明本研究所採取的研究方法。

第一節 研究設計

本研究的目的是在於，了解不同媒介工具對個體心像建構及連結符號表徵的影響。在研究設定上，以準教師透過不同媒介工具建構心臟線參數式的情形做為研究主題，研究不同媒介工具對準教師的心像建構與連結符號表徵的影響。根據情境認知理論及 Lesh 表徵理論和多重動態表徵型式等理論的探討下，發展出不同的媒介工具，讓受測者透過觀察或操作媒介工具去主動建構數學概念知識。因此將本研究分為兩個實驗活動進行。以下對此兩個實驗活動進行完整的描述。

一、第一個實驗活動的研究設計

本實驗活動的媒介方式，著重在媒介工具間不同的呈現型式。根據 Lesh et al. (1987)所提出的五種表徵系統，基於口說語言表徵及具體事物經驗表徵在呈現上的困難，我們選取了圖形影像、具體物操作、書寫的符號等三種表徵做為表達數學概念的媒介方式，分別以動畫觀察、實物操作、語意描述來表現出兩拾圓銅板滾動的情況。本實驗活動的研究目的主要想了解個體在動畫、實物、語意三種不同的媒介工具下的心像建構及連結符號表徵的情形，而我們想解決的問題有：

- 1、透過動畫觀察、實物操作、語意描述的三種不同媒介方式，準教師如何建構心像？
- 2、透過動畫觀察、實物操作、語意描述的三種不同媒介方式，準教師對於圖形結構與文字符號之間的連結情形？

根據此兩個研究問題，本實驗活動分為四個部分進行，第一部分的目的是在探討不同媒介工具下的受測者，其心像表徵型式及操作方式；第二部分的目的在探討受測者對於動點軌跡的心像呈現型式；第三部分的目的在探討受測者對於圖形結構與符號的參照關係；第四部分的目的在探討受測者對於圖

形結構與符號的變換關係。第一、二部分的研究結果可以用來回應研究問題 1，但在此所指的心像為 vinner 所提出的概念心像中的心智圖像；第三、四部分的研究結果可以用來回應研究問題 2，並由受測者所激發出的解題概念觀察出 vinner 所提出的概念心像中的概念性質。

二、第二個實驗活動的研究設計

本實驗活動的媒介方式，著重在媒介工具的資訊表徵性質。依多重動態表徵型式理論修改媒介工具的內部性質，分成 T-P、T-I、T-S、STATIC 四種媒介工具。本實驗活動的研究目的也是想了解個體在不同媒介工具下的心像建構及連結符號表徵的情形，而我們想解決的問題有：

- 1、透過觀察不同特質的動態表徵型式的媒介工具，準教師如何建構心像？
- 2、透過觀察不同特質的動態表徵型式的媒介工具，準教師對於圖形結構與文字符號之間的連結情形？

根據此兩個研究問題，本實驗活動分為四個部分進行，第一部分的目的是在探討不同媒介工具下的受測者，其心像表徵型式；第二部分的目的是在探討受測者對於動點軌跡的心像呈現型式；第三部分的目的在探討受測者對於圖形結構與符號的參照關係；第四部分的目的在探討受測者對於圖形結構與符號的變換關係。第一、二部分的研究結果可以用來回應研究問題 1，但在此所指的心像為 vinner 所提出的概念心像中的心智圖像；第三、四部分的研究結果可以用來回應研究問題 2，並由受測者所激發出的解題概念觀察出 vinner 所提出的概念心像中的概念性質。

第二節 研究樣本

本研究中，第一個實驗活動及第二個實驗活動的研究對象設定為大二及大三的數學系的大學生，樣本取樣的方式就採方便取樣，以指導教授所介紹的班級學生為主要研究樣本。為了避免經驗因素的影響，第一個實驗活動與第二個實驗活動的研究樣本皆不相同。以下對此兩個實驗活動的研究樣本分別說明如下：

一、第一個實驗活動之研究樣本

研究的樣本以某國立師範大學數學系二、三年級的學生為主，樣本選取是以方便取樣，商請指導教授介紹其它教授所任課的班級做為實驗對象，這些學生基本上都有修習過大一的微積分或解析幾何課程。學生分佈在兩個班級，其中一班級實際參與人數為 25 人，這個班級的開課對象主要為二年級學生，研究者以動畫作為本班級之實驗活動的媒介工具，編入為動畫組以與其它組做區別；另一班級實際參與人數為 40 人，這個班級的開課對象主要為三年級學生，並將此班級分為兩組，分開在兩個教室做實驗活動，其中一組以實際銅板作為媒介工具，另一組以書面上的文字敘述作為媒介工具，分別編入為實物組與語意組，在施測前，並未事先通知學生。

二、第二個實驗活動之研究樣本

研究的樣本亦是以某國立師範大學數學系二、三年級的學生為主，樣本選取是以方便取樣，商請指導教授幫忙推薦熟識的教授，以該教授任課的班級為實驗對象，學生主要為二年級的學生，學生分佈在三個不同的上課班級，實際參與人數分別為 40 人、45 人、20 人，將人數 40 人以上的班級各自分出 10 人，而這 10 人會與其它人分開在兩個教室做實驗活動，兩個班級所分出 10 人，都是參與以書面所呈現的連續分隔圖為媒介工具的實驗活動，最後依各組實驗活動的媒介工具特性，分別編入 T-P 組、T-I 組、T-S 組、STATIC 組，人數分別為 30 人、20 人、35 人、20 人。

第三節 研究工具

本節將依據研究中兩階設所設計的實驗活動之研究目的，藉以說明研究中所使用之工具的設計理念及編製過程。

一、第一個實驗活動之研究工具

(一)設計理念

依據 Lesh 表徵理論及幾何認知雙碼訊息處理模式等理論為基礎，研究者認為，概念可以被蘊含在不同的表徵裡，並且，這些表徵可以分別形成不同的媒介工具，提供個體語文或非語文的刺激，造成個體內在表徵的轉換。本實驗活動的目的在於，了解受測者在不同媒介工具下，其心像的建構及連結符號表徵的情形。研究的方向分為四個部分：第一部分，在探討受測者心像表徵型式及操作方式；第二部分，在探討受測者對於「動點軌跡」的心像呈現型式；第三部分，在探討受測者對於圖形結構與符號的參照關係；第四部分，的目的在探討受測者對於圖形結構與符號的變換關係。根據本實驗活動的研究目的，研究者分別以動畫、實物、語意三種不同媒介工具，探討受測者建構出心臟線圖形的心像及連結到心臟線參數式的情形。然而，心臟線圖形的操作型定義有很多種，在此研究中，研究者選用的是：取兩個大小相同的圓，其中一圓固定不動，另一圓繞此定圓滾動，動圓上一定點的軌跡形成心臟線。因此，在本階段中，研究者借助兩個拾圓銅板來代替動圓與定圓以包裝此數學概念。本實驗活動中，研究者想讓受測者建構出的動點軌跡參數式是指動圓上的某一定點的參數式，而這一定點一開始與定圓圓心、動圓圓心同在 x 軸上，定圓圓心在原點上，由右至左的順序為動圓上的定點、動圓圓心、定圓圓心。

(二)編製過程

1、活動環境設計：

根據 Lesh et al. (1987)所提出的五種表徵系統，我們選取了三種表徵做為表達數學概念的媒介方式，分別以動畫、實物、語意來表現出動圓繞定圓滾動的情形。下面是對這三種媒介工具的論述：

(1) 動畫觀察：以 Flash 軟體表現出圖形影像的表徵方式，以類似於卡通的原理，利用 120 張影格連續放映銅板繞另一固定的銅板滾動的情形，造成連續的動態感覺。Flash 的影片分為兩種版本，第一種版本是滾動的銅板上無紅點，純粹只有一個銅板繞另一銅板滾動的情形；第二種版本是滾動的銅板上有紅點，再呈現出銅板繞另一銅板滾動的情形。在第一部分，受測者有 3 分鐘的時間看第一種版本的 Flash 的動畫，3 分鐘後，會將 Flash 關閉，受測者接著就填答問卷。在第二部分，填答的過程中，受測者有 3 分鐘的

時間看第二種版本的 Flash 的動畫，3 分鐘後，會將 Flash 關閉，受測者接著就填答問卷。第三部分及第四部分，研究者持續播放第二種版本的 Flash 的動畫，受測者可以在作答期間，一邊參考動畫。作答期間，我們有提醒不得相互討論，受測者就根據所想到的知識來作答。

(2) 實物操作：以兩個拾圓銅板的實物操作表現出具體操作的表徵方式。在受測者者填答問卷時，研究者有提供銅板或是受測者自有的銅板，受測者可以全程地自由操作銅板。填答的過程中，我們有提醒不得相互討論，受測者就根據所想到的知識來作答。

(3) 語意描述：以文字描述表現出具體情境的語意描述表徵。在問卷上用文字來敘述兩個拾圓銅板滾動的情形：想像有兩個拾圓銅板，其中一個銅板固定住，另一個銅板沿著固定住的銅板滾動。受測者全程不得拿銅板出來操作，只能藉著受測者本身的想像思考能力與解題策略來反應問卷上的問題。填答的過程中，我們有提醒不得相互討論，受測者就根據所想到的知識來作答。

2、問卷設計

本問卷目的在收集受測者心像的建構及連結符號表徵的資料。將問卷分為四個部分，第一部分及第二部分在收集受測者的心像建構的資料；第三部分及第四部份在收集受測者連結符號表徵的資料。以表 4-1 作此四個部分的研究目的介紹：

表 4-1：第一個實驗活動之問卷設計

問卷設計	研究目的
見附錄一	本活動的目的主要在研究受測者在不同媒介工具下的心像建構。針對問卷的設計在下面分別探討資料收集的方式。
第一部分	本部分在探討受測者心像表徵型式及操作方式。題目設計上，一開始主要收集受測者初始心像的呈現方式，接下來利用問題做為受測者的目標導向，收集受測者心像操作的型式。作業時間安排上，限定受測者在 30 分鐘以內作答完畢。

<p>第二部分</p>	<p>本部分在探討受測者對於動點軌跡的心像呈現型式。題目設計上，一開始收集受測者對於滾動銅板上的定點軌跡所呈現的型式，接下來收集受測者對於軌跡圖形與文字符號的轉譯情形，最後收集受測者對於軌跡圖形與數學知識的參照情況。作業時間安排上，限定受測者在 20 分鐘以內作答完畢。</p>
<p>第三部分</p>	<p>本部分在探討受測者對於圖形結構與符號的參照關係。題目設計上，以受測者回答動圓滾動 1/4 圈及 30 度時的紅點座標的特別例中，收集受測者在構圖過程中，對於圖形結構與數學符號的參照情形。作業時間安排上，限定受測者在 30 分鐘以內作答完畢。</p>
<p>第四部分</p>	<p>本部分的目的是在探討受測者對於圖形結構與符號的變換關係。題目設計上，以受測者表達用公轉角作為參數的軌跡參數式，收集受測者在推理過程中，對於圖形結構與數學符號的變換情形。作業時間安排上，限定受測者在 30 分鐘以內作答完畢。</p>

二、第二個實驗活動之研究工具

(一) 設計理念

本實驗活動的目的亦在了解受測者在透過不同媒介工具時，其心像的建構及連結符號表徵的情形。第一個實驗活動的媒介工具主要是外顯的型式不同。Shaaron Ainsworth , Nicolas VanLabeke(2004) 認為動態表徵是關於時間與變數關係的呈現過程，是一種與時間相關的資料呈現方式。研究者進一步想依此概念設計媒介工具，以心臟線參數式為研究主題，設計出與參數相關的不同資料呈現方式。本實驗活動中，研究者想讓受測者建構出的動點軌跡參數式是指動圓上的某一定點，而這一定點一開始與定圓圓心、動圓圓心同在 x 軸上，定圓圓心在原點上，由右至左的順序為動圓圓心、動圓上的定點、定圓圓心。數學本質上，本實驗活動所要表達的參數式較第一個實驗活動所要表達的參數式難。

(二) 編製過程

1、活動環境設計：

根據 Shaaron Ainsworth , Nicolas VanLabeke(2004)所提出的多重動態表徵型式的理論，而在這一個實驗活動所使用的媒介工具，為了呈現出不同型

式的動畫，我們修改了動態表徵中讓資訊呈現動態的時間，而改以角度來代替時間，模擬出動圓繞定圓的情形。在媒介工具的設計中，研究者並不直接突顯出角度，而是以突顯接觸弧長的關係與否來強調角度與動圓上定點之圖形結構的關係。研究者利用上面的概念論述設計出四種不同動態表徵圖形的媒介工具，其中三種以 GSP 做呈現，另一種以書面做呈現。受測者在其中一種媒介工具下，根據問卷的問題進行思考並回應。下面是對這四種媒介工具做詳細的論述：

(1)T-P 組：

T-P 組媒介工具是以 GSP 做呈現。一開始為兩圓接觸，並將接觸點定為動圓上的定點，開始滾動後，動圓上的定點隨大圓滾動而開始變化，並將兩圓滾動時的所接觸過的弧長以粗線條及不同顏色予以突顯，而動圓上的定點會留下淡淡的痕跡，但不足以看到整個點軌跡的全貌。以圖 4-1 來表示 T-P 組所呈現的媒介工具片段。

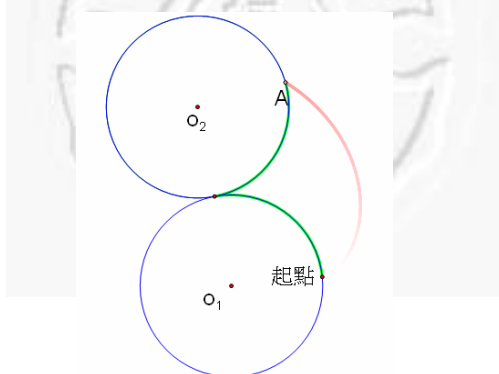


圖 4-1： T-P 組的動畫呈現片段

(2)T-I 組

T-I 組媒介工具是以 GSP 做呈現。一開始亦為兩圓接觸，並將接觸點定為動圓上的定點，開始滾動後，動圓上的定點隨大圓滾動而開始變化，而動圓上的定點會留下比較完整的軌跡圖形，很容易看出整個點軌跡的全貌，但沒有突顯出接觸弧長的變化。以圖 4-2 來表示 T-I 組所呈現的媒介工具片段。

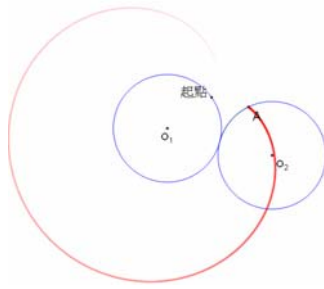


圖 4-2： T-I 組的動畫呈現片段

(3)T-S 組

T-S 組媒介工具是以 GSP 做呈現。一開始亦為兩圓接觸，並將接觸點定為動圓上的定點，以滾動 $\frac{1}{8}$ 圈為單位，並將兩圓滾動時的所接觸過的弧長以粗線條及不同顏色予以突顯，做出 8 張圖，以依序播放的動作，做出兩圓滾動的感覺，播放出的圖會暫留至動圓滾動一圈後，才消失重來。以圖 4-3 來表示 T-S 組所呈現的媒介工具片段。

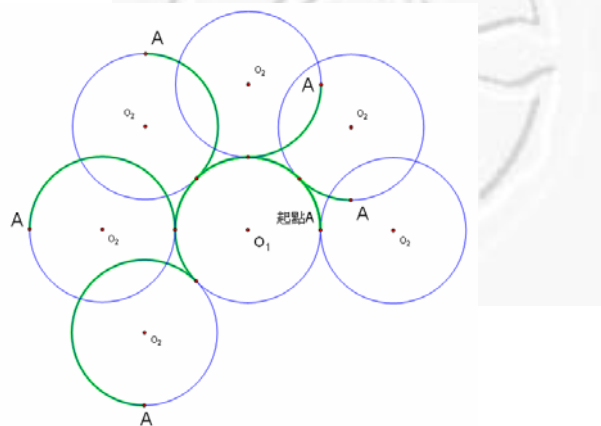


圖 4-3： T-S 組的動畫呈現片段

(4)STATIC 組

STATIC 組媒介工具是以書面做呈現。以五張靜態圖形所組成，一開始亦為兩圓接觸，並將接觸點設定為動圓上的定點，並將兩圓滾動時所接觸過的弧長以粗線條及不同顏色予以突顯，接著滾動 $\frac{1}{8}$ 圈後的圖，並強調出其間的滾動軌跡，接著滾動 $\frac{1}{2}$ 圈後的圖，此時並無強調出其間的滾動軌跡，只

有定點的位置及突顯的弧長，接著是滾動 7/8 圈及 1 圈後的圖，予以命為動態連續分隔圖。以圖 4-4 來表示 STATIC 組所呈現的媒介工具片段。

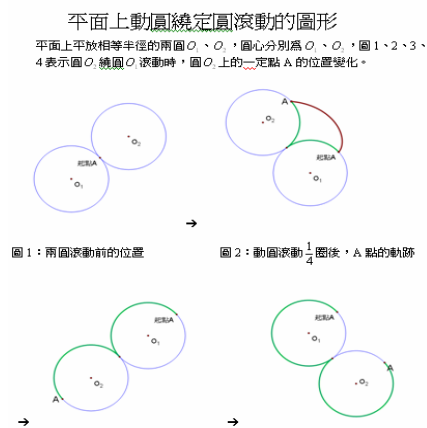


圖 4-4：STATIC 組的畫面呈現片段

2、問卷設計

本問卷目的在收集受測者心像的建構及連結符號表徵的資料。類似於第一階段，將問卷分為四個部分，第一部分及第二部分在收集受測者的心像建構的資料；第三部分及第四部份在收集受測者連結符號表徵的資料。以表 4-2 作此四個部分的研究目的介紹：

表 4-2：第二個實驗活動之間卷設計

問卷設計	研究目的
見附錄二	本活動的目的主要在研究受測者在四種媒介工具下的心像建構。針對問卷的設計在下面分別探討資料收集的方式。
第一部分	本部分在探討受測者心像表徵型式。題目設計上，主要收集受測者初始心像的呈現方式。作業時間安排上，限定受測者在 20 分鐘以內作答完畢。

第二 部分	本部分在探討受測者對於動點軌跡的心像呈現型式。題目設計上，一開始收集受測者對於動圓上的定點軌跡所呈現的型式，接下來收集受測者對於軌跡圖形與文字符號的轉譯情形，最後收集受測者對於軌跡圖形與數學知識的參照情形。作業時間安排上，限定受測者在 20 分鐘以內作答完畢。
第三 部分	本部分在探討受測者對於圖形結構與符號的參照關係。題目設計上，以受測者回答動圓滾動 $1/4$ 圈及 $1/3$ 圈時的 A 點座標的特別例中，收集受測者在構圖過程中，對於圖形結構與數學符號的參照情形。作業時間安排上，限定受測者在 30 分鐘以內作答完畢。
第四 部分	本部分的目的是在探討受測者對於圖形結構與符號的變換關係。題目設計上，以受測者選取參數的理由及表達參數式型式的資料中，收集受測者在推理過程中，對於圖形結構與數學符號的變換情形。作業時間安排上，限定受測者在 30 分鐘以內作答完畢。

第四節 研究過程

在實徵研究前的準備階段，碩一的時間，研究者閱讀並收集有關心像及與個體心智認知相關的國內、外文獻；碩二時間，聽取指導教授的建議，以圓擺線為研究實驗的測驗主題，並以準教師為研究對象。研究者選擇以心臟線參數式為測驗單元，以準教師為研究對象，開始第一個實驗活動的研究實驗。緊接著設計第二個實驗活動的研究實驗，並同樣以準教師為研究對象，以心臟線參數式為測驗單元。整個結束後，開始著手於資料分析。以下將此二個實驗活動的研究過程分述如下：

一、第一個實驗活動的研究過程

在碩二上學期的九月份，研究者依據文獻資料來設計實驗活動的單元及媒介工具。經過不斷與指導教授的討論，研究者以心臟線參數式為測驗單元，並以動畫、實物、語意做為媒介工具。十月分的時候，指導教授提供研究者兩個班級作實驗活動。前後共花了二次上課時間，第一周花了約 50 分鐘，第二周花了約 60 分鐘，第一周的實驗活動為問卷中的第一部分及第二部

分，第二周測驗的活動為問卷中的第三部分及第四部分。

二、第二個實驗活動的研究過程

結束完第一個實驗活動後，對第一個實驗活動的研究資料做初步的分析比較，發現動畫組的測驗結果最佳，決定以電腦動畫做為第二個實驗活動的主要呈現工具。使用 GSP 軟體及書面做為呈現平台，並依多重表徵型式理論設計出不同資料性質的 GSP 動畫及書面的連續分隔圖。緊接著對問卷做修改，類似於第一個實驗活動的問卷設計理念，但第二個實驗活動的問卷中少了過多的引導內容。時間上，設定為 100 分鐘的時間就能作答完畢。在 12 月初的時候，經指導教授引薦兩位教授，兩位教授慷慨提供三個授課班級予研究者做實驗活動，在一週內就先後完成。研究流程以表 4-3 呈現之。

表 4-3：研究流程

第一個實驗活動之研究流程	日期	2006/10/9，2006/10/16		2006/10/9，2006/10/16		2006/10/9，2006/10/16	
	組別	動畫組		實物組		語意組	
第二個實驗活動之研究流程	日期	2006/12/19	2006/12/25	2006/12/25	2006/12/19， 2006/12/25		
	組別	T-P 組	T-I 組	T-S 組	STATIC 組		

第五節 資料蒐集程序

本研究的資料蒐集以問卷收集的方式蒐集。本研究關於質的資料是以詮釋性研究的方法，進行討論；量的資料是以 Excel 進行統計分析，根據研究問題需要選擇適當的統計方法。

現在以每一個實驗活動的資料蒐集的程序做介紹：

一、第一個實驗活動的資料蒐集程序

測驗時間分散在兩次上課期間，問卷總共有四個部分，凡是沒有完整具有 4 個部分的受測者，我們將其視為無效樣本；也有部分人同時選修到指導教授的課，依各組施測的順序為動畫組，接著才是實物組與語意組，所以依活動的先後順序，採受測者第一次參與的問卷為樣本。最後針對受測者所回應的問卷內容上，為了避免少數極端樣本的影響，惕除問卷上一半以上空白且回答內容簡單而無建樹性的受測者。經過這些手續後，有效樣本的人數分別為，動畫組人數：20 人，實物組人數：20 人，語意組人數：16 人。實際上，所刪除的樣本多為沒有全部參與四部分的問卷的受測者，僅有少數為問卷上一半以上空白且回答內容簡單而無建樹性的受測者。

二、第二個實驗活動的資料蒐集程序

本階段實驗時間分佈在一次的上課時間，問卷也是分為四個部分進行，實驗活動完後的有效樣本選取是惕除活動無全部參與的學習者、之前重複做過相關實驗的受測者及問卷內上一半以上空白且回答內容簡單而無建樹性的受測者，經過這些手續後，有效樣本數為，T-P 組 22 人，T-I 組 15 人，T-S 組 20 人，STATIC 組 19 人。實際上，所刪除的樣本多為沒有全部參與四部分的問卷的受測者或是之前重複做過實驗活動的受測者，僅有少數為問卷上一半以上空白且回答內容簡單而無建樹性的受測者。