

第參章 研究方法



本章將就本研究的研究方法進行說明，共分為四節，第一節為「研究設計」，第二節為「研究對象」，第三節為「研究步驟與流程圖」，第四節為「研究工具」。

第一節 研究設計

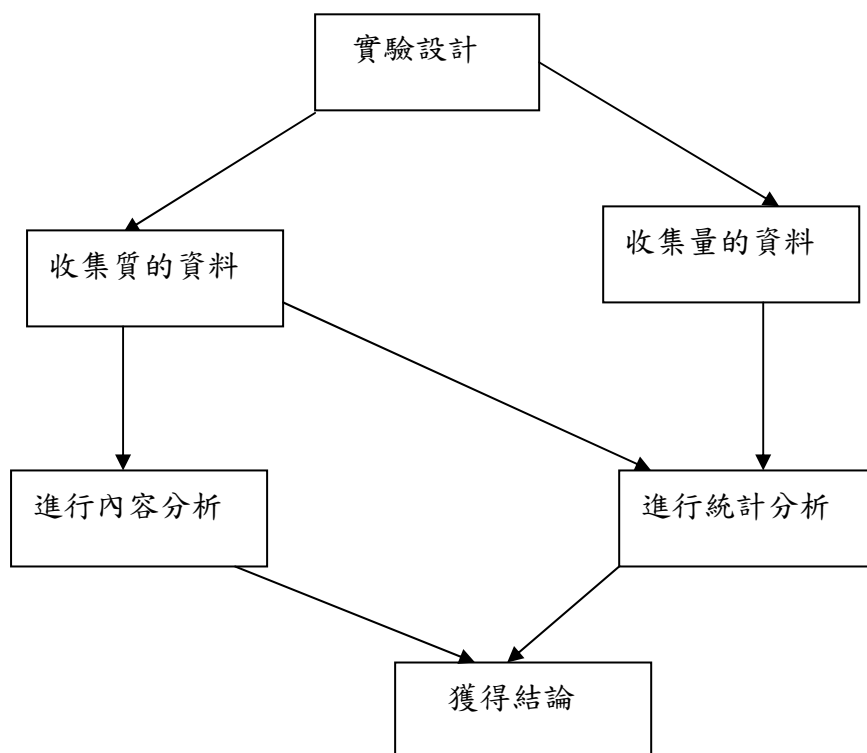
本研究目的是瞭解高一學生對一元二次不等式的解題常出現哪些主要的錯誤類型，再分析形成那些主要錯誤類型的原因，藉以提出教學改進策略，實際應用於補救教學中。希望能幫助學生做更有效的學習，更希望能提供教師們做為一元二次不等式教學或補救教學時的參考。

為能確實瞭解高一學生在一元二次不等式的解題及運算常出現哪些主要的錯誤類型及形成原因，本研究將從兩方面收集資料。藉由研究者自編的「一元二次不等式的解題測驗」(詳見附錄一)調查高一學生在一元二次不等式的解題時常出現的錯誤類型，再經由面談的過程，進一步瞭解學生解題時的想法及運算過程與犯錯的原因。面談的方式是採用非結構式的晤談方式進行，並不侷限於某些問題，希望能更清楚知道學生在處理一元二次不等式問題時所採取的策略及規則。為了確定學生所使用的運算規則，在面談過程中會再寫出與紙筆測驗中的試題類似或相同的問題，並要求學生當場作答，以確認學生解題的方法，並提供後續問題的題材。面談時，會將整個面談過程錄音，事後由研究者將錄音的內容轉成文字稿。研究者再綜合學生在紙筆測驗、面談的結果，分析學生在解一元二次不等式問題時的想法、主要的錯誤類型並探討學生犯錯的原因。

根據學生在一元二次不等式解題時主要的錯誤類型及犯錯的原因，研究者再

編製「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」(詳見附錄二)，篩選出在正常教學情況之下犯那些主要錯誤類型的學生，並利用課餘時間，由研究者根據那些錯誤類型產生的原因，進行適當的補救教學活動，希望能導正及改善學生在一元二次不等式的解題錯誤與迷思概念。

整體而言，本研究的實驗設計模式(圖 3-1-1)是參考 Patton (1991) 純假設---演繹的模式。在錯誤類型及原因調查階段，依據高一學生在「一元二次不等式的解題測驗」的答題情形，作答題正確率的統計分析，並針對學生解題的過程，進行內容分析。在補救教學階段，一方面根據學生在「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」的前、後、延後測的答題正確率及錯誤類型的改變，收集量的資料作相關統計量的比較，另一方面收集質的資料進行內容分析。



【圖 3-1-1】 實驗設計模式

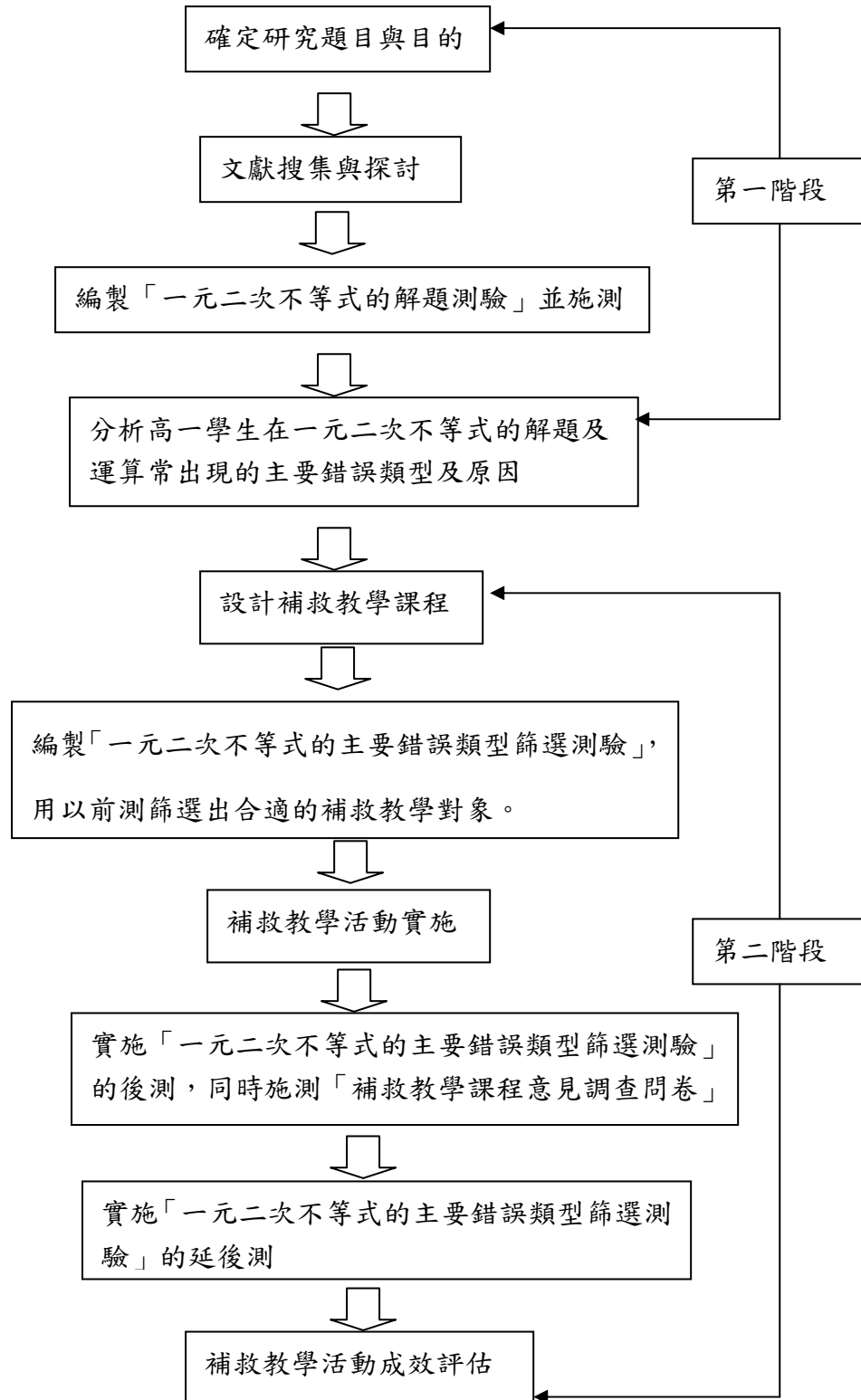
第二節 研究對象

本研究主要分成二階段。第一階段旨在找出高一學生在一元二次不等式的解題及運算常出現哪些主要的錯誤類型及形成原因。為了方便進行後續研究，此階段的研究對象是由研究者任教的學校——北區某公立高中，於 92 學年度抽出三個高一班級共 118 名學生作紙筆測驗並挑選適當的學生作臨床面談，以瞭解學生在一元二次不等式主要的錯誤類型及犯錯的原因。為求有效的配合與支持，研究的班級及學生並非隨機抽樣，而是商請肯配合的班級支援。雖然參與的學生其入學時的基測成績並非很高，總分介於 200 至 240 之間，但求學的態度是認真且用心的。

第二階段的研究欲探討補救教學之成效。因此，研究者首先根據由前一階段所找出高一學生在一元二次不等式的解題及運算常出現的主要錯誤類型及形成原因後，再編製一份「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」，並用此測驗對研究者 93 學年度任教的兩個高一班級中共 86 名學生進行施測，篩選出犯錯情形嚴重的 16 名學生，參與課後的補救教學活動。這 16 名學生其入學時的基測成績的總分約在 190 至 205 之間，而數學期末成績大多在 50 至 65 之間，他們多數認為高一數學難度高且不容易學，但是對於有機會參與課後的補救教學活動並改善其錯誤，都表現出濃厚的參加意願。

第三節 研究步驟與流程圖

依據研究的目的，本研究的研究流程如圖：



【圖 3-3-1】 研究過程流程圖

本研究的實施步驟與過程之細節說明如下：

一、第一階段

(一) 準備階段

1. 閱讀文獻以及收集補救教學相關資料。
2. 與學校內資深數學教師討論，了解學生在一元二次不等式的學習可能遭遇的學習困難。
3. 經過與指導教授討論數次之後，確定本研究的研究主題以及研究所採用的理論架構。然後開始著手設計相關的研究工具，編製所需的測驗-----「一元二次不等式的解題測驗」。
4. 挑選第一階段合適的研究對象，並尋求研究對象班級的導師及數學教師的協助，以確定適當的時間施測「一元二次不等式的解題測驗」。

(二) 錯誤類型調查階段

為了瞭解高一學生在一元二次不等式的解題及運算常出現哪些主要的錯誤類型及形成原因，除了閱讀相關研究及文獻之外，研究者於93年1月13日於研究者任教的學校，以「一元二次不等式的解題測驗」對三個高一班級共118學生作紙筆測驗，並挑選適當的學生作臨床面談。

統計整理所有學生在「一元二次不等式的解題測驗」中每一題的答題情形，並對每一題的答題情形進行編碼，統計答對的人數，空白的人數及答對率；歸納分析學生的錯誤情形，統計各種錯誤類型的人數及錯誤率。再由學生作答的計算過程，並搭配與學生面談瞭解其解題時的想，以徹底釐清學生在一元二次不等式的教學完畢之後，對一元二次不等式的解題及運算上常犯哪些主要的錯誤類型與犯錯的原因。

二、第二階段

(一) 補救教學活動準備階段

1. 設計補救教學活動：

瞭解高一學生在一元二次不等式的解題及運算上常犯哪些主要的錯誤類型與犯錯的原因後，根據那些錯誤類型與犯錯的原因，設計電腦補救教學活動，以期修正學生的錯誤，增進學習的效果。

2. 實施「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」前測：

根據高一學生在一元二次不等式的解題及運算常出現的主要的錯誤類型，研究者編製「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」。於民國 94 年 1 月 14 日，在一元二次不等式的課程內容授課完畢之後，對研究者任教的兩個高一班級進行「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」前測。

3. 挑選補救教學對象：

分析「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」前測的結果，從中挑選第二階段合適的同學作為日後參與補救教學的對象。

(二) 補救教學活動實施階段

研究者針對挑選出的對象，進行小團體式的補救教學活動(詳見附錄四)。整個補救教學活動共有三堂課，上課的時間為民國 94 年的四月一日第一次段考結束後的下午休假及四月四日的班會時間。整個活動的過程，研究者請實習教師幫忙，利用數位攝影機及錄音機記錄整個教學活動。

(三) 評估補救教學活動成效階段

1. 後測與延後測的實施：

在完成整個補救教學活動後，研究者對所有的補救教學對象，再進行一次「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」後測，其內容和題目和前測完全相同並請學生填答補救教學課程意見調查問卷(詳見附錄五)，藉由前後兩次測驗的答題正確率及主要錯誤類型的改變情形，以評估補救教學活動是否具有成效。並於補救教學活動結束後一個月進行延後測，藉以評估補救教學活動對學生的學習具有多大的保留效果。

2. 測驗結果的分析

整理出參與補救教學學生在「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」(前測、後測、延後測)的各題、個人答題正確率及所犯的錯誤類型，並整理「補救教學課程意見調查問卷」的調查結果，然後依所要研究的問題作資料分析。

第四節 研究工具

為能達成研究的目的，本研究利用下面幾項研究工具來搜集所需的資料，茲將內容說明如下：

一、數位器材

本研究所使用的數位器材含：電腦、錄音筆、數位錄影機。其中電腦為一部 Notebook，內含 XP 的作業系統，且備有 PowerPoint 等軟體。錄音筆是用來記錄研究者進行補救教學、訪談的過程，數位錄影機為用來記錄補救教學的實際情形。

二、一元二次不等式的解題測驗

為了研究所需，研究者編製了「一元二次不等式的解題測驗」(附錄一)，以調查高一學生在一元二次不等式的學習情形，並探討在解題及運算上有哪些主要的錯誤類型與犯錯的原因。

1. 「一元二次不等式的解題測驗」試題的效度

為了使試題具有代表性及有效性，除了參閱吳季鴻 (2000) 對高三生所作的「一元二次不等式的運算測驗」題目外，更根據研究者的教書經驗，參考高級中學數學科教學目標、高中數學科教師手冊、不同版本的數學課本等多方面的資料，並與專家教師討論，最後再經指導教授的修定與指正，設計出「一元二次不等式的解題測驗」，題目共 21 題以 60 分鐘的測驗時間為主，因此這份測驗具有內容效度與專家效度。

2. 「一元二次不等式的解題測驗」試題的信度

為了瞭解評量工具內部的一致性，本測驗的信度利用 SPSS 測得 α 係數為 0.773。

3. 「一元二次不等式的解題測驗」的雙向細目表

本雙向細目表是採用 NAEP 數學技能評量架構所分類而成。在此架構

中，數學技能可分為三類：概念理解、過程知識和解題能力。詳細說明如下(引自楊榮祥，1992，pp.10-11)：

(1) 概念理解 (conceptual understanding)：當學生能表現下列各項行為或事實時，即表示其能理解某一概念：

- a. 能辨識、指認，舉出實例或反例。
- b. 能運用有關概念的模型、圖表及各種表徵。
- c. 能指認並運用有關原理。
- d. 能運用事實與定義以說明概念。
- e. 能比較、比對，並統整有關概念與原理。
- f. 能指認、說明，及運用有關概念與符號、代號或術語。
- g. 能解釋數學概念有關的假設與關係。

(2) 過程知識 (procedural knowledge)：當學生能表現下列各項行為或事實時，即表示其具有數學的過程知識：

- a. 能判別或判斷具體模型或符號運用方法(symbolic methods)過程的正確性或適切性。
- b. 能修改或充實解題過程。
- c. 能運用各種不同的數學邏輯(numerical algorithms)以有效率地解決數學問題。
- d. 能讀能設計圖表以表現過程。
- e. 能執行幾何構圖。
- f. 能操作非計算技能如四捨五入排序等。

(3) 解題能力 (problem solving)：此項能力包括下列各能力：

- a. 推理與分析能力。
- b. 指認並形成問題的能力。
- c. 判辨數據的充分性(sufficiency)與均質性(consistency)。
- d. 運用策略、數據模型。

- e. 產生、修訂、充實過程。
- f. 空間推理、歸納推理、演繹推理、統計推理、比例推理等能力。
- g. 判斷問題答案或方法的正確性。

根據此架構，「一元二次不等式的解題測驗」的雙向細目表如【表 3-4-1】：

【表 3-4-1】 「一元二次不等式的解題測驗」的雙向細目表

數學內容		認知層次		概念理解	過程知識	解題能力	合計
		完全平方型	非完全平方型				
不等式的基礎觀念	不等式的解的意義	一.1	一.3				2
	不等式解的個數	一.4					1
	解一元一次不等式				一.2		1
	由一元二次不等式的解反推不等式					四.1	1
給一元二次不等式的代數式，求解一元二次不等式	可以因式分解	完全平方型			二.5 二.6 二.10		3
		非完全平方型			二.1 二.3 二.8		3
	不可以因式分解	判別式大於 0			二.2 二.4 二.9		3
		判別式小於 0			二.7		1
二次函數的圖形和一元二次不等式的聯結	從二次函數的圖形求解一元二次不等式					三.1 三.2 三.3 三.4	4
	由二次函數的圖形的性質得知一元二次不等式恆正或負的條件					四.2 四.3	2
合計				3	11	7	21

三、一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗(前測、後測、延後測)

由高一學生在一元二次不等式教學完畢之後，施測「一元二次不等式的解題測驗」，從中整理分析出其重要錯誤類型，並根據此錯誤類型及其產生的原因，編製「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」(前測)(詳見附錄二)，其題目有三大題共 18 個小題，用以篩選出補救教學的研究對象，並在補救教學活動結

束之後，實施「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」(後測、延後測)。

為了方便瞭解補救教學活動是否有效及保留程度如何，前測、後測，延後測的題目均為相同。下表為「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」與欲檢測的主要錯誤類型的對照表。

【表 3-4-2】「一元二次不等式的主要錯誤類型篩選測驗」與檢測錯誤類型對照

檢測的錯誤類型		題 號
任意開方		一、1 一、2 一、3
任意平方		一、10
將領導係數當成正數來處理		一、4 一、5 一、6、二、2
產生虛數比大小的謬誤		一、7 一、8 一、9
過度使用「無解」的概念		一、7 一、8 一、9
不會由二次函數圖形直接看出所對應之一元二次不等式的解		二、1、二、2、二、3 二、4
不知 $ax^2 + bx + c$ 恆 為正數或恆為 負數的充要條 件	不懂二次函數和 x 軸無交 點的條件	三、1
	不懂二次函數恆在 x 軸上 方的條件	三、2
	二次式恆為正數或恆為負 數的判斷	三、3 三、4
變號處理錯誤		一、4 一、5 一、6 一、8 一、9 三、1 三、4

四、補救教學活動

此部份的重點為研究者透過自編的教學活動，對在一元二次不等式解題時犯錯情形嚴重的學生實施補救教學活動，活動設計的主要原則為：

1. 強化學生對不等式的運算邏輯；
2. 揚棄其它解法，以圖解法為主要解題策略；
3. 建立並強化學生對一元二次不等式和二次函數的圖形作正確的聯結。

全部的活動共有十三個，費時三小時，於數學科資源教室以電腦進行補救教學，所有教材內容均以 PowerPoint 呈現，藉由 PowerPoint 可以動態、小步驟呈現和可重覆操作的特性來教學，並搭配以 Visual Basic 程式所寫成的二次函數繪圖軟體，教導學生直觀地了解二次函數圖形與 x 軸交一點、交兩點及無交點時的充要條件，並配合由研究者依教學內容所編製的學習單(詳見附錄三)，讓學生一面聽課一面完成學習單的內容，以加深學生上課時對課程內容的印象增進學習的成效。

在下列任一個有關一元二次不等式圖解教學的活動中，為了不讓學生學習時只專注於某一種型式不等式，因此我們在 $ax^2 + bx + c < 0$ 、 $ax^2 + bx + c > 0$ 、 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 、 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 這 4 種型式不等式中隨意挑選一個作為代表來教學，其餘的不等式則在作完該代表不等式的教學後抽取其中一至二個，以口頭詢問學生或列在學習單(詳見附錄三)上讓同學練習。為方便描述，在此均以 $ax^2 + bx + c < 0$ 來表示教學進行時所使用的不等式，整個補救教學活動的設計及內容，請參閱第五章第一節及附錄四，在此概述如【表 3-4-3】：

【表 3-4-3】補救教學活動設計表

主題名稱	一元二次不等式主要錯誤類型的補救教學		指導老師	陳聖雄	學生人數	16 人
教學資源	電腦、單槍投影機、PowerPoint、Visual Basic 等軟體			授課時間	3 小時	
先備知識	<ol style="list-style-type: none"> 會因式分解求一元二次方程式的兩根 會公式解求一元二次方程式的兩根 					
教學目標	<ol style="list-style-type: none"> 透過補救教學後，能了解不等式的四則運算及和等式運算的差異。 透過補救教學後，能導正任意平方、任意開方、虛數比大小、將領導係數當成正數來處理、過度使用無解概念、變號處理錯誤的錯誤類型。 透過補救教學後，學生能畫出二次函數簡圖並求出圖形和 x 軸交點。 透過補救教學後，能直接由二次函數圖形讀出圖形上點坐標的意義。 透過補救教學後，能直接由二次函數圖形中看出一元二次不等式的解。 透過補救教學後，能知道二次函數圖形恆在 x 軸上方(或下方)的條件。 透過補救教學後，能知道 $ax^2 + bx + c$ 恆為正數或恆為負數的充要條件。 					
教學活動	教師活動	學生活動	時間	工具		
活動 1-4	<ol style="list-style-type: none"> 利用 PowerPoint 作不等式運算邏輯的教學。 利用 PowerPoint 作 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩根為相異有理根的一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的動態圖解教學。 	<ol style="list-style-type: none"> 聆聽並完成學習單上的內容。 解隨堂練習題。 	50 分鐘	<ol style="list-style-type: none"> 電腦 單槍投影機 PowerPoint 		

教師活動	教師活動	學生活動	時間	時間
活動 5-8	<ol style="list-style-type: none"> 以 Visual Basic 程式的寫成二次函數繪圖軟體作二次函數圖形與 x 軸交點條件的教學。 利用 PowerPoint 作 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩根為相等有理根的一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的動態圖解教學。 利用 PowerPoint 作 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩根為無理根的的一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的動態圖解教學。 	<ol style="list-style-type: none"> 聆聽並完成學習單上的內容。 解隨堂練習題。 	50 分鐘	<ol style="list-style-type: none"> 電腦 單槍投影機 PowerPoint Visual Basic
活動 11-13	<ol style="list-style-type: none"> 利用 PowerPoint 作 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩根為虛根的的一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的動態圖解教學。 二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為所有實數的充要條件教學。 二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解為所有實數的充要條件教學。 應用二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 恆成立的條件去解題的動態圖解教學。 	<ol style="list-style-type: none"> 聆聽並完成學習單上的內容。 解隨堂練習題。 	50 分鐘	<ol style="list-style-type: none"> 電腦 單槍投影機 PowerPoint

五、補救教學活動的學習單

為了使參與補救教學的學生，在活動進行中有充分的參與感且於課後有複習的材料，本研究特別編製了學習單(詳見附錄三)，其內容涵蓋了上課的內容、練習的題目、繪二次函數圖形所需的坐標平面、相信對提升學生學習的成效有所幫助。

六、補救教學課程意見調查問卷

為了瞭解參與補救教學的學生在活動進行中的學習情形，本研究特別編製了補救教學課程意見調查問卷(詳見附錄五)，其內容涵蓋了上課的意願、上課的學

習情形、對教材內容的接受度，以及對以電腦作為輔助工具的看法等，從學生回答的情形相信會對研究者評估補救教學的成效提供一些解釋的答案。

七、非結構性的面談計畫

研究者採用非結構性的面談瞭解學生在當時解題時的想法，並由研究者以引導的方式，使學生在和諧的氣氛下，說出解題當時的想法以便分析學生犯錯的原因。面談的對象係將學生在「一元二次不等式的解題測驗」中的作答情形做統計處理，統計出答錯的學生人次及每題各種錯誤類型犯錯的人次，並挑選出適當的面談人選。

八、研究者

研究者畢業於台灣師範大學數學系，有16年的教學經驗。而在本研究中，研究者的進行角色為（1）研究者：持續進行研究；（2）補救教學活動設計之發展者：蒐集資料、設計與安排教學活動；（3）教學者：進行教學。

九、研究限制

1. 樣本數少，推論有限

本研究僅以北區的某一所高中之一年級學生作為研究樣本，故所得的結果只能推論到相同地區或類似樣本而已，至於本研究的結果是否能推論到其他地區的學生，則應特別謹慎考慮，並有待進一步的研究。

2. 解題過程不完全，以致資料分析困難

有些學生喜歡腦中思考，其解題過程常常是省略了某些步驟；另外有些學生則是未解題成功則將解題過程全部擦掉，此部份只能依據教師上課觀察記錄及學生在試卷上所遺留的解題痕跡加以訪談補充詮釋。雖然已在施測前叮嚀學生每題均要作答且儘量寫出計算過程，但仍有部份學生未完全配合，以至於增加了資料分析上的困難。

3. 訪談時間的限制

完成筆測後，研究者將試卷批閱完畢，並確定訪談對象。但因學生課業

繁忙，以至於訪談的時機稍有耽擱；在訪談過程中，多數學生對於其原先作答的方式與想法，印象已經有點模糊。所以訪談時只好先參考學生先前的作答情況，從原試卷中將各類型的題目，先挑選幾題請學生重做，再依據學生當下的作答情況加以訪談，以進一步了解其解題策略及思維。