

學習困難訊息的回饋對國中生 數學科成就的影響之實驗研究*

張春興 林清山 范德鑫 陳李綱

本研究的目的是探討：教學前為教師提供學生學習困難的訊息，和教師採用根據單元測驗逐一發現學習困難、隨時進行補救教學的策略時，是否有助於國中一、二年級學生的數學科學習成就。參加本研究實驗的受試者為台北市兩所國民中學一、二年級學生710名。他們被分為實驗組和控制組，兩組學生總數相近、男女人數也相近。實驗組維持班級型態，控制組學生則分散於實驗組以外的各班上課。上課時數均按學校規定，兩組相同。在一年實驗之後，各施以自編「國民中學數學成就測驗」，以測量他們在「概念」、「計算」和「應用」三方面的學習成就。經使用多變項共變數分析法將「智力」、「實驗前數學成就」、「學習動機」、「家長社經地位」和「對教師的知覺」等變項的影響加以排除之後，仍然發現：採用本研究教學模式的實驗組在這三方面的學習成就較高於採用傳統方式教學的控制組。又使用迴歸分析和典型相關分析結果發現：「學業成就」和「智力」為決定國中生數學科學習效果的兩個最重要變項。根據這些實驗結果，研究者們建議教師(1)重視平時的形成性評量，隨時發現困難，及時補救教學；(2)使學生有充分機會按學習階層的順序確實學好每一階層的重要子技能；(3)要配合學生的智力程度和認知發展水準，適當改變教材的難度來進行教學。

本研究的主要目的在利用我們於六十五學年度實際觀察國民中學一、二年級學生數學科學習困難所得的資料，以及根據國中一、二年級數學教科書所編成的單元測驗資料，進行教學實驗，以考驗在教學歷程中，為教師提供有關學生學習困難之訊息，是否可以提高數學科學習效率和減少學生數學科的學習困難。本研究的研究者們認為：過去國中生在數學科方面的學習困難固然原因很多，但是其中一個重要原因乃是一般數學科教師過分重視「總結性評量」(summative evaluation)，而忽略「形成性評量」(formative evaluation)所致(參看Bloom, et al., 1971)。換言之，他們只顧利用考試來評量學生的得分和等第，而常忽略在實際教學時，在與學生的交互作用過程中，隨時觀察學生的反應，發現學生的學習困難，並及時予以必要的補救教學，以致等到學習困難已經形成之後，甚至已不容易補救之後，纔發現問題的嚴重性。

顯然的，教師有更多的任務比起為學生的學習成就評定得分或等第來得重要。單就教師本身的教學而言，教師必須時時留意如何提高和控制教學的品質，使每項學習工作之呈現、解釋、和次序的安排，能促進個別學生的最大可能之發展(Carroll, 1963)。他必須尋找適當的教法和教材，使絕大部分的學生能達到學習精熟的地步。要達到此一目的之最佳策略乃是在教師的教學「歷程」中，採用「形成性評量」以控制教學的品質，而不是在教學「結束」時，採用「總結性評量」以評定學生的成績和等第。

基於此項理由，本研究的研究者在實驗班教師進行每一單元的教學之前，為教師們提供該一單元

*本文係國科會資助國立臺灣師範大學教育心理系團體專題研究「國中學生英語、數學科學習困難問題之分析診斷與補救」的數學科部分之教學實驗報告。研究期間，承師大數學系李教授嘉淦的協助指導，台北市和平國中、實踐國中、金華國中、桃園國中各校校長及老師協助教學實驗，美國紐約州立大學博士研究生吳鐵雄先生協助部分資料的多變項分析，使本研究得以順利完成，併此謹致謝忱。

學習困難的訊息，然後請他們根據該一單元的教學目標進行教學，並利用單元測驗和雙向分析表，於學習的形成過程中，及早發現學習困難，及早予以補救教學，藉以考驗採用此項教學策略的實驗班學生的數學科學習成就是否較優於控制班所代表的傳統教學下的學生之數學科學習成就。

研究者注意到足以影響本研究實驗結果的變項頗多這一事實，乃決定除實驗控制之外，再用統計控制，以排除無關干擾變項的混淆。在實驗過程中，實驗班與控制班的教材內容、教學進度、教學時間等均完全按照學校的規定，盡量使之相同。其餘的變項，則以多變項共變數分析法（Multivariate analysis of covariance）來加以控制；它們包括智力、學業成績、成就動機、社經地位、學生對教師的主觀知覺。因之，本研究所提出的實驗假設為：

「將學生的智力、實驗前數學科學業成績、成就動機、家庭社會經濟水準，和對教師的知覺等變項予以恆定之後，在得到有關學生學習困難的訊息回饋並採用及早發現、及時矯正學習困難的教師教學下的實驗組學生的數學科學習成就，仍然高於在傳統方式教學下的控制組學生的數學科學習成就」。

方 法

(一)受試者

本研究的受試者是取樣自台北市和平國民中學和實踐國民中學兩所學校的 710 名國中一年級和二年級學生。參加本項教學實驗的實驗班控制組學生人數如表一所示：

表一 參加本研究教學實驗的學生人數

	國 中 一 年 級			國 中 二 年 級		
	男	女	總 和	男	女	總 和
實 驗 組	88	85	173	97	92	189
控 制 組	83	86	169	90	89	179
總 和	171	171	342	187	181	368

各校國中一年級的男女各一班實驗班學生是由沒採用能力分班之同質的幾個班級中，隨機抽取而來。各校國中二年級的男女各一班實驗班學生是由採用能力分班的幾個異質班級中指定一班而來的。與實驗班相對的控制班，則用完全隨機法由實驗組以外各班抽樣而得。實驗班維持班級的形態，學生在一起上課。控制班的學生則分散於實驗組以外各班上課，不另外成一班；由控制班的表現可以反映出一般教學情形。

(二)實驗設計

由於控制組必須分散於各班上課，它與實驗組的條件可能不容易合乎等組法的要求，本研究乃採取 2×2 多因子實驗設計，並用多變項共變數分析法來處理所得的資料。實驗變項（自變項）有二：第一個是「組別」分為實驗組和控制組兩組；第二個是「性別」分為男生與女生兩類。這四組受試者均就「概念原理」、「計算」、和「應用」三項效標變項（依變項）方面來加以比較。為使本實驗之內部效度能提高起見，這四組均就(1)智力(2)學業成就(3)學習動機(4)社經地位(5)教師知覺—民主式，和(6)教師知覺一期望差距等六個控制變項方面來加以統計控制。

(三)各變項之操作性定義及材料

1.實驗變項方面：

「實驗組」：由研究者在每單元之教學前，為該組教師提供該單元的「學習困難所在」之訊息；教師並採用以單元測驗逐一發現、隨機矯正的方式教學。「教學困難訊息」來源和材料為六十五學年度數學科學習困難調查分析的結果。

「控制組」：研究者不為該組學生所在班級的教師提供有關學習困難所在的訊息；教師採用其平常所慣用的一般方法教學。

2.效標變項 (Yi) 方面：

「概念原理」：指教學概念及原理原則的了解程度而言。以在研究者自編「國民中學數學成就測驗」第1—14題（第二冊），或第1—18題（第四冊）的得分來界定。

「計算」：指數學運算的成就而言。以同一測驗第15—34題（第二冊）或第19—42題（第四冊）的得分來表示之。

「應用」：指應用數學概念及原理原則解決日常數學問題之能力而言。以同一測驗第35—65題（第二冊），或第43—65題（第四冊）的得分來表示。

上述「國民中學數學成就測驗」係根據數學教科書各單元之目標及內容編製而成，由未參與本研究計劃的國中數學教師出題，再由參與本研究計劃的一位大學數學系教授審訂完稿。該測驗可測量學生在「概念原理」、「計算」、和「應用」等三方面的學習成就。第二冊總分為65分，適用於國中一年級。第四冊總分為65分，適用於國中二年級。

3.控制變項 (Xi) 方面：

「智力」：以在「普通分類測驗」上的標準分數來表示。該測驗係由路君約、黃堅厚二氏修訂。 $\mu=100, \sigma=20$ 。

「學業成就」：這是指未參加本實驗之前，學生在數學科方面的現有成就或起點行為；國中二年級學生以每人國中一年級時的數學科學年平均成績表示，國中一年級學生則以在「國中新生適用學科成就測驗」上「數學科」部分之原始分數來表示。該測驗係由簡茂發、許錫珍二氏（民國66年）編製。數學科部分共50題，一題一分。

「學習動機」：以在郭生玉氏（民國62年）所修訂的「成就動機問卷」的得分界定之。題目共50題，得分愈高，學習動機愈強烈。

「社經地位」：以每一學生之學籍資料卡上的資料為根據，查出父親職業，然後根據 BCCI 的分類轉譯為 1 至 9 的代號數字（參看 Barclay, 1974）。

1. 科學性專業（如科學家、教授、醫生）
2. 社會性專業（如中小學教師、社會工作者）
3. 企業及經理（如律師、公司經理）
4. 商業及服務（如一般商人，服務性技術人員）
5. 文書人員（如一般公務員、銀行職員）
6. 技術性服務（如電器工人、卡車司機）
7. 室外工作及農業（如農夫、園丁）
8. 技術性勞工（如工廠工人、技工）
9. 無業、殘廢、離家或已死亡。

因此，數字愈小代表學生係來自愈高社會經濟水準的家庭。

「教師知覺—民主式」：表示學生對其數學科任課老師的領導行為是否民主的看法；以在吳武典、陳秀蓉二氏（民國67年）所編「教師領導行為問卷」民主式量尺上有關「知覺的」教師領導行為方面之得分來界定之。該量尺最高分為20分，分數愈高表示

學生心目中愈認為其數學科教師是民主的。

「教師知覺一期望差距」：表示學生所期待的與所覺得的教師領導行為之間的差距的大小；以吳武典、陳秀蓉所編「教師領導行為問卷」的「期望差距」總分來界定之。期望差距分數在0至60分之間。分數愈高表示學生所「覺得的」與其所「希望的」教師領導行為愈不一致；分數愈低表示二者愈一致。

(四)步驟

實驗組和控制組各組的整個實驗教學的步驟可分別說明如下：

1. **實驗組**—將數學課本第一冊、第二冊（國中一年級用），第三冊、第四冊（國中二年級用）各分為如表二所示的幾個單元，並依單元次序，一個單元接一個單元教學。這一點與控制組學生所在班級之教學完全相同。惟在每一單元教學之前，研究者則在「教學討論會」中為擔任實驗班的數學教師提供有關該單元之「學習困難訊息」，提醒他們特別注意該一單元常發生學習困難之處的教學。教學討論會在每一單元開始教學之前大約一星期舉行。討論會中，由研究者將學習困難訊息提供給實驗班

表二 數學科教學單元及單元測驗的範圍

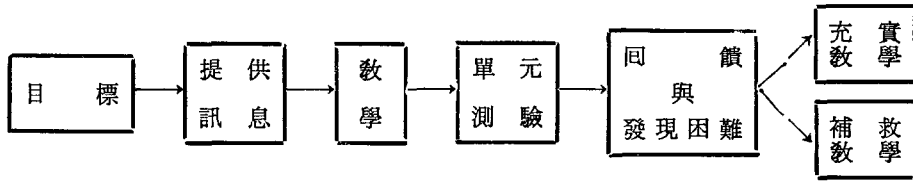
冊 次	單 元	章 次	冊 次	單 元	章 次
第 一 冊	一	1 — 2	第 三 冊	一	1
	二	3 — 4		二	2 — 3
	三	5 — 6		三	4 — 5
第 二 冊	一	1 — 2	第 四 冊	一	1 — 2
	二	3 — 4		二	3
				三	4 — 5

教師，由參與本研究計劃的數學系教授為實驗班教師解說每一問題造成學習困難的可能原因和補救方法。訊息的來源是根據本專案研究第一年計劃所調查而來的。該項訊息指出課本中較難學習的章節，通過百分比較低的試題，以及學習不感興趣的材料等。

獲得這些訊息後，實驗教師返校教學。教學時數、教學進度、教材內容等，與控制組各班級一樣，均按學校規定。每單元之教學結果後，實驗班教師隨即利用本研究所編製完成的該單元之「單元測驗」進行測驗，以了解實驗班學生該一單元的學習困難所在。單元測驗所涵蓋的範圍如表二所示；至於單元測驗內容則根據該單元之重要教學目標和在數學專家指導之下編製而成。每一單元測驗舉行完了之後，教師將每一學生每一题目的對錯登記在「測驗結果雙向分析表」內。該項分析表的縱軸要填寫學生名字（或貼上學生名單），其橫軸要填入單元測驗每一試題的編號。故將測驗反應情形填入該表之後，教師可以看出那一些學生的學習結果未達到預期的應有水準，和全班學生在那一個測驗項目的通過百分比偏低。

經過單元測驗結果的回饋後，教師發現每一學生和全班學生學習的優點和困難所在，就立即採取必要的措施，進行充實教學為優秀學生提供更充實深入的教材；和進行補救教學，為有學習困難的學生提供必要的幫助。

簡言之，實驗班的教學基本模式可表示如圖一。由圖一可知，實驗班教師在每一單元教學之前，從「教學討論會」中獲得有關前學年度學生的學習困難訊息；在每一單元教學之後，從「單元測驗」結果之中獲得有關自己教學下的實驗班學生的學習困難訊息。



圖一 實驗班每一教材單元的教學基本模式

2. 控制組—本研究所有控制組學生因係隨機抽取自實驗班以外的其他各班，所以平常都分散在一般班級中，接受一般的教學。一般班級的教師並沒有上述實驗班教師所獲得的那雙重的回饋訊息。在本研究裏，他們的教學結果，被用來代表數學教師的一般教學情形。

不管實驗組或控制組，均在學期開始時接受六個「控制變項」方面之資料的調查與測驗（所用材料及其操作性定義已如上節所述）。第一學期末和第二學期末實驗教學之後，兩組受試者均同樣接受有關「效標變項」方面的測驗，亦即「國民中學數學成就測驗」。這些期末成就測驗，正如上述，包括「概念原理」、「計算」和「應用」等三個效標分數。

為控制一部分因性別這一變項所可能造成的影響起見，除男女人數相同外，還要求每一位實驗班教師擔任一班男生必同時擔任一班女生班之教學。除此之外，男女性別之影響，將再以統計分析的方法予以消除，以免影響本實驗的結論。

結 果

一、實驗組與控制組學習結果的多變項共變數分析

經一年的教學實驗之後，國中一年級和二年級均各得到兩次期末成就測驗成績。本研究的統計分析是根據第二學期的「國民中學數學成就測驗」之成績而來的。

(一) 國中一年級 為瞭解「性別」這一變項是否影響本研究的實驗結果起見，研究者首先以期末成就測驗成績的「總分」為依變項，進行 2×2 共變數分析（參看Finn, 1974, pp. 368-393）。表三是國中一年級實驗組和控制組男女學生在六個控制變項和一個效標變項（總分）方面的各項平均數和相對應的各項標準差。

表四是利用 Finn (1977) 的 MULTIVARIANCE 分析的結果。該項程式可處理細格人數不等之多因子設計的統計資料（本例的細格人數為 88, 85, 83 和 86）。由表四的共變數分析結果可以看出：「性別」這一變項的主要效果並未達到顯著水準， $F = .22, P < .05$ 。性別 \times 組別的「交互作用」

表三 四組學生在各種變項方面的平均數和標準差（括弧內）

組 別	N	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	總分
實驗組男生	88	94.40 (24.00)	29.08 (9.59)	36.31 (5.82)	5.50 (1.92)	15.01 (3.29)	11.47 (7.71)	34.16 (13.57)
實驗組女生	85	88.49 (18.40)	25.20 (8.76)	37.74 (6.16)	5.72 (1.68)	13.87 (4.47)	13.88 (8.79)	31.58 (13.08)
控制組男生	83	89.96 (24.84)	25.45 (8.43)	35.08 (7.30)	6.25 (1.83)	12.69 (4.27)	18.04 (11.15)	28.27 (13.09)
控制組女生	86	90.81 (21.47)	25.85 (7.68)	36.53 (6.43)	5.65 (2.06)	13.38 (4.19)	16.40 (10.62)	26.72 (11.61)

表四 國中一年級實驗結果的 2 × 2 共變數分析

變異來源	df	MS	F
常數	1	17.54	.22
性別 (除去常數和X的影響)	1	68.07	.85
組別 (除去常數、性別和X)	1	926.69	11.57**
交互作用 (除去常數、性別、組別和X的影響)	1	231.27	2.89
.....			
共變量X (除去實驗設計效果)	6		
殘餘誤差	332	80.08	

**P < .01

用」效果也未達顯著水準， $F=2.89, P>.05$ 。而實驗組與控制組「組別」之間的差異則達到極顯著水準， $F=11.57, P<.01$ 。此項組別的主要效果且已除去了常數、性別和共變量（六個控制變項）之影響。故實驗組與控制組之間的差異，已純粹是實驗處理所造成的（詳Finn, 1974, pp.378-383）

由於男女之間並無顯著差異，「性別」與「組別」之間並沒有交互作用存在，而且「迴歸線平行」（regression parallelism）的虛無假設得到支持（ $F=1.20, df=18, 314, P>.05$ ），乃將男女加以合併，再進行單因子的多變項共變數分析（參看Cooley & Lohnes, 1971, pp.287-298）。表五是實驗組控制組兩個學生六個控制變項和三個效標變項的各項平均數和相對應的各項標準差，而表六便是這樣的共變數分析之結果。

表五 一年級兩組學生六個控制變項三個效標變項的平均數和標準差

組別	N	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	概念	計算	應用
實驗組	173	91.50 (21.58)	27.17 (9.37)	37.01 (6.02)	5.61 (1.81)	14.45 (3.94)	12.66 (8.32)	8.38 (3.49)	18.19 (8.18)	5.58 (2.87)
控制組	169	90.40 (23.12)	25.65 (8.03)	35.82 (6.89)	5.95 (1.96)	13.04 (4.23)	17.20 (10.88)	7.13 (3.35)	15.70 (7.78)	4.70 (2.65)

表六上半部多變項分析的結果，得 $\Lambda = .9665$ 。這個Wilk的 Λ 值相當於 $F=3.82, P<.01$ ，顯示就一般而言，即使六個控制變項之影響力被除去之後，實驗組與控制組之間仍然有極顯著的差異存在。由表六下面的單變項分析可以看出：不管在概念原則方面（ $F=7.75, P<.01$ ），在計算方面（ $F=10.43, P<.01$ ）或在應用方面（ $F=4.09, P<.05$ ），兩組之間的差異均甚為明顯。

表七是將效標變項加以調整之後所得的調整平均數。

又用「總分」進行同樣的分析結果，得 $\Lambda = .9651$ ，相當於 $F=12.08, df=(1, 334), P<.01$ 。調整平均數如表七右端所示，也顯示控制變項之影響力排除之後，實驗組與控制組的期末成就測驗總分之平均數有極顯著差異，且實驗組好於控制組。

國中二年級 國中二年級的資料也進行與上面一樣的統計分析。表八是國中二年級實驗組和控制組的男女學生在六個控制變項和一個效標變項（總分）方面的各項平均數和標準差。

表六 一年級兩組實驗結果的多變項與單變項共變數分析

概 念	計 算	應 用	
$T_{2.1} =$	$\begin{pmatrix} 2342.73 & 3167.45 & 753.88 \\ 3167.45 & 11554.21 & 2300.92 \\ 753.88 & 2300.92 & 1756.90 \end{pmatrix}$		$\Lambda = -\left \frac{W_{2.1}}{T_{2.1}} \right = .9665$
$W_{2.1} =$	$\begin{pmatrix} 2290.07 & 3032.31 & 720.56 \\ 3032.31 & 11207.39 & 2215.42 \\ 720.56 & 2215.42 & 1735.82 \end{pmatrix}$		多變項 $F = 3.82^{**}$ $df = (3, 332)$ $P < .01$
單變項	$F = 7.75^{**}$ $df = (1, 334)$ $P < .01$	10.43^{**} $(1, 334)$ $< .01$	4.09^* $(1, 334)$ $< .05$

表七 一年級兩組學生三個效標變項得分之調整平均數

組 別	概 念	計 算	應 用	總 分
實 驗 組	8.16	18.37	5.40	31.93
控 制 組	7.35	16.28	4.89	28.52

表八 四組學生在各種變項方面的平均數和標準差（括弧內）

組 別	N	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	總 分
實驗組男生	97	102.25 (17.79)	66.84 (19.47)	35.12 (6.23)	5.26 (2.05)	16.30 (3.45)	11.64 (8.19)	44.88 (12.15)
實驗組女生	92	99.05 (19.64)	61.66 (21.35)	35.60 (6.67)	5.89 (2.08)	15.77 (3.93)	12.85 (8.87)	41.46 (12.61)
控制組男生	90	101.99 (17.24)	67.80 (20.18)	36.50 (6.56)	5.48 (2.09)	15.04 (3.87)	11.89 (8.69)	44.66 (13.80)
控制組女生	89	98.26 (19.46)	63.78 (21.59)	36.85 (6.24)	5.57 (1.76)	15.07 (3.42)	12.52 (7.85)	40.43 (13.90)

表九是用 Finn (1977) 的 MALTIVARIANCE 進行 2×2 共變數分析的結果。顯示「性別」的主要效果¹，和性別×組別的「交互作用」效果均未達到顯著水準。但是「組別」的主要效果，則在除去常數、性別、和共變量 X 之影響後，仍然達到 .05 顯著水準。

由於男女之間沒有顯著差異存在，「性別」×「組別」交互作用未達顯著水準，而且「迴歸線平行」之虛無假設得到支持 ($F = 1.25, df = 18, 340; P > .05$)，所以也將男女加以合併，進行多變

表九 國中二年級實驗結果的 2 × 2 共變數分析

變異來源	df	MS	F
常數	1	25.79	.68
性別 (除去常數和X的影響)	1	128.37	3.41
組別 (除去常數、性別和X)	1	186.48	4.95*
交互作用 (除去常數、性別、組別和X的影響)	1	40.78	1.08
.....			
共變量 X (除去實驗設計效果)	6	37.68	
殘餘誤差	358		

項的單因子共變數分析 (Cooley & Lohnes, 1971, pp.287-298)。表十和十一是此項分析的結果。由表十一上半部的多變項分析, 可以看出普遍性的考驗結果, 顯示實驗組與控制組即使在控制變項的影響排除之後, 仍然有顯著差異存在 ($\Lambda = .9520, F=5.99, P<.01$)。再細看表十一下面的單變項分析, 兩組在「概念原則」方面 ($F=11.24, P<.01$) 和「應用」方面 ($F=5.90, P<.05$) 的差異

表十 二年級兩組學生六個控制變項三個效標變項的平均數

組別	N	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	概念	計算	應用
實驗組	189	100.69 (18.73)	64.32 (20.25)	35.35 (6.43)	5.57 (2.09)	16.04 (3.69)	12.23 (8.53)	11.98 (3.45)	16.11 (5.11)	15.04 (4.93)
控制組	179	100.25 (18.33)	65.80 (20.93)	36.68 (6.39)	5.53 (1.93)	15.06 (3.64)	12.20 (8.27)	11.39 (3.76)	16.63 (5.66)	14.60 (5.52)

表十一 二年級兩組實驗結果的多變項與單變項共變數分析

	概念	計算	應用	
$T_{2.1} =$	1949.10	681.69	878.66	$\Lambda = .9520$ [多變項] $F=5.99^{**}$ $df=(3,358)$ $P < .01$
	681.69	3145.34	1269.70	
	878.66	1269.70	2932.27	
$W_{2.1} =$	1890.58	695.83	826.27	
	695.83	3141.75	1282.39	
	826.27	1282.39	2885.36	
【單變項】	$F=11.24^{**}$.41	5.90*	
	$df=(1,360)$	(1,360)	(1,360)	
	$p < .01$	n.s.	$p < .05$	

達到顯著水準。唯在「計算」方面，則兩者並無差異可言。由表十二的調整平均數可以看出實驗組在「概念原則」和「應用」方面平均成績均優於控制組。

表十二 二年級兩組學生三個效標變項得分之調整平均數

組別	概念	計算	應用	總分
實驗組	12.09	16.27	15.18	43.54
控制組	11.27	16.47	14.45	42.19

再根據「總分」進行同樣的分析之結果，也得 $\Lambda = .9861$ ，相當於 $F = 5.04$ ， $df = (1, 360)$ $P < .05$ ，也顯示實驗組較好。

二、根據六個控制變項預測期末成就測驗總分的迴歸分析

以智力、學業成就、學業動機、社經地位、教師知覺—民主式、和教師知覺—期望差距等六個控制變項為 predictors，以數學科期末成就測驗成績之「總分」為 criterion，來進行迴歸分析，可了解這六個變項之中，那一些變項最能預測期末測驗總分。表十三和十四是利用 Finn (1977) 的 MAL-TIVARIANCE 進行迴歸分析 (regression analysis) 和利用 MAPS 的 STEPREG 進行逐一階步複迴歸分析 (stepwise multiple regression analysis) 的結果。

表十三 國中二年級資料的迴歸分析結果

【迴歸係數】

	X ₁ 智力	X ₂ 學業	X ₃ 動機	X ₄ 社經	X ₅ 民主式	X ₆ 差距
原始分數	.099	.782	.254	-.221	-.203	-.117
標準化	.171	.530	.127	-.032	-.065	-.088
t 值	3.00	9.44	3.14	-.80	-1.13	-1.56
P	.0028	.0000	.0018	.4270	.2597	.1190

【複相關】

$R^2 = .523$ ， $R = .723$ ， $F = 60.91$ ， $df(6, 334)$ ， $P < .0001$

【逐一階步迴歸分析摘要】

階步	變項	R	R ²	R ² 增加	增加的 P 值	r	最後 β 係數
1.	學業	.696	.484	.484	.0001	.696	.535
2.	動機	.710	.505	.020	.0002	.325	.140
3.	智力	.720	.518	.014	.0021	.591	.170

(一)國中一年級 由表十三可知，根據六個控制變項預測期末測驗總分 (Y_{10}) 時，可預測正確部分達測驗總分總變異數的 52.3%，因為複相關係數的平方 $R^2 = (.723)^2 = .523$ 。六個迴歸係數的顯著性考驗結果，智力 (X_1)、學業 (X_2)、和動機 (X_3) 的係數達到 .05 顯著水準。社經 (X_4)、教師知覺—民主式 (X_5)、和教師知覺—期望差距 (X_6) 的係數均未達顯著水準。由表十三下面的逐一階步分析可以知道，六個控制變項所造成的 52.3% 變異數之中，學業這一變項的貢獻就達 48.4%；加入動機變項時，增加為 50.5%；再加入智力變項時，就增加為 51.8%。換言之，只有學業、動機和智力三個變項，其貢獻就佔 52.3% 中的 51.8%。

可見，預測國中一年級數學科期末成就測驗總分時，採用下列迴歸公式即可：

$$\hat{z}_{10} = .170z_1 + .535z_2 + .140z_3$$

或 $Y_{10} = .100X_1 + .802X_2 + .285X_3 - 10.44$

此時複相關 $R = .720$ ， $P < .01$ ，估計標準誤差為 9.10。

(二)國中二年級 由表十四可以看出，六個控制變項可以預測期末成就測驗總分總變項之 78.6%。因為 $R^2 = (.887)^2 = .786$ 。六個迴歸係數只有智力 (X_1) 和學業 (X_2) 的係數達到顯著水準。由表十四下面的逐一階步分析可知，只有學業這一變項的貢獻便佔這 78.6% 之中的 77.5%。如以學業和智力來一起預測，則達 78.2%。可見，其他變項對總變異並無影響可言。就國中二年級而言，學業這一變項最能影響期末成就測驗總分的高低，而且預測時，可以使用下列的迴歸公式：

$$\hat{z}_{10} = .127z_1 + .784z_2$$

或 $Y_{10} = .090X_1 + .500X_2 + 1.31$

此時的複相關 $R = .884$ ， $P < .01$ ，估計標準誤為 6.16。

表十四 國中二年級資料的迴歸分析結果

【迴歸係數】						
	X_1 智力	X_2 學業	X_3 動機	X_4 社經	X_5 民主式	X_6 差距
原始分數	.088	.497	.029	-.020	-.088	-.092
標準化	.123	.779	.014	-.003	-.024	-.059
t 值	3.19	19.83	.540	-.114	-.680	-1.64
P	.0015	.0000	.5865	.9096	.4966	.1017

【複相關】

$$R^2 = .786, R = .887, F = 220.94, df = (6, 360), P < .0001$$

【逐一階步迴歸分析摘要】

階步	變項	R	R^2	R^2 增加	增加的P值	r	最後 β 係數
1.	學業	.880	.775	.775	.0001	.880	.784
2.	智力	.884	.782	.007	.0008	.724	.127

三、六個控制變項與三個效標變項的典型相關分析

本研究的學生在六個控制變項所表現的反應組型之間到底存在有什麼關係呢？這是研究者想要了解的另一個問題。為了解這一點，我們利用 MAPS 的 CANON—canonical correlation analysis 來進行典型相關分析。

(一)國中一年級 表十五是342 名國中一年級學生各項變項之得分的平均數和標準差。表十六是它們之間的交互關係數。

表十五 國中一年級學生各變項分數的平均數和標準差

	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	概念	計算	應用	總分
M	90.95	26.42	36.42	5.77	13.75	14.90	7.76	17.34	5.15	30.22
S D	22.29	8.74	6.47	1.89	4.14	9.91	3.47	8.12	2.79	13.11

以表十六本研究的六個控制變項為自變項，三個效標變項為依變項，進行典型相關分析之後，得到如表十七所示的結果。從表十七右下可以看出，雖然由六個控制變項所得的典型變項（canonical variates）與由三個效標變項所得的典型變項之間的相關整體而言，達到顯著水準（ $\Lambda = .466$, $\chi^2 = 256.43$, $P < .0001$ ），且可正確預測的變異達總變異之 53.4%（ $\eta^2 = .534$ ），但是三個典型相關係數之中，却只有第一個是有意義的（ $R = .727$, $P < .0001$ ），其餘兩個典型相關係數可說是等於

表十六 國中一年級各變項之間的交互關係數（N=342）

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
1.智力	1.00									
2.學業	.73	1.00								
3.動機	.24	.27	1.00							
4.社經	-.34	-.27	-.15	1.00						
5.民主式	.05	.16	.27	-.10	1.00					
6.不一致	-.06	-.11	-.22	.00	-.74	1.00				
7.概念	.53	.63	.30	-.20	.13	-.14	1.00			
8.計算	.57	.67	.31	-.26	.15	-.16	.79	1.00		
9.應用	.46	.55	.27	-.21	.13	-.16	.61	.70	1.00	
10.總分	.59	.70	.32	-.26	.15	-.17	.88	.97	.80	1.00

轉換值 $Z_r > .106$ 時, $P < .05$; $Z_r > .139$ 時, $P < .01$

.00。因之，只用第一個典型因素，便可滿意的解釋我們的資料。表十七右邊的因素結構（factor structure）顯示控制變項（左邊）所造成的64%變異數之中，有 33.4% 是由第一個典型因素所造成的，而其中17.6%是效標變項（右邊）的第一個典型因素所造成的（亦即控制變項與效標變項相互重疊的部分）。因為智力、學業、和動機與第一個典型因素的相關（負荷量為 .814, .959 和 .453）較

表十七 國中一年級觀察資料的典型相關分析

控制變項	典型因素 1	典型因素 2	典型因素 3	效標變項	典型因素 1	典型因素 2	典型因素 3	
智力	.814	-.145	-.337	概念	.901	.411	-.137	
學業	.959	.038	-.132	計算	.960	-.241	-.139	
動機	.453	.291	.417	應用	.800	-.074	.596	
社經	-.349	.839	-.050	總和				
民主式	.207	.203	.340	抽出變異數%	.791	.078	.131	1.000
差距	-.227	.136	-.738	重疊	.418	.001	.000	.419
總和				Rc	.727	.091	.054	
抽出變異數%	.334	.145	.161	P	.0001	.9564	.9102	
重疊	.176	.001	.000	.178	$\Lambda = .466$ $\eta^2 = .534$			
				$\chi^2 = 256.43$ $P < .0001$				

大，我們可以說這三個控制變項對影響效標變項佔有重要地位。表十七右上的因素結構顯示，第一典型因素所抽出的變異數，佔效標變項的典型變項100% 總變異之中的79.1%，且概念、計算、和應用與其典型因素之相關都很高(.901, .960 .800)。可見，控制變項中的智力、學業、和動機等三變項，透過第一個典型因素，而影響到所有的三個效標變項。

(二)國中二年級 我們也同樣用典型相關分析法來分析國中二年級的觀察資料。表十八是368名國中二年級學生各變項之得分的平均數和標準差。表十九是各變項之間的交互關係數。

表十八 國中二年級學生各項分數的平均數和標準差

	智力	學業	動機	社經	民主式	差距	概念	計算	應用	總分
M	100.42	65.04	36.00	5.55	15.56	12.21	11.69	16.36	14.83	42.89
S D	18.53	20.67	6.43	2.01	3.69	8.38	3.61	5.38	5.22	13.19

由表二十的典型分析之結果看起來，也顯示三個典型係數之中，只有第一個達到顯著水準，亦即 $Rc = .887, P < .0001$ 。因之，只用表二十所示的第一個典型因素便可解釋國中二年級的資料了。由二十右邊的因素結構可以看出，控制變項(左邊)所造成的 59.0% 變項數之中，31.8% 是由第一典型因素所造成的。因為 $Rc = .887$ ，所以有25.0%的變異數($.318 \times .887^2 = .250$)是效標變項(右邊)的第一個典型因素所造成的。這是左右兩套變項在第一個典型因素之重疊(redundancy)部分。控制變項中的智力和學業這兩個變項與第一個典型因素之相關達.821和 .994，效標變項的所有三個變項與第一個典型因素之相關達到 .866，.946 和 .948，顯示主要的係由智力和學業二者透過第一個典型因素而影響到概念、計算和應用等效標變項。

表十九 368 名國中二年級學生各變項之間的交互相關

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
1.智力	1.00									
2.學業	.76	1.00								
3.動機	.18	.29	1.00							
4.社經	-.41	-.38	-.09	1.00						
5.民主式	.03	-.02	.14	.04	1.00					
6.差距	-.05	-.05	-.13	-.06	-.72	1.00				
7.概念	.61	.77	.20	-.28	.02	-.10	1.00			
8.計算	.69	.84	.25	-.35	-.01	-.06	.74	1.00		
9.應用	.70	.83	.24	-.33	.02	-.09	.77	.83	1.00	
10.總分	.72	.88	.26	-.35	.02	-.09	.88	.93	.95	1.00

表二十 國中二年級觀察資料的典型相關分析

控 制 因	1	2	素 3	效 標 因	1	2	素 3	
智 力	.821	-.472	-.302	概 念	.866	.494	-.079	
學 業	.994	.064	.072	計 算	.946	-.115	.303	
動 機	.286	-.246	.329	應 用	.948	-.145	-.284	
社 經	-.398	.359	-.318				總和	
民主式	.010	.211	-.639	抽出變異數%	.848	.093	.059	1.000
差 距	-.094	-.386	.552	重疊	.667	.001	.000	.668
			總和	Rc	.887	.112	.083	
抽出變異數%	.318	.102	.170	.590	P	.0001	.7198	.6406
重疊	.250	.001	.001	.253				
					$\Lambda = .209$,	$\eta^2 = .791$		
					$\chi^2 = 565.82$,	$P < .0001$		

討 論

一、學習困難訊息的回饋對數學科學習結果的影響

在本研究裏，擔任實驗組數學科教學的教師，在每一單元的教學之前，被邀請來參加有關前一、二學年學過國中數學之學生的學習困難討論會。在這些討論會裏，這些教師獲知學生學習該單元的困難所在之訊息，並與出席討論會的數學教授詳細討論造成學習困難之原因和補救學習困難的教學要點

。研究者們假定學生某一部份教材之學習所以有困難發生，一個可能的原因是教師疏忽該部分的教學，未能使學生學習精熟所致。因之，經由學習困難討論會，可以將這些學習困難的部分納入教師的知覺範圍，使教師注意到加強這部分的教學。除了討論會之外，還有一個重要的回饋來源便是每一單元教學之後所得到的單元測驗結果。由測驗結果雙向分析表的縱軸，可獲得每一學生該單元學習結果的訊息，知道那一位學生需要教師的特別幫助，並採取個別方式的學習輔導。由雙向分析表的橫軸，又可獲得全班學生在那一個測驗項目通過百分比比較低的訊息，從而了解教師自己教學的弱點，並在必要時為全班學生進行團體式的補救教學。研究者們假定，學習困難形成的最重要原因之一，乃是教師過份注重以評定學生成績為目的的總結性評量，而忽略平時以改進教學效果、發現學習困難為目的的形成性評量之故。所以教師能及早發現學習困難，及時予以補救教學，使學生的學習困難沒機會越積越深，則數學科的學習效果便會大大提高。在此項假定的前提下，研究者預期：獲得單元測驗結果之訊息的回饋，因而可以採取及早發現及時補救之教學策略的實驗組教師，對學生學習數學會有較大的幫助。

基於上述的推論，我們曾提出實驗假設謂：「將學生的智力、實驗前數學科學業成績、成就動機、家庭社會經濟水準、對教師的知覺等變項予以恆定之後，在得到有關學生學習困難的訊息回饋並採用及早發現、及時矯正學習困難的教師教學下的實驗組學生的數學科學習成就，仍然高於在傳統方式教學下的控制組學生的數學科學習成就。

根據上節表三至表十二各項統計分析的結果可以看出，不管國中一年級或國中二年級，均顯示將六種控制變項之影響力予以恆定之後，採用本研究圖一所示教學模式的實驗組的學習成就，仍然較高於代表採用傳統教學之控制組的學習成就。例如，由表四國中一年級資料分析之結果，「組別」之間差異達到顯著水準（ $F = 11.57, P < .01$ ），顯示將智力、學業、學習動機、社經水準、教師知覺—民主式、教師知覺—期望差距等六個控制變項的影響力予以恆定，和除去常數及性別的影響力之後，實驗組和控制組在期末成就測驗的總分方面仍然有顯著的差異存在。因為表四的分析顯示男女之間並無差異（ $F = .85, P > .05$ ）而且性別與組別之間沒有交互作用現象存在（ $F = .289, P > .05$ ），所以將男女合併，再進行表六所示的多變項及單變項共變數分析。結果亦顯示，不管多變項分析（ $F = 3.82, P < .01$ ）或單變項分析（概念方面， $F = 7.75$ ；計算方面， $F = 10.34, P < .01$ ；應用方面， $F = 4.09, P < .05$ ），實驗組與控制組的成績均有顯著的差異存在。由表七的調整平均數可知，均為實驗組的分數高於控制組的分數。分析國中二年級的資料，也得到相當類似的結果。表九也顯示除去六個控制變項和常數及性別之影響後，實驗組與控制組在測驗總分之方面有顯著不同， $F = 4.95, P < .05$ 。因為性別的主要效果（ $F = 3.41, P > .05$ ）和性別與組別之交互作用效果（ $F = 1.08, P > .05$ ）均未達顯著水準，所以也將男女合併處理。表十一的多變項共變數分析結果顯示，一般說來，實驗組與控制組在概念、計算、和應用的成績方面有顯著的差異存在， $F = 5.99, P < .01$ 。單變項分析結果，也顯示除了在「計算」方面（ $F = .41, P > .05$ ）並無差異之外，兩組受試者在「概念」方面（ $F = 11.24, P < .01$ ）和「應用」方面（ $F = 5.90, P < .05$ ）均有顯著的差異存在。

上面的這些證據顯示可以支持前面所說本研究的實驗假設。換言之，教學前了解學生數學科學習困難所在，而在教學中採用及早發現及時補救之教學策略的教師所教出來的實驗組學生，比採用一般方法的教師所教出來的控制組學生，數學科的學習成就為好。

我們所得的此項結論，在排除學生的智力、學業、成就、動機、社經水準、教師知覺—民主式、教師知覺—期望差距等六個控制變項的影響力之後，仍然顯示其為真確。可見，國中數學科教師如能在每一單元教學之前，設法了解或預測學生在那一個學習目標方面可能發生學習困難；教學時，注意在這方面加強教學，使學習越於精熟；教學每告一個適當的段落之後，便使用單元測驗發現學生學習的困難，並隨時予以補救教學，則學生數學科的學習效率便會大大提高。從另一角度看來，教師這樣

做，事實上等於對自己的教學進行品質控制。也許經由提高教師教學的品質來減少學生學習數學的困難，是個最值得嘗試的途徑（參看Bloom, et al., 1971, pp. 135-138）。

除了本研究控制的六個可能干擾實驗結果的控制變項而外，是不是還有其他可能的影響變項呢？這是始終研究者們感到關心的。就學生本身的條件（如智力、學業、成就動機、社經水準，甚或性別等變項）而言，實驗組和控制組本來如有不同，也使用多變項共變數分析的方法予以恆定了。因此，學生本身的條件，可說並不影響我們上述的結論。研究者也注意到控制實驗班及控制班上課時數的問題。實驗班的教師被要求按照學校的規定上課，不可另加時間。所以就上課時數而言，實驗班並沒有理由超過控制班。再就數學教材而言，實驗班與控制班一樣，都採用同樣的標準教科書，而且按照學校規定的進度進行教學。可見，這一變項也不足以影響本研究的實驗結果。一個值得注意而且較引起研究者們關心的因素，便是實驗班教師本身的條件。由於現實的需要，本研究採用控制班分散於實驗班以外各班上課（以便代表一般的教學情形）的辦法。這一點使參與本研究的實驗班教師的條件甚難與控制班教師的條件相比較。本研究解決此一困難的辦法乃是評量實驗組與控制組學生對其教師的「主觀上的知覺」。研究者們基於「學生對教師的行為之知覺與實際情形相當吻合」（Silberman, 1969）和「學生對教師的知覺可以影響學生的行為」等說法（吳武典、陳秀蓉，民國67年），假定學生心目中教師的好壞，比教師本身客觀上的好壞更能真正影響數學科的學習成績。因此，將「教師知覺一民主式」和「教師知覺一期望差距」兩個變項納入本研究的控制變項。如果此一基本假定為真實，則教師的條件這一變項，應不致影響本研究的實驗結果。惟事實上是否學生心目中的教師與教師客觀上的條件真正相吻合，是否學生對教師的主觀知覺比起教師的客觀條件（如教師的教學技巧、數學涵養、教學熱忱、人格特質等）更足以影響實驗結果，則很難完全肯定。因之，以本研究而言，倘有足以影響研究結果，使本研究的內部效度降低的變項，應是「教師的客觀條件」這一變項。這一點是本研究的研究者們下結論時，特別引以為戒的。

二、國中數學科學習成就的預測

作為本研究控制變項的六個變項之中，那些最適於用來預測國中生的數學科學習成就呢？這是研究者感到興趣的第二個問題。利用迴歸分析法分析的結果顯示國中一年級以「智力」、「學業」、和「成就動機」等三個變項，國中二年級以「智力」、「學業」等兩個變項為重要的預測用變項（predictors），其中以「學業」這一變項為最具影響力。

表十三迴歸分析的結果，顯示以智力、學業、成就動機、社經水準、教師知覺一民主式、教師知覺一期望差距等六個變項為預測用變項，以預測國中一年級期末測驗總分時，複相關 $R = .723$ ，可預測期末測驗成績總變異之52.3%。其中，社經水準、民主式和期望差距這三個變項之影響，可說微乎其微。逐一階步迴歸分析的結果更顯示，只要使用「學業」、「成就動機」、和「智力」等三個變項來預測，便可預測期末測驗總變異之51.8%，（因為此時 $R = .720$ ），其中「學業」變項的影響便達到48.4%。在本研究中，「學業」這一變項是指受試者的國小數學成就而言。因之，要測驗國中一年級數學科成就時，最重要的一個預測用變項便是受試者的國小數學成就。「成就動機」和「智力」也算重要，但其重要性遠比「學業」變項為小。

表十四分析國中二年級資料的結果，結論也大同小異。以六個控制變項為預測用變項時，可預測國中二年級期末測驗分數之78.6%，（ $R = .887$ ）。逐一階步迴歸分析結果顯示，只要用「學業」與「智力」兩個變項為預測用變項，便可預測期末測驗總變異之78.2%（複相關 $R = .884$ ）。可見其他變項的影響均微不足道。「學業」變項仍然是最具決定性（77.5%）的變項。就國中二年級而言，「學業」是指每一位學生國中一年級時的數學科學年平均成績。因之，國中一年級的數學成就乃是國中二年級數學科學習成就的最佳預測用變項。

本研究得到上述這種結果，也許是數學這一個科目的教材結構之特殊性質所致。這點說明教育心理學家所謂「起點行為」（entering behavior），在學習國中數學科的重要性。因為數學科教材結構

很重視「順序性」(sequence)，所以國小時的數學科成就足以影響國中一年級時的數學科成就，而國中一年級時的數學科成就也足以影響國中二年級的數學科成就。這一點暗示，解決學生數學科學習困難的辦法便是為每一個學生打好數學科的基礎能力，莫讓學習困難一天一天累積，直到即使想要補救也無法補救的地步。

表十三、十四迴歸分析結果，雖然顯示加入「智力」變項，可使預測準確性更為提高，但是其對期末測驗分數總變異之影響却遠不如「學業」變項來得重要。在諸如數學科課程實驗的分班，或國中能力分班等的實際教育情況中，「學業」、「智力」及「成就動機」的確是值得考慮的因素，但「智力」或「成就動機」的影響力不如「學業」的影響力大（至少在預測數學科成績時是這樣的），這是值得我們注意的一點。

三、控制變項及效標變項之內及之間的相關情形

為瞭解本研究的六個控制變項的反應組型和三個效標變項的反應組型之間到底有什麼典型相關存在，研究者曾用典型相關分析法分析國中一年級和國中二年級的資料。表十七和表二十的結果顯示，不管國中一年級或國中二年級，均有一個典型相關係數達到顯著水準（國中一年級， $R_{c1} = .727$ ， $P < .01$ ；國中二年級， $R_{c1} = .887$ ， $P < .01$ ），可見根據控制變項所得的典型變項與根據效標變項所得的典型變項之間有密切關係存在。由控制變項和效標變項在第一個典型因素之負荷量的大小可以看出：就國中一年級而言，六個控制變項之中，主要的係「智力」、「學業」和「成就動機」三者，以第一個典型因素為媒介，而影響到「概念」、「計算」和「應用」等所有的三個效標變項。就國中二年級而言，則以「智力」和「學業」二者經由第一個典型因素而影響所有的三個效標變項。顯然的，不管「概念」、「計算」或「應用」的成績，都可假定能夠受到學生的「智力」和「學業」的影響。前節的討論已經提到過，用迴歸分析處理的結果，國中一年級以「智力」、「學業」、「成就動機」三者，國中二年級以「智力」和「學業」兩者為預測期末測驗總分的最重要預測用變項。這裏用典型相關分析處理的結果正與用迴歸分析處理的結果相吻合。

表十七和表二十還顯示一個事實：那就是「概念」、「計算」和「應用」等三個效標變項在第一個典型因素上的負荷量都很高（至少在.800以上）。這點表示這三個效標變項所代表的能力相當接近。由表十六和表十九可以看出「概念」、「計算」和「應用」三個效標變項本身之間的單純積差相關都很高（國中一年級， $r_{78} = .79$ ， $r_{79} = .61$ ， $r_{89} = .70$ ；國中二年級， $r_{78} = .74$ ， $r_{79} = .77$ ， $r_{89} = .83$ ，均為 $P < .01$ ），更可支持這種看法。猜測起來，可能有兩個原因造成此一現象。第一，「概念」、「計算」、「應用」三者事實上就是彼此有關連的，例如數學概念愈清晰，計算得愈好，也愈能處理應用問題。第二、本研究所編「國民中學數學成就測驗」雖然係編來評量「概念」、「計算」和「應用」等三種學習成就，但可能並沒真正編到每部分均能純粹測出所欲測的那一種成就，例如說要測「應用」方面的成就，却也測到「概念」和「計算」方面的學習成就。到底原因何在，則難以肯定。不管如何，這點暗示本研究的效標變項只要用期末測驗「總分」便可以了。

大體上說來，表十六利用國中一年級資料所得的交互相關矩陣，與表十九利用國中二年級資料所得的交互相關矩陣，呈現非常相似的組型。利用雪費爾轉換法（參看林清山，民國65年，PP.217—218）進行相關值顯著性考驗後，顯示大部分的相關係數都達到顯著水準（表十六裏，如果 r 的轉換值 $Zr > .106$ 以上時， $P < .05$ ；表十九，如果 r 的轉換值 $Zr > .103$ 以上時， $P < .05$ ）。其中，「智力」與「學業」的相關，國中一年級高達.73，二年級高達.76，顯示智力測驗分數愈高者，未實驗前的數學成就也較高。「教師知覺—民主式」與「教師知覺—期望差距」的相關高達-.74或-.72，顯示在「教師領導行為問卷上的「期望差距」分數愈高者，愈覺得他們的數學教師領導行為不民主，亦即「民主式」量尺上的得分愈低。這與一般的發現可以說是完全相同的。

此外，由表十六和表十九還可以看出，「智力」或「學業」兩個控制變項與三個效標變項或與「總分」之相關都很高；而且，三個效標變項及總分四者之間的交互關係數也都特別高。這一點說明

了爲什麼表十七和表二十進行典型相關分析之結果，我們會發現主要的係「學業」和「智力」二者經由典型因素而影響到所有的三個效標變項的原因所在。

四、本研究的發現在國中數學教育上的含義

數學科有一個較爲特殊的性質，便是其教材結構本身有一定較合理的順序，依此順序學習，則較能產生有利的垂直遷移。所以學生如果因某一種原因而未能具備達成某一學習目標所需的子技能（subskills），亦即茲聶所說的「先決條件」(prerequisites)時，不但不能達成該項學習目標，而且其後有關的一系列學習也將受到不利的影響（參看林清山，民國66年）。本研究的研究結果可支持這種說法：在迴歸分析和典型相關分析中，「學業」這一變項均顯示具有最大的影響力，亦即國小數學成就可影響到國中一年級的數學成就；國中一年級的數學成就又可影響到國中二年級的數學成就。由此可見，數學科的學習困難一部分原因可能來自於學生缺乏應該具備的子技能或起點行爲。如果教師在平時的教學裏，只顧趕進度，只顧打分數、評等第（總結性評量），而不隨時利用評量工具發現學生是否具備應有的子技能，是否學習充分精熟，或檢討自己的教學的品質是否達到應有的水準，是否達成預期的目標（形成性評量），則造成學生數學科的學習困難乃是意料中的事。

其次，因爲數學是研究自具體世界的許許多多特殊事物中抽象化出來的秩序（order）和形式（form）的一種學問（Butler, Wern & Banks, 1970, pp. 43-46），所以數學教材本身通常較爲抽象，數學概念及原則真正了解也較不容易。如果教師不能夠依照每一位學生的認知發展水準或智力程度，而將數學教科書的教材，加以轉譯或加以具體化，使能配合學生的認知發展，學生將無法吸收教師所欲交代的數學概念，使之納入自己的認知結構。這是布魯納和皮亞傑所一再強調的。本研究顯示「智力」乃是與數學科學習成就有密切關係的變項，因之數學教學如果要真正成功，就不能不考慮學生的認知發展或智力程度的問題。由於社會變遷之故，國中階段年齡的學生均有機會進入國中就讀。在採取大班級教學和在不論智力程度如何均採用同一種教科書的現狀下，教師事實上很難因學生的認知發展和學習成就之不同，而使用不同難度之教材，調整不同的教學進度和步調。而這點正是國中生數學科的學習困難重要原因之一。可見，及早實現個別化教學的理想是件多麼重要的事！

由於使用多變項共變數分析法將可能干擾實驗結果的來源予以控制之後，本研究的實驗假設仍然可以得到支持，本研究的研究者們認爲，國中數學科教師在每次教學之前，要多留意所要呈現的教材之學習困難所在；在教學進行過程中，要設法及早發現有學習困難的學生，並及時予以補救教學。這樣，則國中生在數學科方面的學習困難便可顯著的減少，對提高國中生數學科的學習效率，當會有很大的幫助。

參 考 文 獻

- 吳武典、陳秀蓉：教師領導行爲與學生的期待、學業成績就及生活適應。師大教育心理學報，民國67年，11期，87—104頁。
- 林清山：數學課程設計和數學教學的理論基礎（上）。師大科學教育月刊，民國66年，11期，10—104頁。
- 林清山：數學課程設計和數學教學的理論基礎（下）。師大科學教育月刊，民國66年，12期，4—10頁。
- 林清山：心理與教育統計學。台北：東華書局，民國65年修正版。
- 郭生玉：國中低成就學生心理特質之分析研究。師大教育研究所集刊，民國62年，15輯，451—543頁。
- 張春興、陳李綢：國小男女生學業成績的性別差異與其教師性別的關係。師大教育心理學報，民國64年，9期，1—20頁。
- 簡茂發、許錫珍：國中新生適用「學科成就測驗」第一種。師大教育心理系印，心理測驗實施手冊

(第二册), 民國66年。

- Barclay, J. R. *The Barclay Classroom Climate Inventory: A users' manual*. Lexington, Ky: Educational Skill Development Inc., 1974.
- Bloom, E. S., Hastings, J. T. & Madaus, G. F. (eds.): *Handbook in formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill, 1971.
- Butler, C. H., Wren, F. L. & Banks, J. H. *The teaching of secondary mathematics*. New York: McGraw-Hill, 1970.
- Carroll, J. *A record of school learning*. Teachers College Record, 1963, 64, 723-733.
- Cooley, W. W. & Lohnes, P. R. *Multivariate data analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1971.
- Finn, J. D. *A general model for multivariate analysis*. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1974.
- Finn, J. D. MULTIVARIANCE: *Univariate and multivariate analysis of variance, covariance and regression*. Version 6. 1, September, 1977.
- MAPS— *A multiple analysis program system for behavioral science research*: PROGRAM CANNON & STEPREG.
- Silberman, M. L. Behavioral expression of teachers' attitudes toward elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 1969, 60, 402-407.

Bulletin of Educational Psychology, 1979, 12, 15-34.
Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, China.

**THE EFFECTS OF INFORMATION FEEDBACK
OF LEARNING DIFFICULTIES ON JUNIOR HIGH SCHOOL
STUDENTS' MATHEMATICS ACHIEVEMENT**

CHUNG-HSING CHANG

CHEN-SHAN LIN

DER-HSIN FAN

LI-CHOU CHEN

ABSTRACT

To investigate the effects of information feedback of learning difficulties to mathematics teachers on students' mathematics achievement, an one-year experiment was conducted in two junior high schools, in which 710 students of grades 7 and 8 were sampled and divided into Experimental Group and Control Group. The teachers of Experimental Group were given information concerning students' learning difficulties before instruction, and were asked to find out learning difficulties by means of unitary diagnostic tests and to remedy them immediately after instruction. The students of Control Group were distributed in other ordinary classes wherein they received regular instruction only. The data collected after one-year experiment were analyzed by Multivariate Analysis of Covariance, with test scores on Principles and Rules, Calculation, and Application as criterion variables, and with Intelligence, Pre-achievement, Achievement Motivation, Social-economic Status, and Perception-toward-Teachers as control variables. It was found that the overall mathematics achievement of the Experimental Group students was significantly higher than that of the Control Group students. The data were also analyzed by Stepwise Regression Analysis and Canonical Correlation Analysis. Results showed that Pre-achievement and Intelligence were the best two predictor variables of students' mathematics achievement. Accordingly, the authors suggest that (1) more emphasis be put on formative evaluation than on summative evaluation, (2) provide more opportunities for students to master every important subskills in learning hierarchy, and (3) learning be carefully scheduled to match each student's cognitive development level.