
換個角度看世界--我的自製量角器

陸昱任

宜蘭縣國教輔導團

壹、前言

「小朋友！首先請你把量角器的中心點對準頂點，然後把底邊對齊…」說到量角器的教學似乎是所有老師心裡頭永遠的痛，因為一些學生好像怎麼學也學不會，雖然我們都知道量角器是一把複雜的量尺，因為它包含了順時鐘與逆時鐘兩個方向標定的刻度，可是老師總是抱怨詳細的作法和程序我都明明在課堂上講得一清二楚，怎麼學生還是冒出諸如利用角度中線段的長短判別角度，或是對於量角器中內圈與外圈數值的報讀不知所措等問題(黃金泉，2003)。究竟上述的窘境是在數學領域的教材教法上出了甚麼問題，本文的目的即在針對這些問題，從量與實測量中有關感官量發展應然的脈絡，提出有關教學與活動設計上的一些建議。

貳、量與實測教材的發展脈絡

在量與實測教材中有關感官量發展的順序通常為屬性的注意、屬性的比較、非標準單位的使用、標準測量單位與工具的使用以及公式概念的引入(教育部，1993；謝如山、謝名起、謝名娟，2002；

鍾靜，2001)，底下先以長度為例說明各個發展順序的意義。所謂屬性的注意是指透過感官知覺到長度的存在，像是用手指指出長度在哪裡；屬性的比較包含直接比較與間接比較，直接比較是指將兩個物件擺放在一起，端點對齊以比較兩個物件的長度，間接比較則是針對無法直接比較的兩個長度，透過一個中介的長度作為比較的基準，像是複製其中的一物件的長度後，再與另一物件進行長度的直接比較；非標準單位的使用是在多個物件同時進行比較時，透過全等物件累積次數所進行的比較，像是透過橡皮擦的個數來描述鉛筆的長度；標準測量單位與工具的使用則是著眼於溝通上的方便，需要有一個大家都認同的標準測量單位，當然在這個部分就會牽涉到不同單位間關係的認識；最後則是公式化概念的引入，這個部分並不是所有類型的量會面臨到的問題，在國小階段會涉及的主要是面積、周長與體積等內容。另外，有關八十二年國民小學課程綱要及國民中小學九年一貫課程綱要對於感官量教材的概念發展與架構的安排整理於表一。

表一、量與實測－感官量的發展階段

九年一貫課程基本想法	82 年課程架構理念
<p>1. 初步概念 透過感官感覺一個量；能對兩個同類量做直接比較；能以整體、合成複製的方式複製一個量；利用刻度尺描述一個量。</p>	<p>1. 某量的初步概念 1-1 某量的認識 1-2 某量的直接比較 1-3 使用以某量為刻度單位的工具</p>
<p>2. 間接比較 對無法直接比較的兩個同類量，透過複製一個媒介量，利用此媒介量與另一量進行直接比較，並把比較的結果推論成原兩量比較的結果(含量的保留概念、量的相等、大小的遞移律)。</p>	<p>2. 某量的間接比較 2-1 某量的間接比較 2-2 某量的個別單位比較與實測</p>
<p>3. 個別單位 從等量的合成、複製的結果來描述一個量，並進行比較。能利用普遍單位之描述，對兩個同類量進行加、減、乘、除運作。認識各類量的基本普遍單位(如長度的米、厘米、千米；容量的公升、分公升、毫公升、千公升；重量的克、公斤、千公斤；面積的平方厘米、平方米、百平方米、千平方米；體積的立方厘米、立方米；角度的度)。</p>	<p>3. 某量的普遍單位比較 3-1 認識普遍單位的意義 3-2 以某單位為單位，進行實測及估測活動</p>
<p>4. 單位化聚 將用小單位描述的量，改用大單位來描述，這種運算叫做『聚』。如：12345 公尺可聚成 12 公里 345 公尺或 12.345 公里。反之則叫做『化』。如：1.65 公斤可化成 1650 公克。</p>	<p>4. 某量的測量單位制度概念 4-1 認識甲普遍單位量及乙普遍單位量的關係 4-2 甲普遍單位量及乙普遍單位量的化聚</p>
<p>5. 公式化概念 只有面積和體積兩量有此層次，此層次的要點是用公式來描述一個特定的幾何形體的體積和面積量。此層次包括 3 個階段，以面積為例說明如下： (1) 利用乘法簡化點算的過程(一個長方形被多少個小正方單位所覆蓋?)。 (2) 將平行四邊形、三角形、梯形切割重組成長方形而求算其面積(此處包含進一步將多邊形切割成幾個三角形，求算這些三角形面積後，算出其和)。 (3) 將在(1)和(2)中求算面積的過程中，以公式描述並將這些公式整合成一個概念。(在此整合概念中，梯形是一般形，三角形可視為上底為 0 的梯形，而長方形、平行四邊形則可視為上下底等長的梯形，在這種看法下，上述各形的公式，其實是互通的)。</p>	<p>5. 某量的測量公式概念 5-1 透過對某平面圖形或立體的分析綜合，認識平面圖形或立體上某量的求法 5-2 某平面圖形或立體圖形上某量求法公式的應用</p>

資料來源：認識"量與實測"的教材架構與能力指標，鍾靜，2001，國民教育，41(6)，7。

在教材的編排上，有關角度的初步認識通常會在三年級出現，不過因為角度的概念會同時涉及圖形角、張開角和旋轉角三個部分，因此在三年級先教角度的認識、張開角的直接比較和間接比較，而旋轉角與量角器的使用會延至四年級。此外由於角度本身性質的關係，對於角度教材的處理僅止於初步概念、間接比較及個別單位三個階段，並未涉及單位化聚及公式化概念。當把上述的發展投射至角度的教材時，不難發現許多的教材其實都忽略了非標準單位角度的使用，教材的安排大多是在三年級的時候進行角度大小的比較，而在四年級時就直接帶入量角器的教學。這樣的脈絡安排顯然不符合上述發展的順序與想法，但是角度的非標準單位又要怎樣做才可以順利的和標準的量角器銜接則是下一段要討論的議題。

參、量角器也可以這樣帶入

一般課堂中由於教材設計的關係，量角器的引入通常存有缺口，學生對於量角器的使用也常止於工具性的瞭解，並未對量角器的結構有較深入的認識。因此本節期將重點置於討論角度個別單位的引入與普遍單位需求的引發，希望能對學生量角器的學習有所助益。

一、動手折一折

這一個階段主要的目的是在引入非標準的角度測量單位，需要準備的工具具有四邊形的描圖紙一張、剪刀一把、直尺一把與鉛筆一枝。首先將描圖紙剪成適當大小後對折，並以對折後折線的一端點為中心點再折，經過對折三或四次後(太多次不好對折)，將對折後描圖紙中心點的另一端用剪刀減掉，攤開後使用鉛筆與直尺描線後即完成我們自製量角器初步的製作，作法亦可參酌底下圖 1 所示。

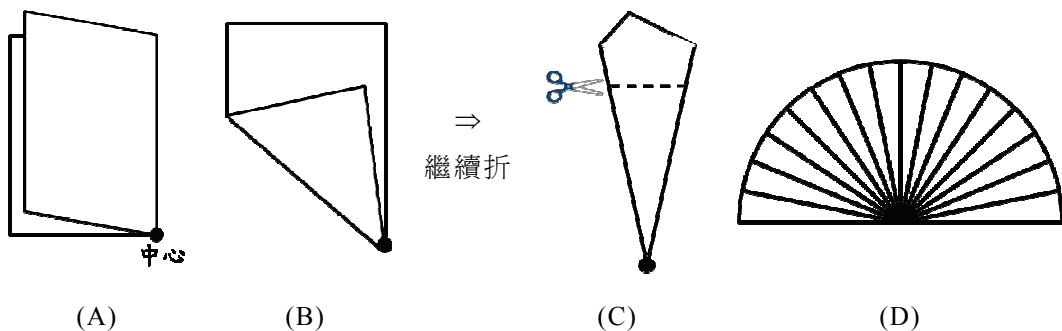


圖 1、自製量角器製作流程

自製量角器的出現是爲了滿足某些情境下比較角度大小的需求，在使用自製量角器的過程中，教師可以與學生討論怎樣才是合理的測量方式，引導學生能說出頂點應該要對準自製量角器的中心點，角度的一邊應當與量角器的一條線對齊等，之後再數出量角器的格子數目做爲角度大小的對應。在教學的過程中一個重要的關鍵是在角的頂點要對準量角器的中心，至於底邊要對齊哪一條線或者量測出來的角度非整數格子數目等問題，都是在上課過程中與學生討論的好材料，透過這些討論的過程學生會對角度測量的概念有較爲清晰的認識。

二、角度數值的標定

接下來的階段即在引發學生在自製量角器上標定數值的需求，教師透過諸如每次都要計數角度格子的個數似乎顯得麻煩等問題，試圖引導學生自發性的提出在量角器上標定數值的需要。當然第一步學生可能僅提出順時針或逆時針標定數值方式的其中一種，此時教師應接受學生的設計，並允許將數值依其方式標記在自製量角器上。倘若學生採用順時針的方式標記數值，教師可以先提供如圖 2(A)的圖形，請學生量測角度並說明其報讀角度的方法，像是頂點對齊量角器中心點和底邊對齊量角器 0 的那一條線等，經過幾次的經驗後再提供如圖 2(B)的圖形，讓學生思考同樣的報讀方式是否合適的問題，並和學生討論標記方式的不足之處，繼而引發逆

時針數值標記方式的需要；但是倘若學生採用順時針的方式標記數值，則應當先呈現圖 2(B)的圖形再呈現圖 2(A)供學生量測，其餘處理的方式則與順時針標記方式的量角器相同。

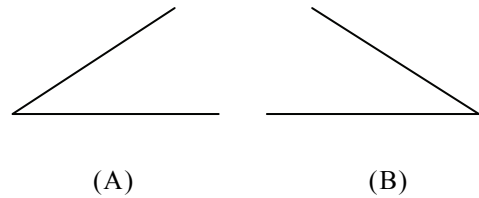


圖 2、可供測量的角度類型

當然班上也有可能同時出現順時針與逆時針標記的方式，此時教師可以給予學生多個如圖 2 中的角度測量圖形，讓學生討論決定究竟何種標記方式較爲便利，抑或其各有其適用的條件與限制。不管學生呈現的是何種的狀況，我們都期盼最後班上能有同時標記順時針與逆時針數值的共識，除了滿足測量的便利性外，也爲了跟常用量角器產生連結。

三、與常用量角器產生連結

最後的階段則是要帶出制式量角器，這個部分除了要讓學生能在程序上正確的使用量角器外，又能瞭解其結構上的特點。因此這裡教師可以詢問學生自製量角器報告角度的方式是否外面的人也可以聽得懂？如果聽不懂的話又該怎麼辦？藉由諸如此類的對話引發學生對於普遍標準單位出現的需求，繼而再出現常用量角

器，並且與學生討論常用量角器與自製量角器的異同，這個部分的異同可以包含量測方式的異同與尺面結構上的異同。也許在動手折一折的階段，因為折幾折的問題會影響到角度的格子數，學生就會提出不同自製量角器量測角度不同的困難，而在當下教師就可以提醒學生意識到單位的不同對測量角度數值上的差異，這樣的討論也會有利於與常用量角器產生連結的過渡。

肆、結語

學生數學的學習需要透過經驗、察覺、理解與熟練的過程，在數學課室中教師的提問扮演著關鍵性的角色，藉由教師的提問可以引發學生主動學習的需求，進而共同進行探究與提出問題解決的方法。過去學生在量角器單元的學習通常都直接

跳到熟練的階段，忽略了先前應有的鋪陳與設計，這樣的作法在某些程度上雖然顧及了教學的效率，但是卻無法讓學生體驗數學的創造與發現之美，且對未來的發展也有可能造成影響，因此數學的教與學需要我們更加關注學生的學習需要，也讓我們一同換個角度看看數學課堂中的教學。

參考文獻

- 教育部(1993)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 黃金泉(2003)。國小四年級學童角的概念之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東。
- 謝如山、謝名起、謝名娟(譯)(2002)。Riedesel, C. A., Schwartz, J. E. & Clements, D. H.著。數學科教材教法。台北：五南。
- 鍾靜(2001)。認識"量與實測"的教材架構與能力指標。國民教育，41(6)，6-13。