

第參章 研究方法

本研究指在探索學生於動態幾何環境下學習廣義角，對廣義角的程序性知識與敘述性知識的認知有無影響，及是否對學生學習廣義角的三角函數造成影響

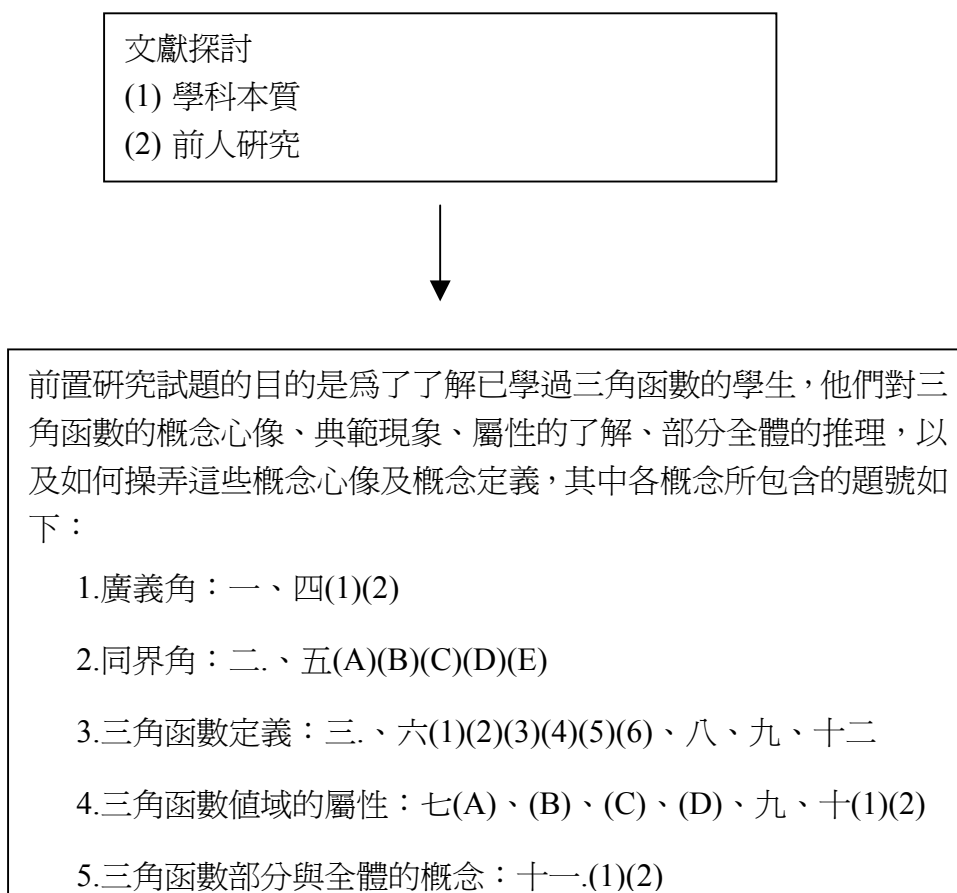
筆者希望藉由本研究瞭解學生如何操弄廣義角，以作為教學之改進，並且期待動態幾何環境能幫助學生有效學習廣義角，以作為學習廣義角的三角函數之基礎。

所以，本章由研究流程、研究對象、研究工具、GSP 環境的設計、實驗教學的實施、資料蒐集與資料處理來做說明。

第一節 研究流程

首先，筆者用以下流程圖表示此次研究的流程：

(圖 3-1 研究流程圖)



前置研究試題施測(九位高二學生)

前置研究試題施測果結果分析

確定研究問題

前測設計：

對象：高一實驗組與對照組成員、高二已學過三角函數的學生

目的：要測驗高一學生在學習三角函數之前對角、各類三角形邊長比、畢氏定理、函數、座標表示法等先備知識的瞭解，及高二已學過者對上述知識的概念、心像與高一學生有何異同。

理念：(1)學科本質

(2)概念心像與概念定義

各題想測的概念：

相似三角形邊長比：1.(1)(2)、2.(1)(2)(3)、3.(1)(2)(3)(4)

角度觀念：5.(1)(2)(3)(4)(5)(6)

函數概念：4.(1)(2)(3)

座標表示法：6.(1)(2)

三角函數：1.(3)、2.(3)、3.(2)(3)(4)、6.(2)

↓

前測分析

↓

教學設計：

單元：廣義角

根據：

- (1) 實驗組：
 - (A) 動態幾何軟體
 - (B) 學科本質
 - (C) 前置測驗(九位高二的學生)、前測之結果
 - (2) 對照組：
 - (A) 學科本質：
 - (B) 前置測驗(九位高二的學生)、前測之結果
- ↓

後測工具之設計：

目的：想知道學生學完廣義角後對廣義角程序性知識、概念性知識的了解程度，及如何操弄廣義角

- 根據：
- (1) 學科本質
 - (2) 雙向細目表
 - (3) 前測、前前測的結果
- ↓

實驗開始

↓

實施後測
後測實施的時間有二：
1. 單元教授完的下一星期
2. 單元教授完的下二星期



後測分析



訪談設計：
根據：
(1) 學科本質
(2) 後測結果



後測訪談



訪談分析



結果分析

第二節 研究樣本

一.實驗組與對照組之選取：

(1) 本研究的研究對象設定為台北市高中一年級兩班學生為研究樣本，此兩班皆採 S 形常態編班。實驗組發出 42 份問卷，回收有效問卷 36 份；對照組發出 44 份問卷，回收有效問卷 38 份。

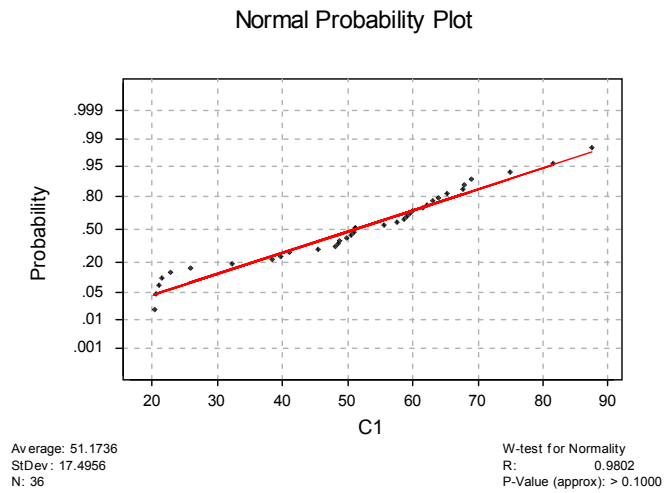
下表為實驗組學生及對照組學生學生上學期三次月考及下學期第一次月考的數學平均成績與標準差，及月考數學平均成績之比較表：

(表 3-1 實驗組與對照組起始成績比較表)

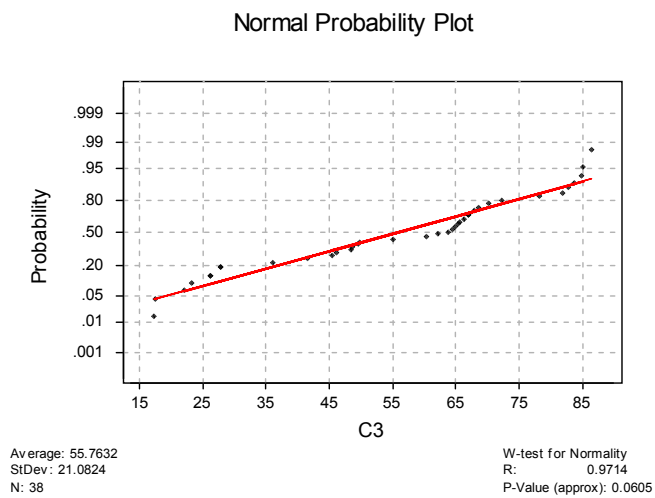
	第一次月考	第二次月考	第三次月考	第四次月考	月考平均
實驗組平均	61.47	52.5	49.53	41.19	51.17
實驗組標準差	21.76	18.67	20.21	23.23	19.38
對照組平均	60.21	56.37	55.92	50.54	55.76
對照組標準差	18.88	22.58	23.79	18.4	18.96

根據兩組的每位學生月考的平均成績，藉由統計軟體 Minitab Release12.1 的處理(如下表所示)，利用 Ryan-Joiner test，我們發現實驗組與對照組均為常態分佈(即 P-Value 皆大於 0.05)：

(圖 3-2 實驗組的常態檢定)



(圖 3-3 對照組的常態性檢定)



由於兩組均為常態分佈，所以再利用 Microsoft Excel 中的 F-檢定：兩個常態母體變異數的檢定，如下表所示：

F 檢定：兩個常態母體變異數的檢定			
	實驗組	對照組	
平均數	51.17361111	55.76315789	平均數
變異數	306.0957837	444.4694168	變異數
觀察值個數	36	38	觀察值個數
自由度	35	37	自由度
F	0.688676818		F
P(F<=f) 單尾	0.135096635		P(F<=f) 單尾
臨界值：單尾	0.57218319		臨界值：單尾

(表 3-2：實驗組與對照組起始成績之 F 檢定)

F-檢定可傳回表示兩組資料(樣本數允許不同)的變異數是否存有顯著差異之右尾機率值(P 值)，其虛無假設 H_0 ：實驗組的變異數 = 對照組的變異數；對立假設 H_1 ：實驗組的變異數 \neq 對照組的變異數；在判斷檢定結果時只需看此 P 值之二分之一是否小於所指定顯著水準之 α 值，若小於則須揚棄虛無假設 H_0 而接受對立假設 H_1 。因為我們的 P 值的二分之一大於 $\alpha=0.05$ ，所以不能揚棄虛無假設，故實驗組組與對照組的變異數相同。

二.訪談對象之選取：

後測訪談對象：實驗組、對照組各取 9 人。其中根據後測總分的第一四分位選取 1 人，中位數選取 2 人，第三四分位選取 1 人，程序性試題得分減 procept 試題得分為負的最高分者及第二高分者，程序性試題得分減 procept 試題得分的最高分者及第二高分者，第二次月考最高分者共計 9 人。

三後測施測時間：

實驗組、對照組實施後測的時間分成兩個階段：第一階段施測時間統一於課程教授完的下一個星期一，施測時間為 50 分鐘，施測內容為廣義角的程序性知識；第二階段施測時間統一於課程教授完的下兩個星期一，施測時間為 30 分鐘，

施測內容為廣義角的 procept 知識。

實驗組於課程安排上，除了正常課堂上的教學，另外多了 3 個小時 GSP 佈置下的動態幾何教學環境。在這 3 小時中學生從入門開始學習操作 GSP，一直到廣義角的操作。而對照組則在一般常態下教師使用黑板及粉筆教授廣義角。

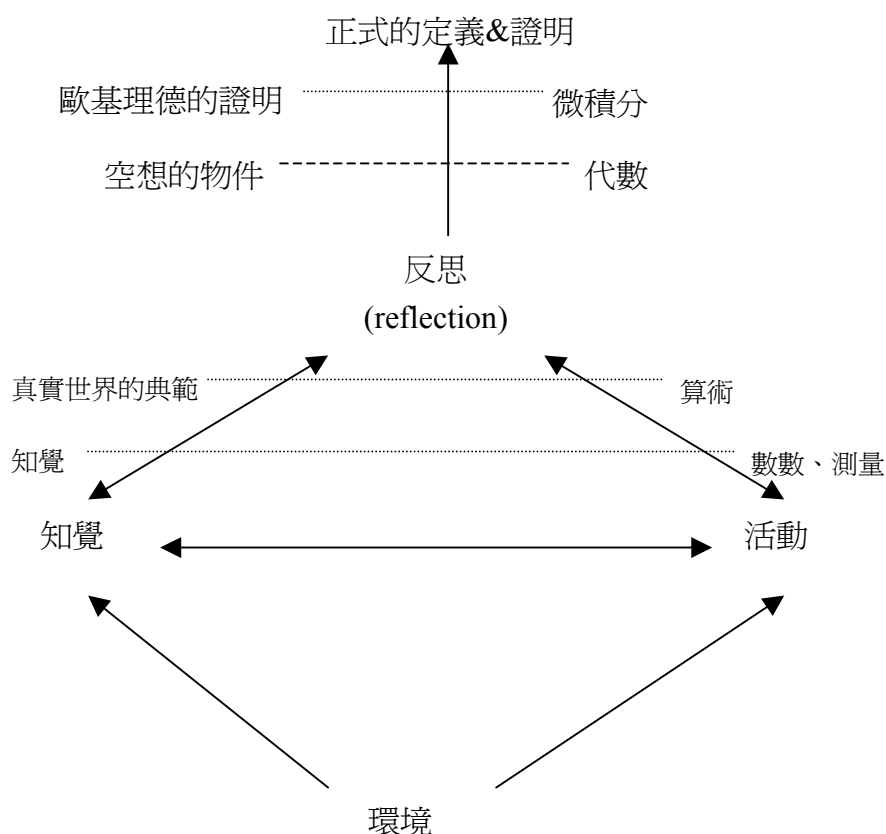
四.訪談施測時間：

後測訪談實施時間於第二次月考後的第一星期的星期二及星期四的下午，每位學生有 30 分鐘回答問卷及進行 10 分鐘的訪談。

第三節 GSP 環境的設計

設計理念：

David Tall 認為兒童幾何概念的認可並不一定由上而下或由下而上，且他認為可以用下圖來表示幾何發展：(圖 3-4 David Tall 幾何概念發展圖)



所以，根據 David Tall 的理論我們利用動態幾何軟體 GSP 來佈置實驗組教學環境。因為 GSP 這個動態幾何軟體可以提供一個環境讓學生能在其中操弄數學概念，也可以製作一些簡易的操作鈕讓學生觀察及歸納演繹數學概念。

E.D.Gagné 認為程序性知識(procedural knowledge)是瞭解事情要如何做的知識，它包含了動作技能、認知技能、及認知策略的知識；且他認為敘述性知識是瞭解“事件本身”的知識，是有關事實、理論、及物件的知識。所以，我們想利用 GSP 中 Transform 之 rotate 讓學生熟悉角的程序性知識，並在其中設計一個畫時鐘的小單元，希望學生能去思索及應用有向角。此外，根據前測的結果，在教學過程中我們也設計一些小單元及簡易按鈕來幫助學生瞭解有向角的性質，突破一個角必須介於 $0^\circ \sim 180^\circ$ 的迷失，並藉由觀察歸納及符號如角的表示法的使用來讓學生連接角的概念性知識與程序性知識。

第四節 後測工具設計

本侗後測試題是基於以下兩種考量：

(一) 知識的種類：

E.D.Gagné 將知識分成程序性知識及敘述性知識；相似地，David Tall 也將知識分成程序性知識及概念性知識，並認為符號是將這兩種知串起來的樞軸，而成爲 Procept 的知識。所以，我們將後測試題也針對 Procept 知識與程序性知識進行測驗，其中：

試題中包含 Procept 知識有：十一、十二₍₁₎₍₂₎₍₃₎₍₄₎₍₅₎

十三₍₁₎₍₂₎₍₃₎₍₄₎₍₅₎

試題中包含程序性知識有：三₍₁₎₍₂₎₍₃₎、四₍₂₎

五_{(A)(B)(C)(D)(E)}、六_{(A)(B)}

試題中包含概念性知識有：一、二、三₍₄₎、四₍₁₎、七_{(A)(B)}、八_{(A)(B)}、九、

十₍₁₎₍₂₎₍₃₎

此外，我們根據學科本質訂定了雙向細目表，而各試題欲測驗的內容如下表所示：

(表 3-3 廣義角之雙向細目表)

概念屬性 情境	構成要素	角的範圍	同界角		運算與位置
			代數關係 $\theta_2 = \theta_1$ $+360^\circ n$	幾何位置	
知覺	三 ₍₄₎	四 ₍₁₎	十三 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎		
操弄		三 ₍₁₎ 、八 _{(A)(B)} 十 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎ 十一、 十二 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎₍₄₎ 十三 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎	五 _{(A)(B)(C)(D)(E)} 六 _{(A)(B)} 、八 _{(A)(B)} 十 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎		七 _{(A)(B)}
構圖	一、	三 ₍₁₎₍₂₎₍₃₎ 四 ₍₂₎	十三 ₍₄₎	五 _{(A)(B)(C)(D)(E)} 六 _{(A)(B)}	七 _{(A)(B)}
論述	一、三 ₍₄₎	一	二、七 _{(A)(B)} 、 九、 十二 ₍₅₎ 、	二、九、 十二 ₍₅₎ 十三 ₍₅₎	七 _{(A)(B)}

第五節 訪談試題設計

訪談試題共三題(如附件七)，其設計目的分別如下：

1.第一題：

目的：想了解學生如何發展其三角函數的概念，並瞭解哪一因素是影響最大。廣角其學習歷程中所佔的地位為何？實驗與對照組在發展的過程中有無不同。

2.第二題：

目的：因為三角函數的原理是座標平面上廣義角與終邊上任一點之 x 、 y 座標的關係，所設計此題的目的是想了解再正式教授廣義角的三角函數之前，學生在學完廣義角時，是否能藉由操弄廣義角來對位置與角的關係做聯結，並做詳實的描述。

3.第三題：

目的：因為題目沒有說明向前轉或向後轉，也沒有提到座標平面，所以想藉由此題觀察學生是否能聯想到廣義角的概念，及在學習廣義角的概念之後，學生能否有正負角的概念，不再侷限於 $0^\circ \sim 360^\circ$ 。

第六節 教師

本次接受實驗的實驗組、對照組的班級任課數學教師不是同一人，實驗組的任教教師是師大數學系畢業，擔任數學教師的年資已有十餘年，對照組教師是師大數學系畢業之實習教師，其校內數學實習指導教師為實驗組之數學教師。此二位數學教師三角函數的概念圖，及如何教授三角函數如附件八(實驗組)、附件九(對照組)。