

第三章 系統設計架構與功能

第一節 設計理念與原則

分數在數學領域上佔有很大的重要性，為了協助教師在課堂上即時掌握學生的進度，和有效率地教學，本研究將分數分成八種類型，如表 3-1-1，開發一即時形成性評量系統後實行電腦輔助教學，系統設計理念與原則如下列四點。

1. 藉由順序理論發展出同分母分數減法之難度階層，讓學生不需測驗太多試題、花費太多時間，即可完成測驗。系統能馬上判斷學生的迷思概念，針對迷思概念給予適性化輔助教學。
2. 試題一律以選擇題的形式呈現，每一個選項均經過設計，能判斷學生的迷思概念，進而加以輔導。
3. 為避免學生猜題，特將每種類型各出兩道題目，兩道題目皆答對，才可認定該學生對該類型沒有迷思概念。
4. 本系統是一套完整的適性化系統，能依學生的能力不同，給予不同階層的試題和不同的教學。

經由以上四點，系統能在最短時間內確實瞭解學生程度，並提昇學生學習成效。

表 3-1-1 分數八種類型圖

| 類型編號 | 類型 | 例子 |
|------|--------------|-------------------------------|
| 1 | 真分數減真分數 | $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ |
| 2 | 帶分數減真分數 | $2\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ |
| 3 | 帶分數減真分數(需借位) | $3\frac{3}{8} - \frac{6}{8}$ |
| 4 | 帶分數減帶分數 | $5\frac{4}{6} - 2\frac{1}{6}$ |
| 5 | 帶分數減帶分數(需借位) | $6\frac{2}{7} - 3\frac{6}{7}$ |
| 6 | 帶分數減整數 | $4\frac{4}{5} - 3$ |
| 7 | 整數減真分數 | $5 - \frac{4}{7}$ |
| 8 | 整數減帶分數 | $7 - 4\frac{3}{8}$ |

第二節 系統架構

本研究以台灣師範大學 ITS 研究室所研發的形成性評量，配合線上教學教材結合成一個完整的電腦輔助教學系統。以 ASP 作為系統開發環境，VB 為主要程式語言，後端資料庫使用 Microsoft Office Access。

同分母分數減法即時形成性評量後電腦輔助教學的使用者包括教師與學生，因此系統架構分為「學生端」和「教師端」，在學生端提供測驗題目和教學教材；在教師端則提供查詢界面，查詢界面包括學生作答的結果、學生完成測驗與否及查詢試題。

學生進行測驗時，系統伺服器比對資料庫中的正確答案與學生答案，判斷答案是否正確、是否要結束測驗或顯示下一題題目。教師可在系統上看到學生的完成度，有效率地掌握學生進度。整體架構如圖3-2-1所示。

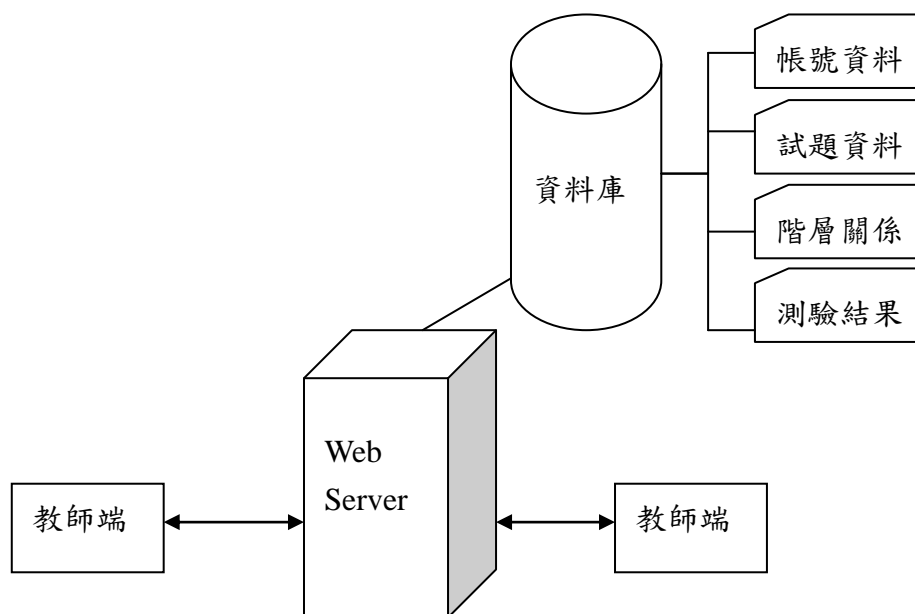


圖 3-2-1 系統架構圖

詳細的系統流程如圖 3-2-2，學生在進行評量後，若學生完全答對則退出系統，否則將進入電腦輔助學習系統，系統會依其錯誤類型給以教學，教學後給予一題後測(後測 1)，答對該題則表示對該題概念清楚，就可退出系統或進行別題教學，否則會再依學生所選的錯誤類型給予另一套教學，教學後再給予一題後測(後測 2)，若學生還是無法答對，則表示學生可能是基礎的分數概念不懂，系統會給予有關該題的分數基礎教學，教學後再給予一題後測(後測 3)，最後學生若還是無法答對該題，則請學生舉手問老師，請老師再輔導教學；若答對就可退出系統或進行別題教學。

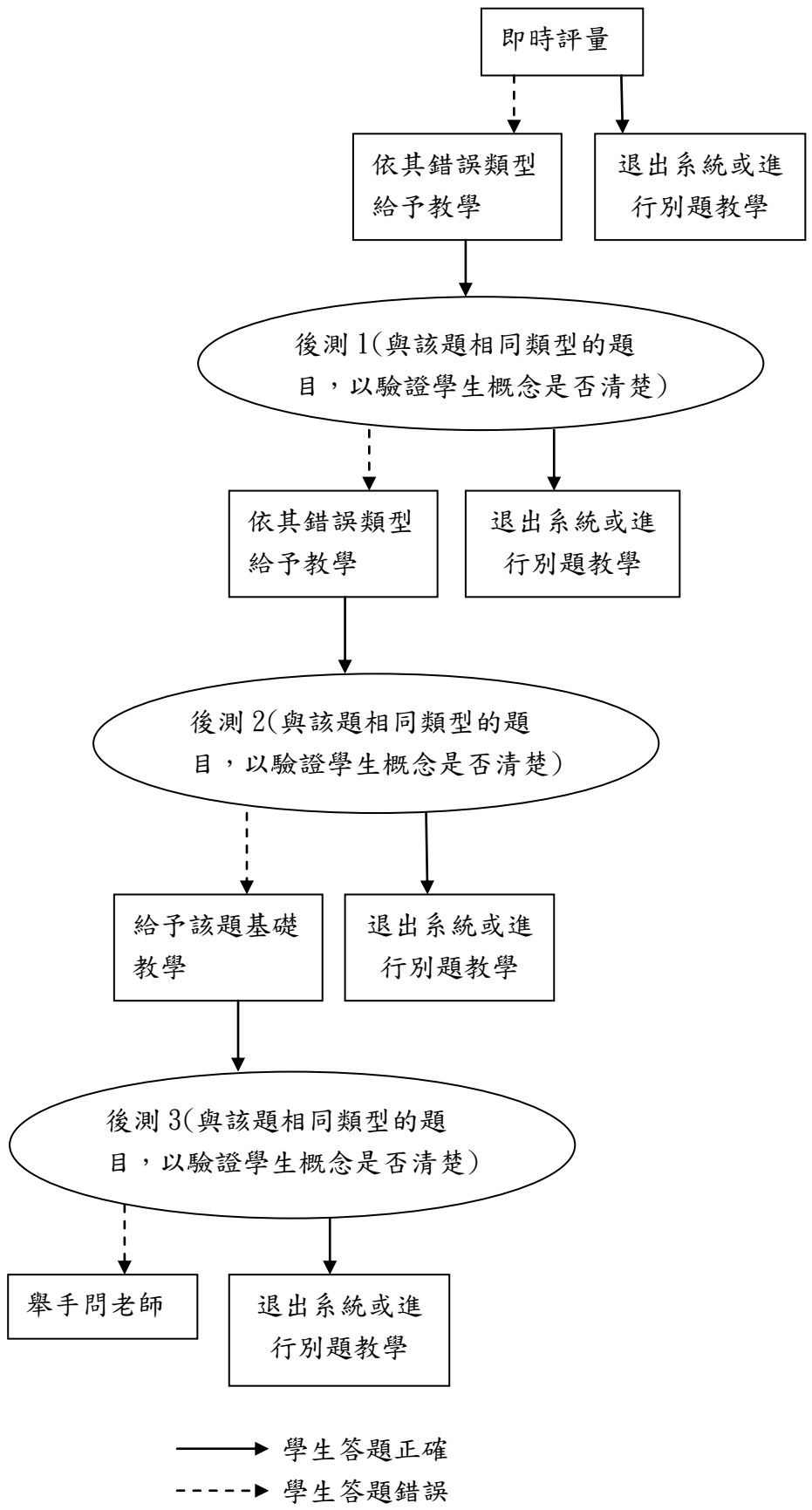


圖 3-2-2 系統流程圖

第三節 教材架構

本研究電腦輔助教學內容主要依據為 Behr, Wachsmuth, Post 與 Lesh(1984)等人的研究，使學童從具體物操作經驗進入運用圖像表徵，強化符號與圖形表徵的連結輔助工具，以引導學生建構心像思考能力的學習框架。將學生的迷思概念一步步分解，並運用圖像表徵進行教學。教學方式為互動式網頁，系統會依學生所選的選項，給予下個頁面教學。

湯錦雲（民 90）將國外學者的研究學生在分數減法的運算常犯的錯誤整理如下：

1. 有關帶分數的錯誤：

(1) 帶分數化成假分數時發生錯誤

- a. 直接將整數部分乘以分數部分的分子
- b. 直接將整數部分與分數部分的分子及分母相加
- c. 計算錯誤

(2) 借位時發生錯誤

- a. 向整數借 1 時，卻加 10 到分子
- b. 向整數借 1 時，卻忘了在整數減 1
- c. 借位時，將原整數部分加到分子去

(3) 求公分母的錯誤

(4) 等值分數的錯誤

(5) 簡化的錯誤

(6) 加減運算的錯誤

d. 將帶分數化成假分數後，分子與分母各自分別運算

e. 通分後，分子卻不變

f. 直接作分子及分母的運算時，若求出的值為 0，則省略 0 值的
部分

g. 計算時完全用大的數減小的數

2. 分數的減法運算錯誤：

(1) 通分後，分子為大數減去小數。

(2) 分母減分母，分子減分子而且是大數減小數。

(3) 求出公分母後放在分母，而分子為原分子相減。

本研究依上述整理和詢問專家後，對同分母分數減法的錯誤類型整理成表

3-3-1。

表3-3-1 學生有可能的錯誤類型

| 錯誤類型 | 例子 |
|-----------------------------|--|
| 分母減分母，分子減分子 | $\frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{2}{0}$ |
| 答案只顯示分子 | $\frac{11}{7} - \frac{8}{7} = 3$ |
| 以為減法整數就要減 1 | $5\frac{4}{6} - 3 = 1\frac{4}{6}$ |
| 沒處理整數的相減，只呈現分數部份 | $3\frac{8}{13} - 1\frac{2}{13} = \frac{6}{13}$ |
| 直接將整數部分乘以分數部分的分子，再相減 | $6\frac{2}{7} - \frac{11}{7} = \frac{6*2}{7} - \frac{11}{7} = \frac{1}{7}$ |
| 向整數借 1 時，卻加 10 到分子 | $5\frac{2}{13} - 2\frac{7}{13} = 4\frac{12}{13} - 2\frac{7}{13} = 2\frac{5}{13}$ |
| 向整數借 1 時，卻忘了在整數減 1 | $2\frac{1}{7} - \frac{3}{7} = 2\frac{8}{7} - \frac{3}{7} = 2\frac{5}{7}$ |
| 直接大數減小數 | $4\frac{1}{8} - 1\frac{6}{8} = 3\frac{5}{8}$ |
| 沒有處理整數部份，直接留被減數的整數 | $3\frac{6}{8} - 2\frac{2}{8} = 3\frac{4}{8}$ |
| 減數是整數時，將被減數分子減減數的整數 | $4\frac{5}{7} - 2 = 4\frac{3}{7}$ |
| 被減數是整數時，把被減數減減數的分子 | $5 - \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$ |
| 減數是整數時，將被減數分子和整數皆減減數的整數 | $4\frac{5}{7} - 2 = 2\frac{3}{7}$ |
| 借位時，將原整數部分加到分子 | $8 - \frac{5}{9} = \frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$ |
| 被減數是整數，減數是帶分數時，只做整數的減法，分數保留 | $6 - 2\frac{5}{7} = 4\frac{5}{7}$ |

以表 3-3-1 的分類，針對學者研究學生常犯的錯誤，一一做教學策略：(每個方塊圖代表一個網頁的呈現，會依學生的答案正確與否進入不同的頁面)

1. 分母減分母，分子減分子(圖 3-3-1):做減法時，將分母也做相減的動作。學生會發生這類型的錯誤往往是因為不知道分母的意義。教學策略為畫出表徵圖，讓學生瞭解分母的意義。

2. 答案只顯示分子(圖 3-3-1): 直接作分子及分母的運算時，若求出的值為 0，則省略 0 值的部分。如錯誤類型 1，學生不瞭解分母的意義，將分母相減。教學策略為畫出表徵圖，讓學生瞭解分母的意義。

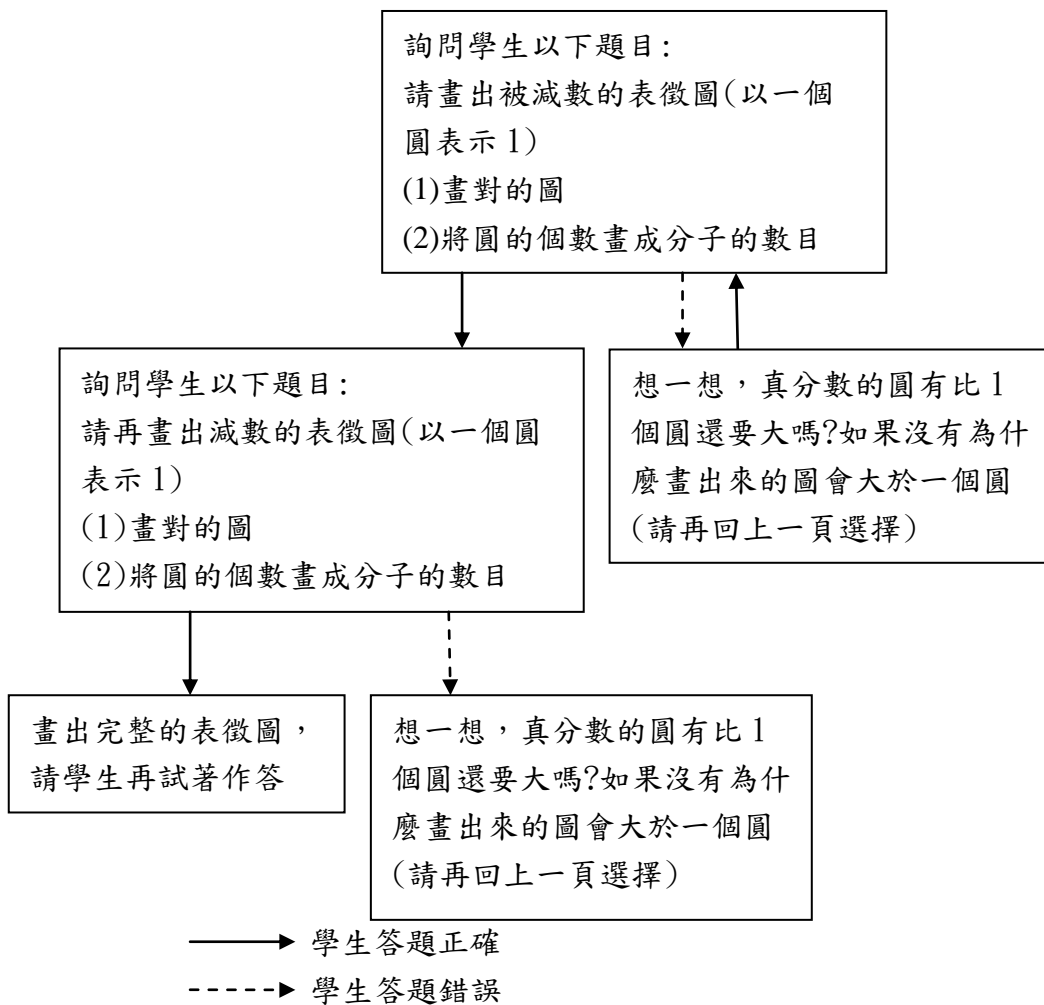


圖 3-3-1 錯誤類型 1 和 2 的教學策略圖

3. 以為減法整數就要減1(圖 3-3-2):不管減數的整數是多少,答案的整數部分都是被減數的整數減1。學生不知道整數部分如何相減,教學策略為畫出表徵圖,特別將整數部分標明,讓學生瞭解整數部分如何相減。

直接畫出相減的圖示,說明整數部分如何相減,再請學生試著作答

圖 3-3-2 錯誤類型 3 的教學策略圖

4. 沒處理整數的相減,只呈現分數部份(圖 3-3-3):忽略整數的存在,只做分數部分的相減。學生不知道整數部分如何相減,教學策略為畫出表徵圖,特別將整數部分標明,讓學生瞭解整數部分如何相減。

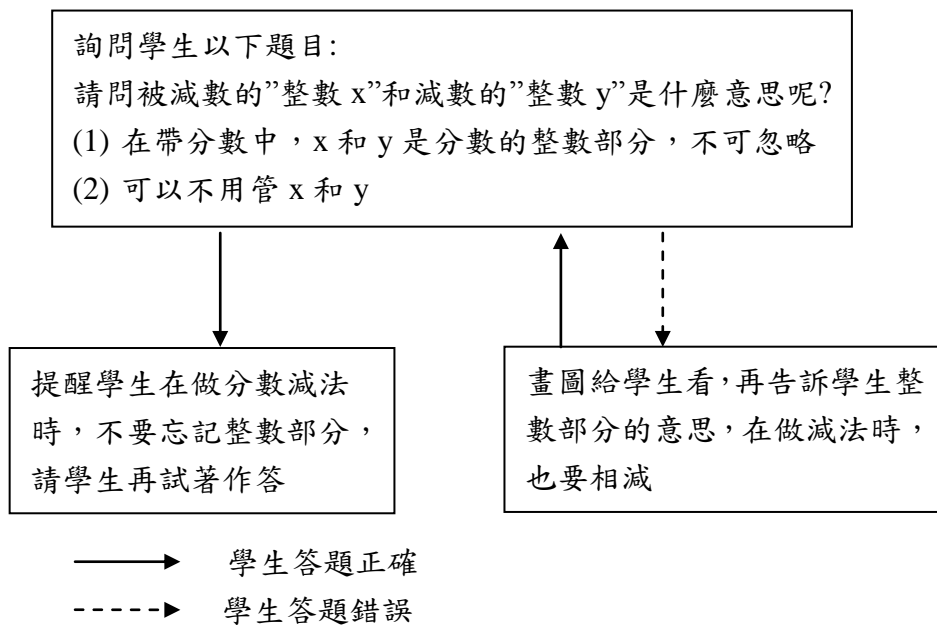


圖 3-3-3 錯誤類型 4 的教學策略圖

5. 直接將整數部分乘以分數部分的分子，再相減(圖 3-3-4):當分子不夠減時，需要進行借位，但學生不知道如何借位，就將整數部分乘上分子成為借位後的分數，再進行相減的動作。教學策略為利用表徵圖說明如何借位。

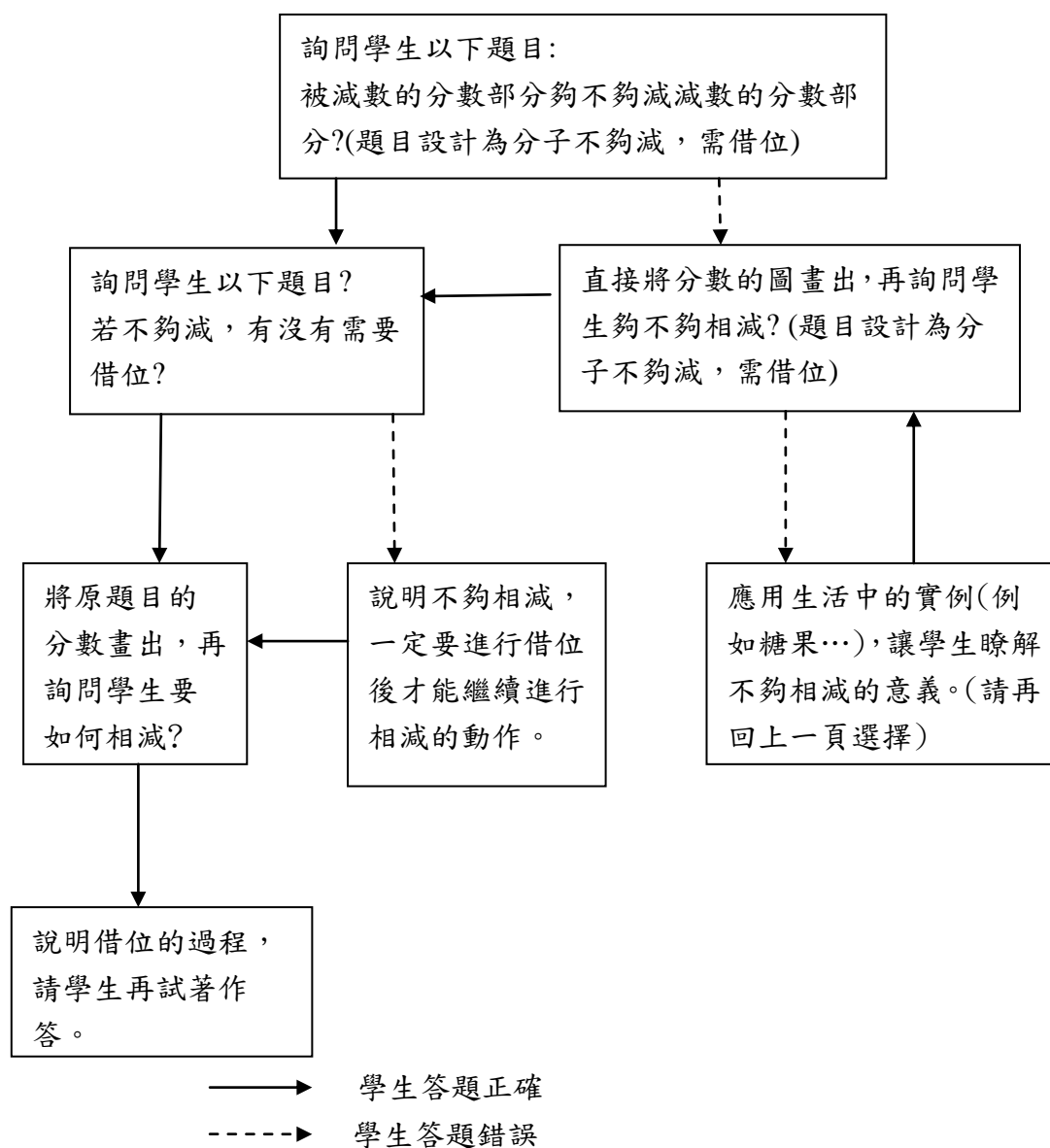


圖 3-3-4 錯誤類型 5 的教學策略圖

6. 向整數借 1 時，卻加 10 到分子(圖 3-3-5):學生在進行借位時，以十進位的方式加 10 到分子。教學策略為利用表徵圖說明 1 單位需分成相同等分才可進行相減。

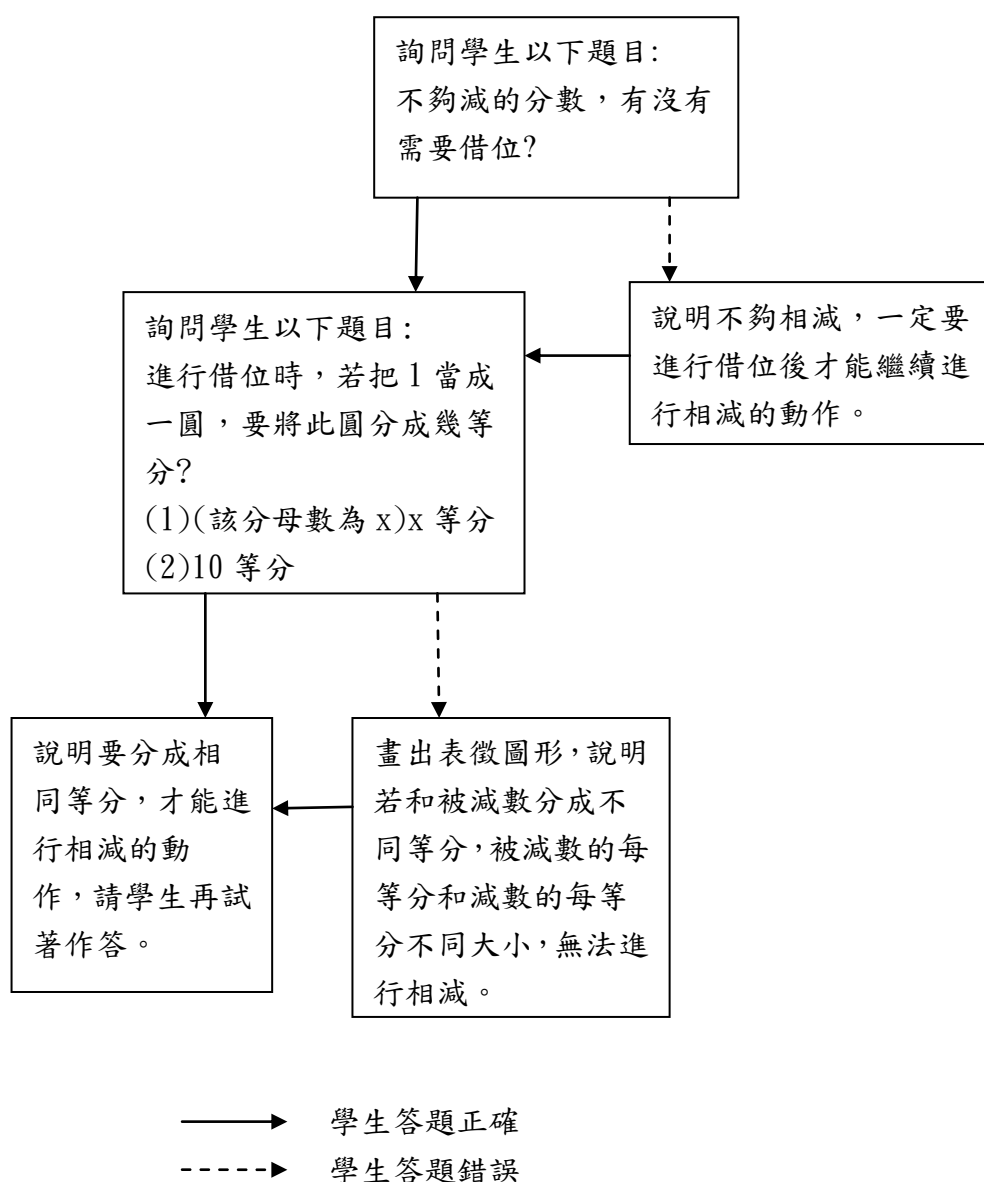


圖 3-3-5 錯誤類型 6 的教學策略圖

7. 向整數借 1 時，卻忘了在整數減 1(圖 3-3-6):借位時，沒有將被減數的整數減 1。教學策略為利用表徵圖說明被減數的整數借 1 給分數後，整數部分就會減少一單位，因此整數部分需減 1。

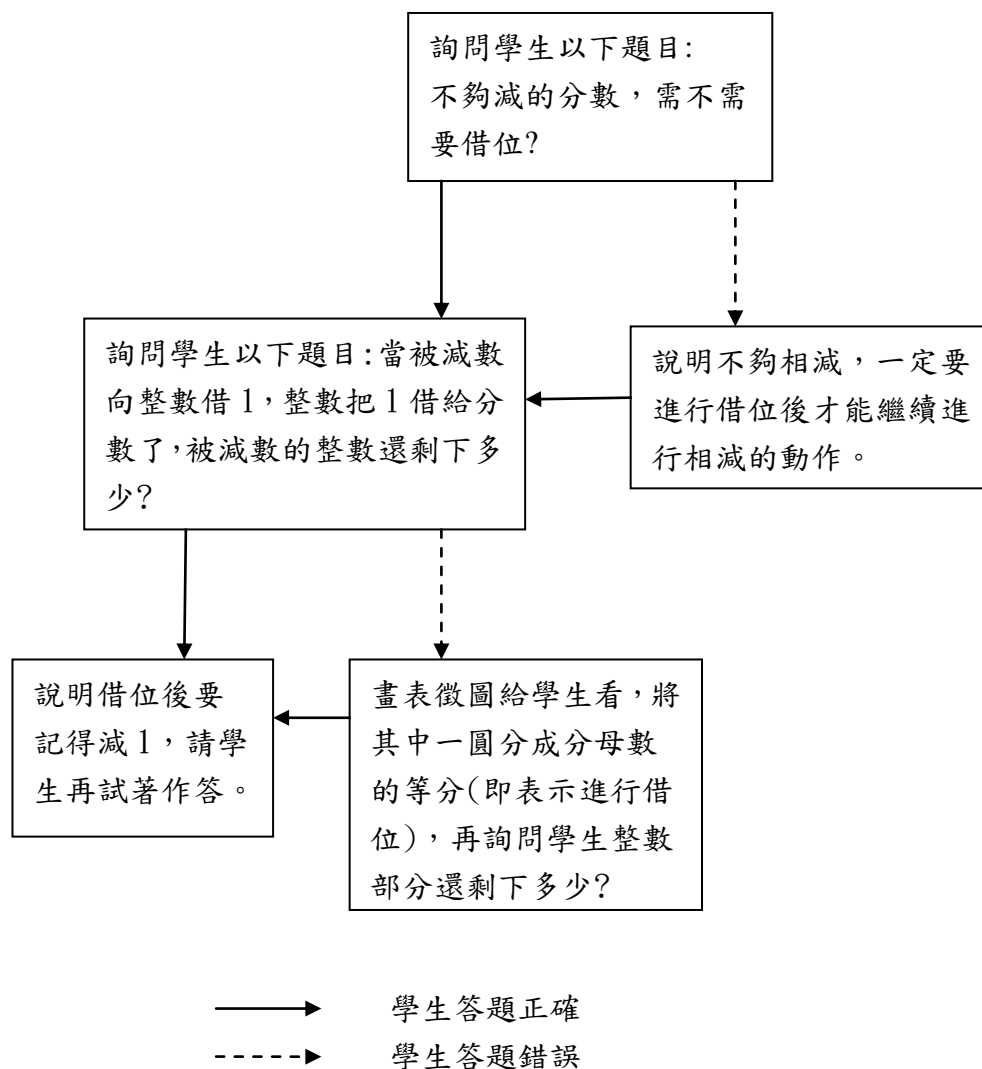


圖 3-3-6 錯誤類型 7 的教學策略圖

8. 直接大數減小數(圖 3-3-7):減數的分子比被減數的分子大時,學生不懂得借位,直接將大數減小數。教學策略為先讓學生瞭解借位的意義,再利用表徵圖說明如何進行借位。

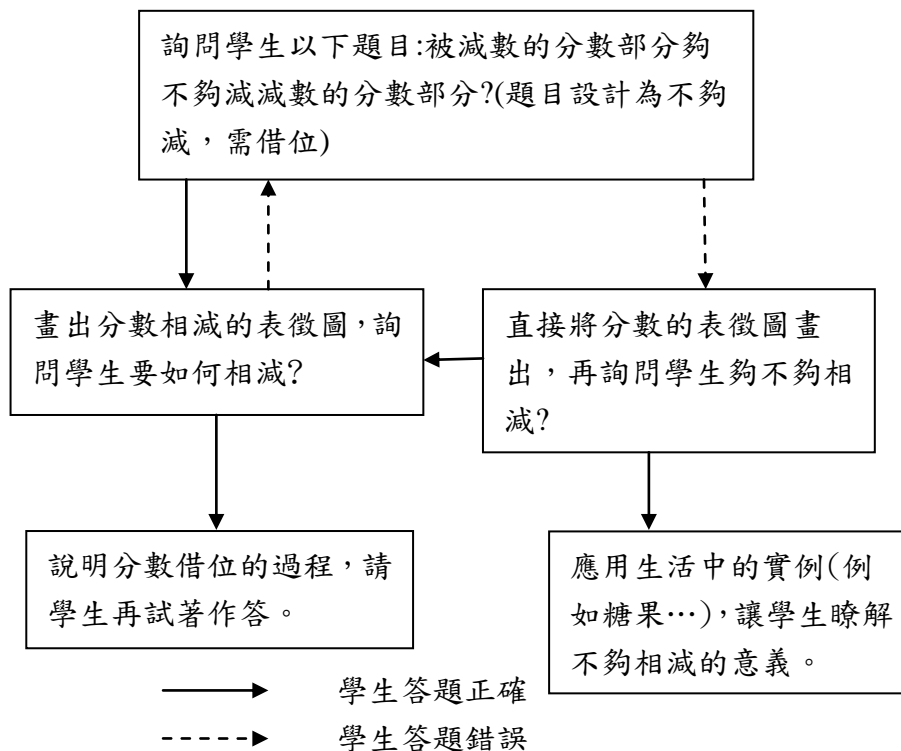


圖 3-3-7 錯誤類型 8 的教學策略圖

9. 沒有處理整數部份,直接留被減數的整數(圖 3-3-8):相減時,只減分數部分,答案的整數部分直接寫被減數的整數部分。教學策略為畫出表徵圖,特別將整數部分標明,讓學生瞭解整數部分如何相減。

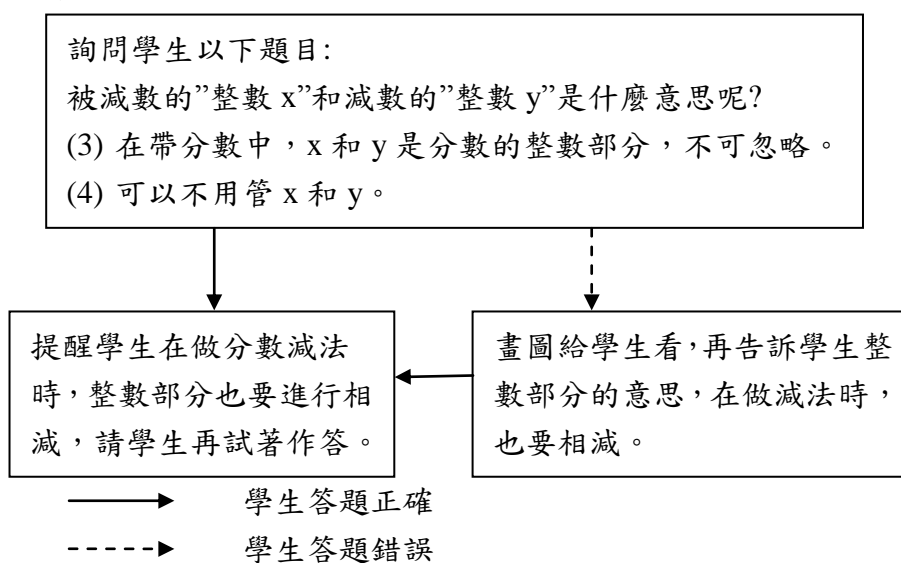


圖 3-3-8 錯誤類型 9 的教學策略圖

10. 減數是整數時，將被減數分子減減數的整數(圖 3-3-9):學生無法做對應位置的相減，不瞭解應該整數減整數，分子減分子，所以就將被減數的分子減減數的整數。教學策略為畫出被減數和減數的表徵圖，再依表徵圖示進行相減。
11. 被減數是整數時，把被減數減減數的分子(圖 3-3-9): 學生無法做對應位置的相減，不瞭解應該整數減整數，分子減分子，所以就將被減數減減數的分子。教學策略為畫出被減數和減數的表徵圖，再依表徵圖示進行相減。
12. 減數是整數時，將被減數分子和整數皆減減數的整數(圖 3-3-9):學生做減法時，不僅將被減數的整數減減數的整數，亦將被減數的分子減減數的整數做答案的分子。教學策略為畫出被減數和減數的表徵圖，再依表徵圖示進行相減。

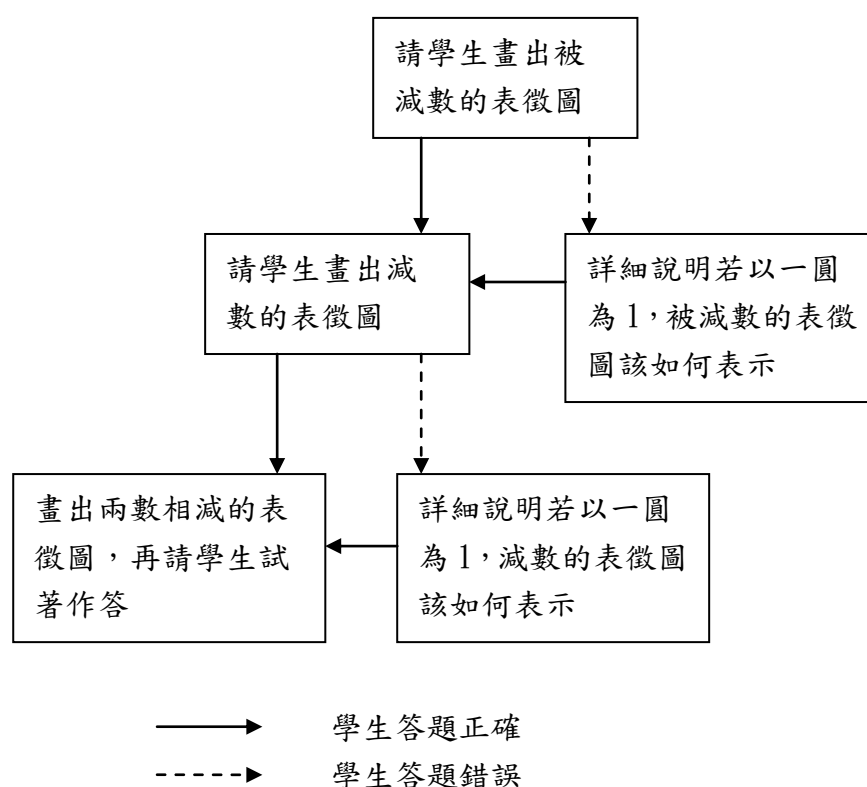


圖 3-3-9 錯誤類型 10 11 和 12 的教學策略圖

13. 借位時，將原整數部分加到分子(圖 3-3-10): 分子不夠減，需做借位時，誤將整數值加到分子。教學策略為利用表徵圖說明 1 單位需分成相同等分才可進行相減。

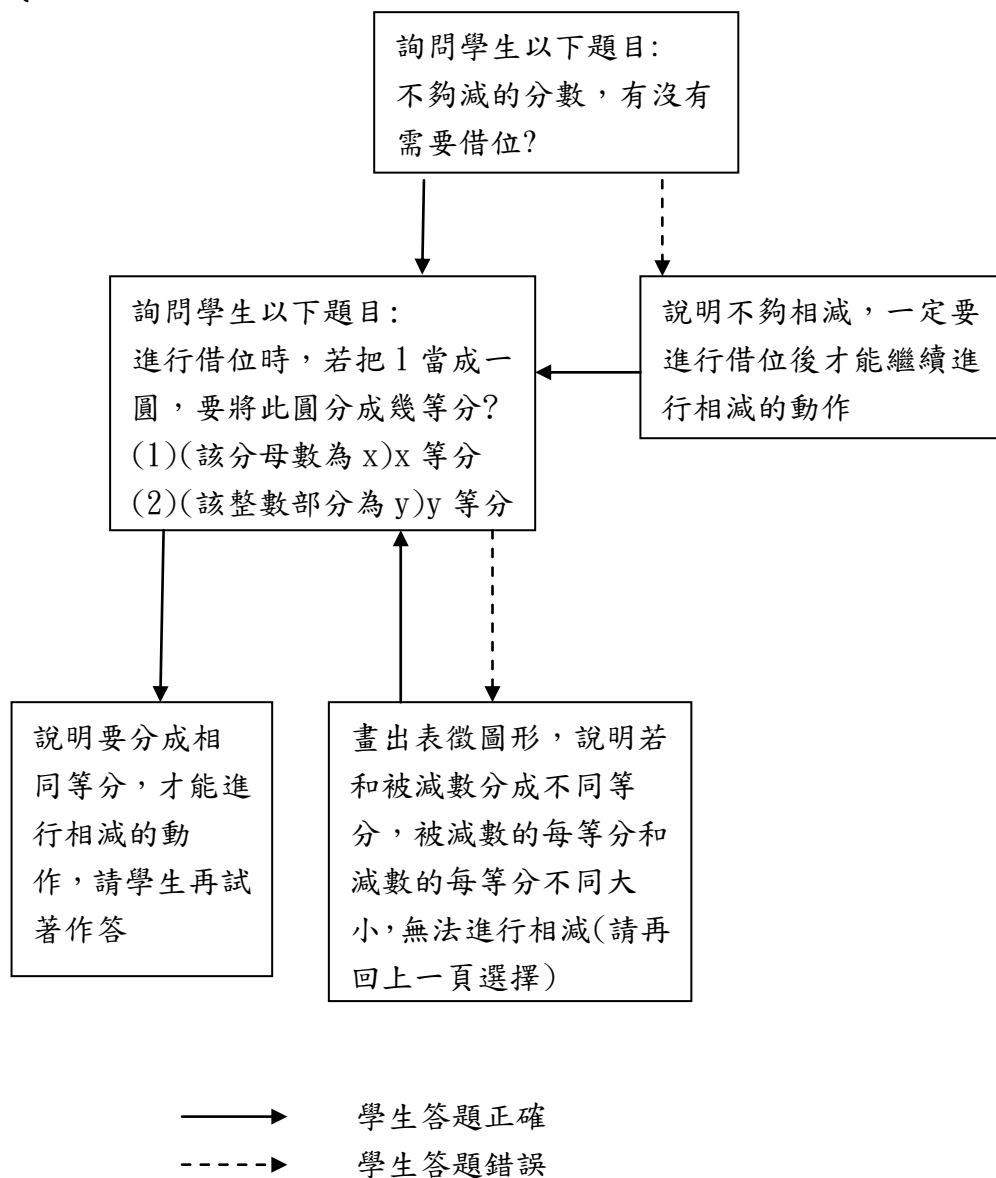


圖 3-3-10 錯誤類型 13 的教學策略圖

14. 被減數是整數，減數是帶分數時，只做整數的減法，分數保留(圖):當被減數只有整數時，學生不知道如何減減數的分數，只做整數的相減，分數部分直接和減數的分數部分相同。教學策略為畫出被減數和減數的表徵圖，再依表徵圖示進行相減。

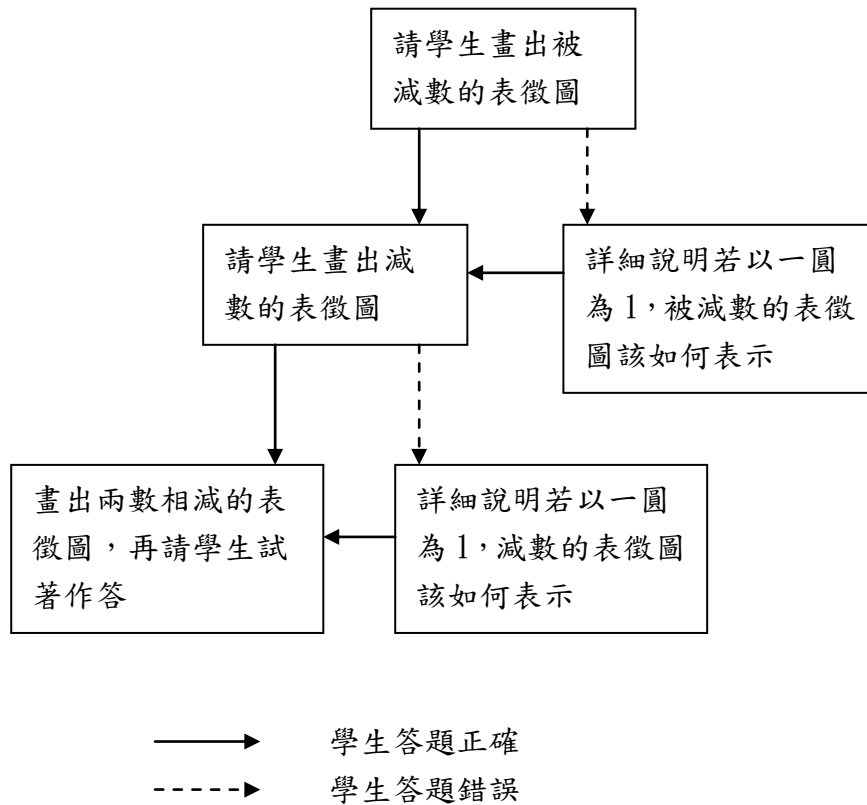


圖 3-3-11 錯誤類型 14 的教學策略圖

學生在作答時，系統就能馬上判斷該學生的迷思概念，再依教材架構給予教學，以達到有效率的學習。

第四節 系統功能

同分母分數減法即時形成性評量系統之使用者為教師與學生，學生登入後即可開始測驗，測驗後系統會因學生的作答情形，給予最適當的教學，教師能在學生作答時，隨時進入系統查詢學生的測驗結果和學習情況，也能適時的給予學生幫助。同分母分數減法即時形成性評量後電腦輔助教學系統發展出如圖 3-4-1 所示之功能。

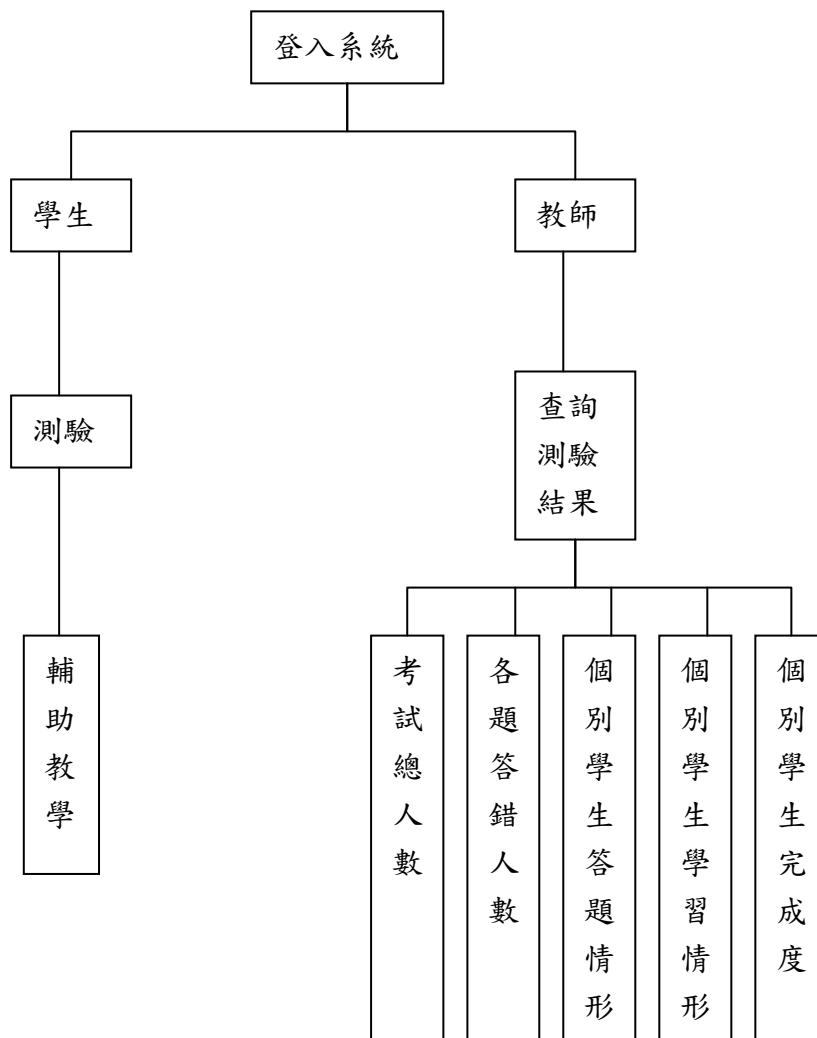


圖 3-4-1 系統功能圖

一、學生功能

學生進入登入畫面(圖 3-4-2)後，就開始進行測驗，如圖 3-4-3，系統首先出現的試題為階層數最高的所有試題，。在本研究的內容中，經由順序理論分析出的階層架構共有四層，最難的試題題型分別為編號 3、5、8 的題型，因此每位學生一開始皆會給予第一階層的三個類型(本研究的順序階層將在第四章有更完整的說明)，因為每個類型皆有兩道題目，也就是說每位學生最少要成功的作答六道題目。若答對則結束測驗，若答錯則系統依順序理論給予下道題目，學生必須往下作答。



請填寫班級、姓名、座號。

班級 五年 班

姓名

座號

The image shows a student login interface within a rounded rectangular frame. At the top center, it says '請填寫班級、姓名、座號。' (Please fill in class, name, and seat number). Below this are three input fields: '班級 五年 班' (Class: 5th year class), '姓名 ' (Name:), and '座號 ' (Seat number:). Below the input fields is a button labeled '開始測驗' (Start Test). In the bottom right corner of the frame, there is a red circular icon with a white 'TP' inside.

圖 3-4-2 學生登入畫面

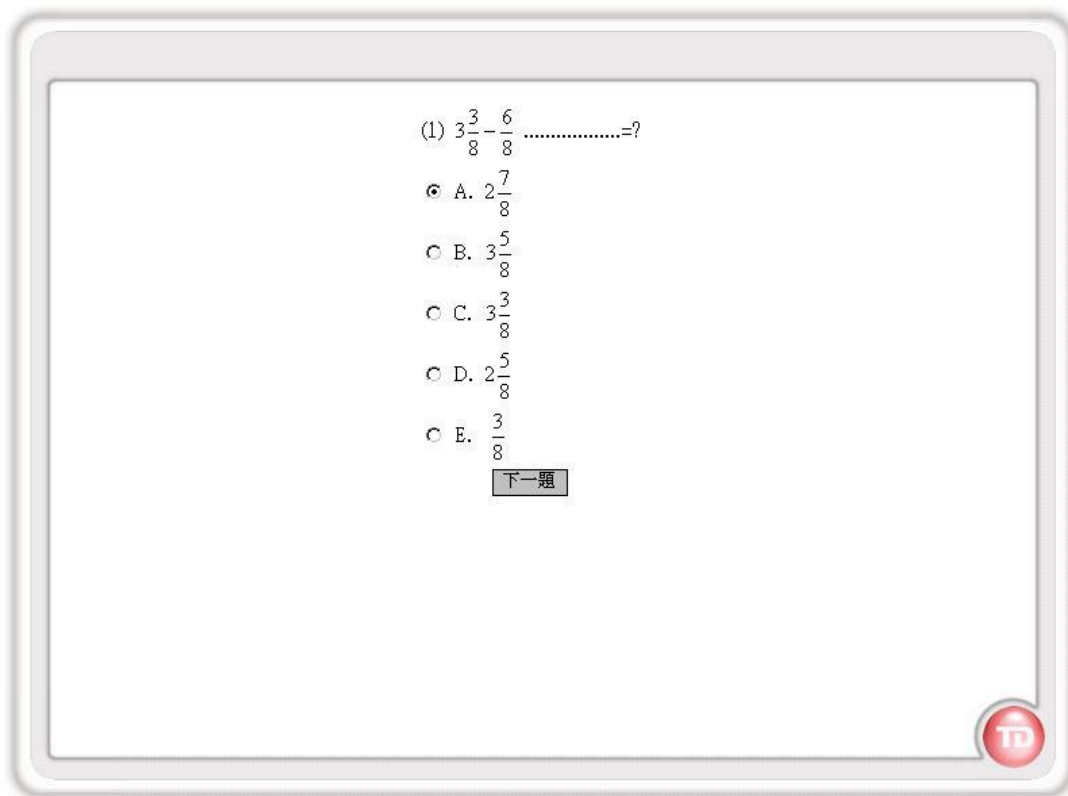


圖 3-4-3 學生測驗畫面

學生完成測驗後，會因學生所錯的類型和所選的答案再進行教學，本研究依教學架構做成界面友善的教學內容，形成簡易的互動式教學網頁。以診斷出學生的錯誤類型為類型 7—向整數借 1 時，卻忘了在整數減 1—為例，則依教學架構，學生進入教學網頁時，需先瞭解學生懂不懂得要做借位的動作(圖 3-4-4)，若學生不知道應該要借位時，系統就會說明為什麼如何要進行借位(圖 3-4-5)，學生知道借位的原理後，系統會畫出分數的表徵圖開始詢問主要問題，讓學生瞭解整數借 1 給分數後，整數值也要同時減 1(圖 3-4-6)，學生還是不懂整數需要減 1 時，系統就會給予更詳細的說明(圖 3-4-7)，最後為了確認學生是否真的了解會給學生一個小測驗(圖 3-4-8)，讓學生得到真正有效的學習。



圖 3-4-4 錯誤類型 7 的教學畫面 1

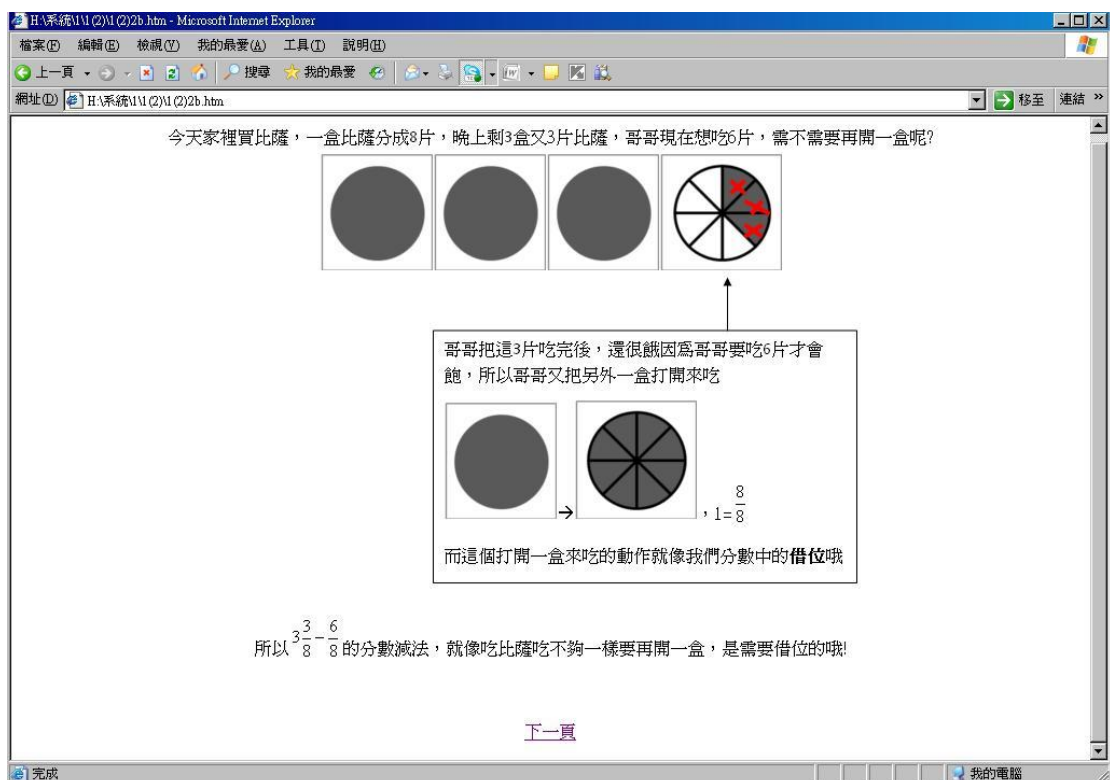


圖 3-4-5 錯誤類型 7 的教學畫面 2

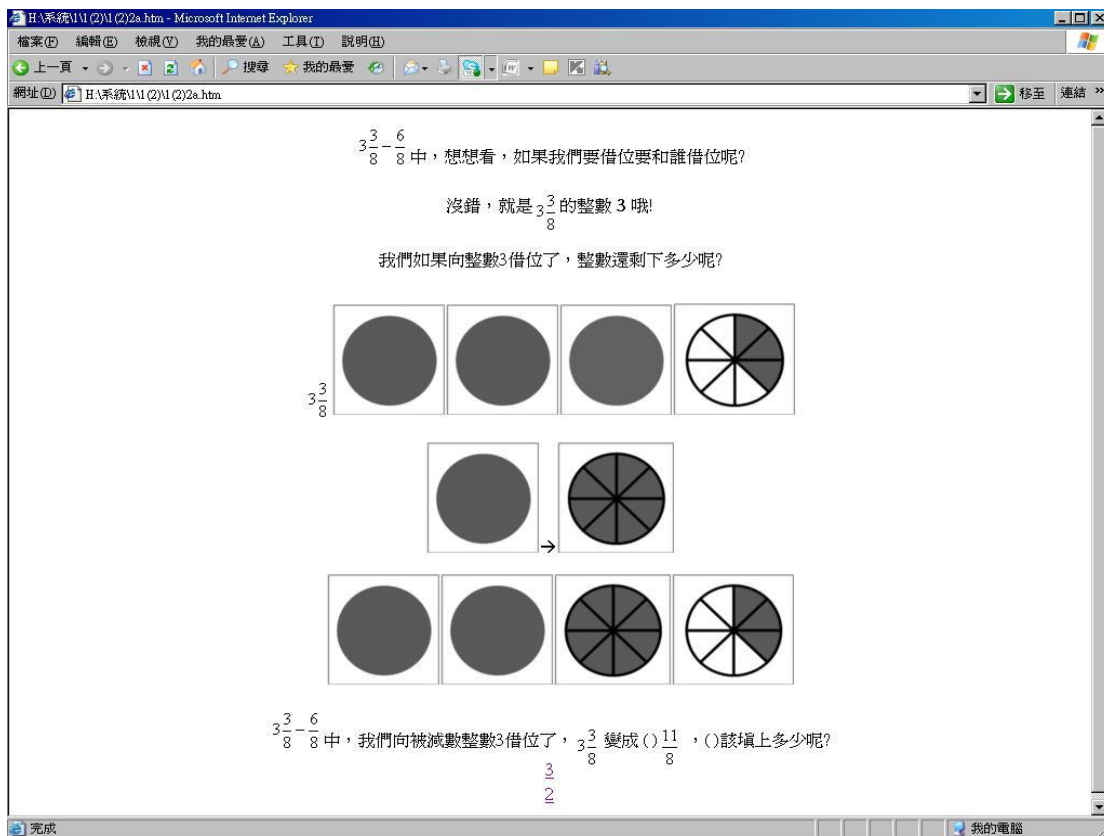


圖 3-4-6 錯誤類型 7 的教學畫面 3

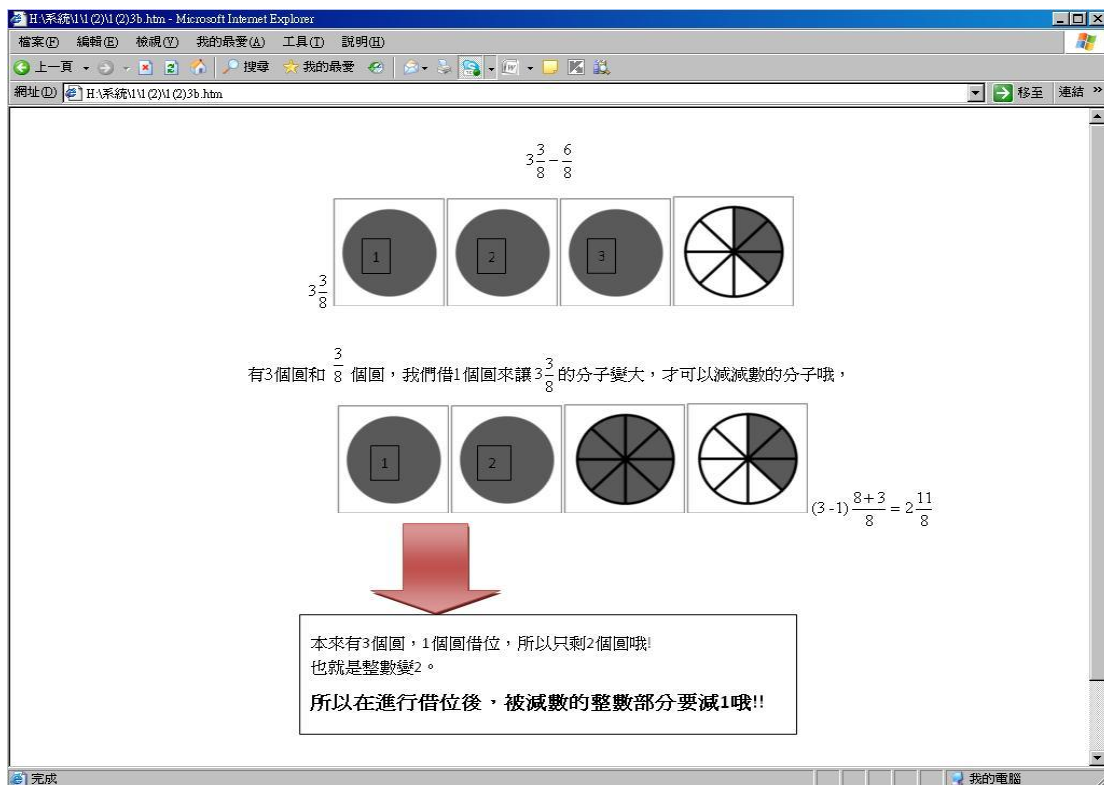


圖 3-4-7 錯誤類型 7 的教學畫面 4

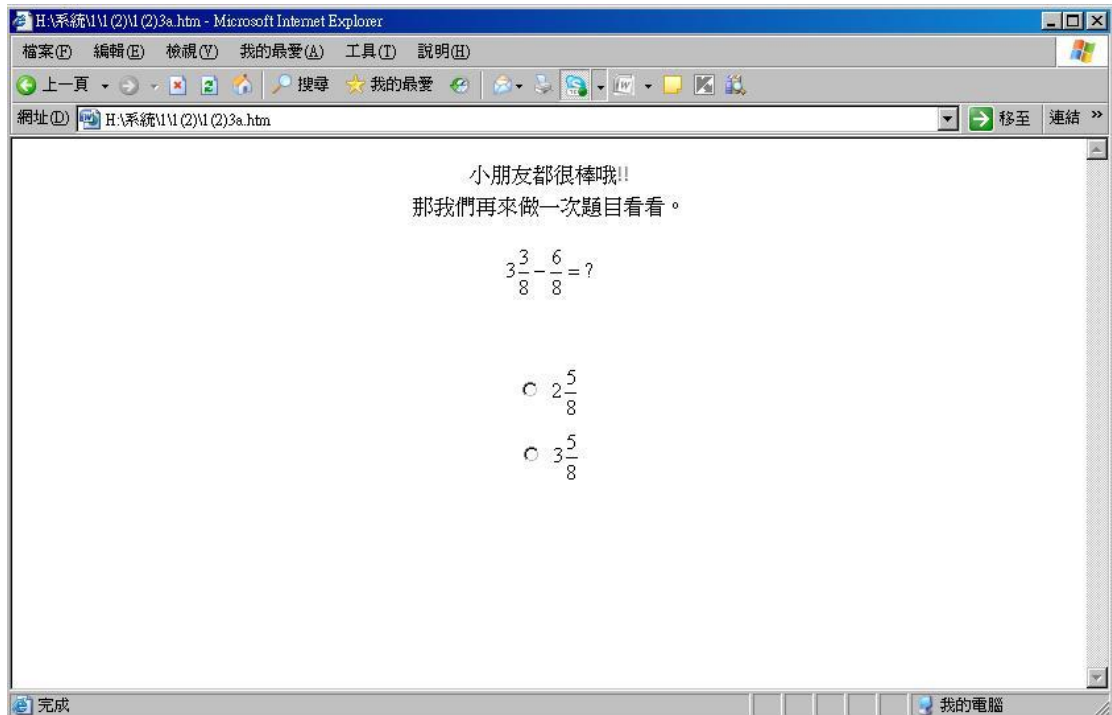


圖 3-4-8 錯誤類型 7 的教學畫面 5

二、教師功能

教師可在學生進行同分母分數減法線上形成性評量後電腦輔助教學時，利用查詢頁面查詢考試總人數和確認學生是否完成系統(圖 3-4-9)，並且可以迅速瞭解學生的答題狀況和學習狀況(圖 3-4-10 和圖 3-4-11)，其中會顯示學生的錯誤選項為何，讓教師可以知道學生錯誤類型為何，確實掌握學生的學習進度。

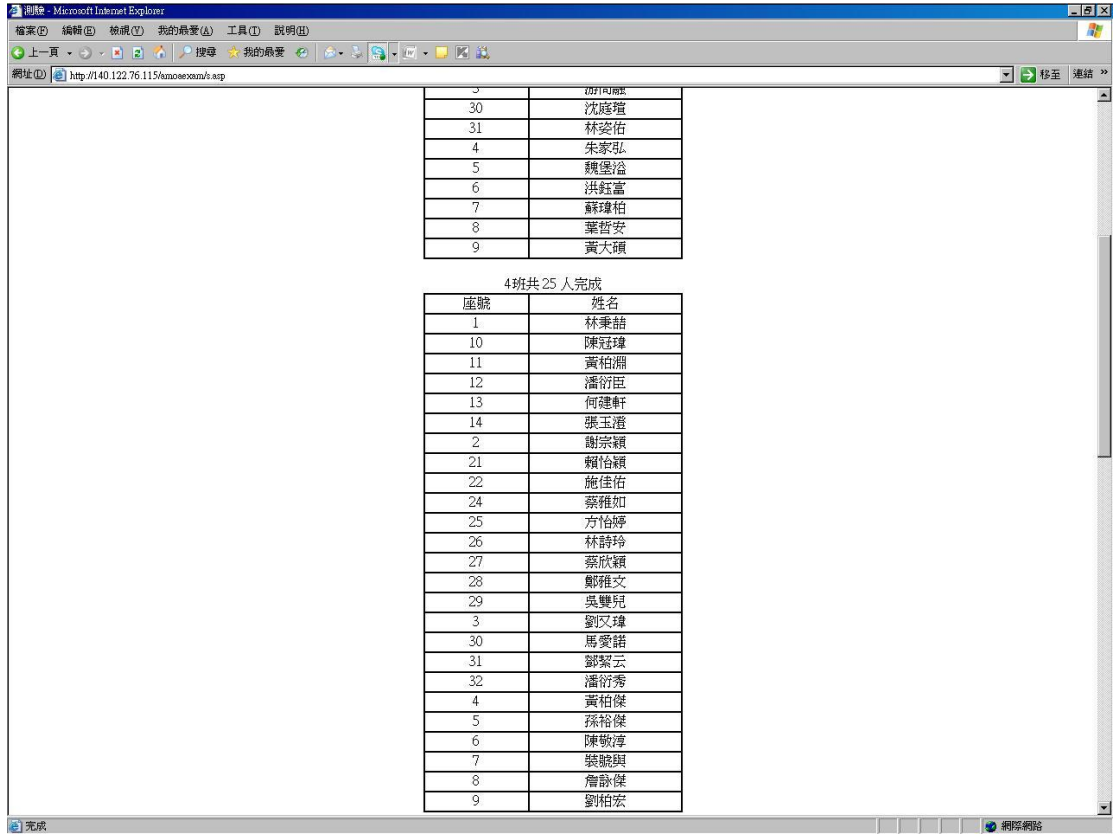


圖 3-4-9 教師確認是否完成畫面

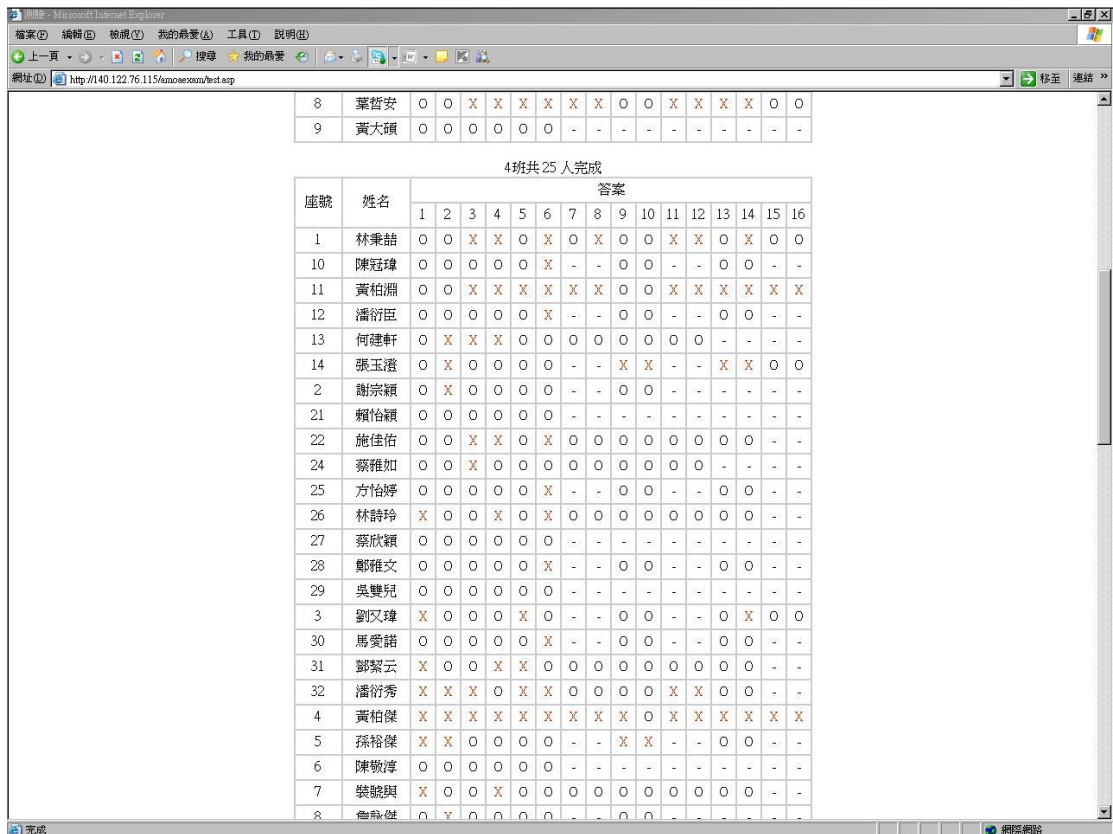


圖 3-4-10 教師查詢學生答題狀況畫面

