

第四章 研究結果

本章共有七節，第一至六節分別描述每位個案的教學活動及所展現的教學價值。其中，每一節均分成三個部分，第一部分則依序說明個案在實做前期的預習試教活動流程、個案的教學構思和價值以及個人的詮釋和結論；而第二部分則依序說明個案在實做後期的試教單元活動流程、個案的教學構思和價值以及個人的詮釋和結論；第三部分則描述每個個案從實做前期到實做後期之間，其教學價值的轉變情形。最後的第七節則進行跨個案的比較與分析。

由於六位個案的資料量過於龐大，因此，在附錄一到附錄二內僅附上寧寧(A₁)的各類完整資料，而其餘五名個案的詳細資料請參見「職前中學數學教師教學信念和價值的評量研究(2/3)」(金鈴，2005)。

第一節 寧寧

一、實做前期

寧寧的預習試教內容是高一上斜率單元的第一堂課(約四十分鐘)，大致的教學過程簡述如下。她先舉了一個生活中爬山的例子引入坡度的概念。因為要形容山的坡度並不容易，因此若能把「陡的程度」具體地來表示，甚至是用一個數字來表達的話，就可以知道一座山的傾斜狀況或是好不好爬。之後介紹坡度的算法，接著引入斜率的概念並介紹斜率的算法。在講解斜率的算法時，她強調「 $y_2 - y_1$ 除以 $x_2 - x_1$ 是有一定的順序的，若分子是用 P 的 y 坐標減掉 Q 的 y 坐標的話，那麼

分母也是要用 P 的 x 坐標減掉 Q 的 x 坐標(ST₁，上，教，C)」；接著說明「如果斜率是 m 的話，那就是代表 x 坐標每增加一個單位時，y 坐標就會增加 m 個單位(ST₁，上，教，D)」；再由學生在座位上寫三題例題(斜率分別為負、零、不存在)，然後抽點學生向大家說明自己的算法。然後，她提出「一條直線上給了 P₁、P₂、P₃、P₄ 四個點，由 P₁ 和 P₂ 所定出來的斜率跟由 P₃ 和 P₄ 所定出來的斜率會不會一樣？(ST₁，上，教，J)」的問題並講解。再來又講了一題例題。之後，利用圖 4-1 來介紹「直線的走勢及直線斜率的數值間」的關係。

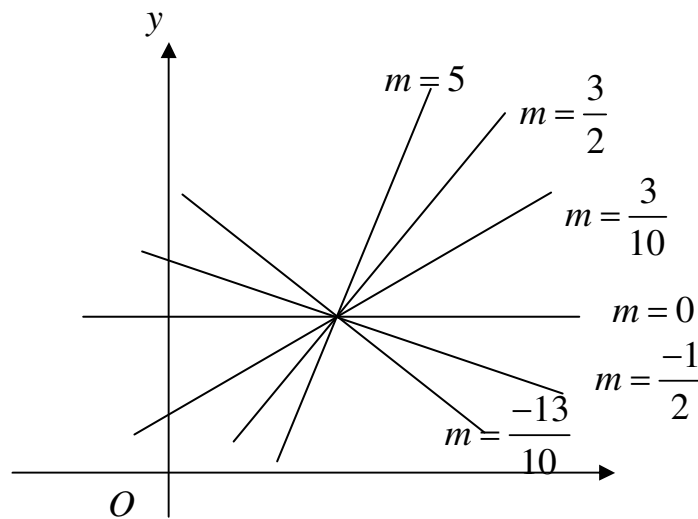


圖 4-1 在坐標平面上不同斜率的直線之關係圖

資料來源：寧寧(A₁)提供

在講解這個概念時，寧寧是先讓學生觀察，然後再問學生觀察到的結果，最後再講解。然後，寧寧出了一題回家作業，要學生利用本節課所學的概念來判斷圖 4-2 中各直線斜率的大小。在本課堂的最後，寧寧將所教的主要內容再複習一遍。

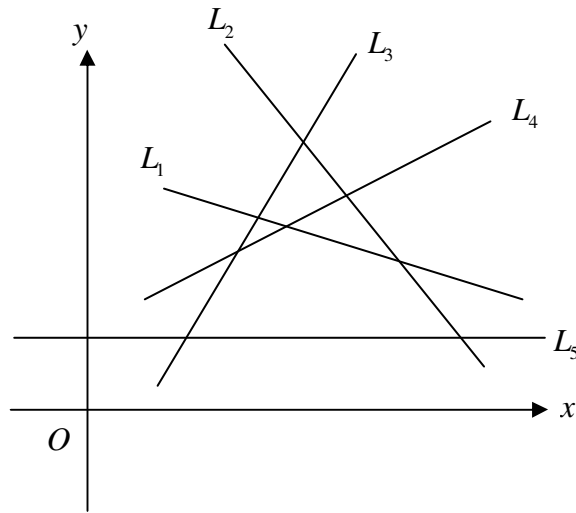


圖 4-2 在坐標平面上不同斜率的直線之關係圖練習

資料來源：寧寧(A₁)提供

在此階段的教學活動中，寧寧是利用五個斜率的例題逐步引入斜率的概念。在尚未講解前三個例題時，寧寧會先隨機點學生說出自己的算法，並將該算法寫在黑板上；在講解例題五之前，寧寧也點了一個學生說出自己的算法；另外，她用圖 4-1 介紹「斜率正負所代表的意義」，然後問學生「這些直線的斜率和直線本身有什麼特別的地方？(ST₁，上，教，L)」。在晤談中感覺她在課堂上相當重視和學生間的互動，並且希望能藉由增加和學生間的互動而使得課堂上的氣氛變得活潑些。例如，當研究者問寧寧「在觀察前幾次同學上臺試教之後，…覺得哪些是你需要去加強的，而且你會去比較注意的？(ST₁，上，教前，7)」寧寧指出「我覺得有一些同學就是可以把課堂的氣氛帶動得很好，……就是有時候數學的東西可能比較無聊一點，希望可以把它變得比較有趣(ST₁，上，教前，7)」，寧寧也表示會想要朝這方面去努力，她說「…有可能給我教就比較沒有那麼生動活潑有趣，可是我會想要去盡量做到，試試看(ST₁，上，教前，7)」。不過，在預習試教之前寧寧表示，和大三下學期的模擬教學比起來，這次的教學會和學生有較少的互動，她說「變成說直接像我在解題然後順便問一下同學的那種感覺(ST₁，上，教前，4)」，對於這樣的差異，寧寧表示「…我那時候(大三下)就是每一題的題目都會請同學上臺做，然後老師很強調妳請同學上臺做，妳既然想要知道他的想法就

不要只聽到一半，所以要請他講完；…我覺得我們班(大四上)在上課的時候，比較不是注重這一部分，…發現老師常常…會說『例如說有練習題三題，那你就說：因為時間的關係，那這三題就當作同學練習…』(ST₁，上，教前，4)」。儘管如此，寧寧本身還是滿重視課堂上的「師生互動」，以及希望能使課堂進行得較活潑有趣。當預習試教結束後，研究者問寧寧會怎麼修改這份教案時，她表示「我覺得內容可能不會改變，然後呈現方式會改變，……我會再想哪些地方我可以換一個呈現方式，然後讓學生開始覺得這堂課有趣。然後，我會想說在哪些地方增加師生互動，就是師生間的對話，……老師可以做一個從旁輔助的角色就好，讓學生自己去學習…(ST₁，上，教後，主6)」。寧寧雖然相當重視在課堂上和學生的互動，但是卻較不重視和學生的溝通，因為互動和溝通是不同的，她指出「…隨便都可以算互動啊，就像我問你這個會不會？你說會！這也是互動啊，……溝通我會覺得……差別在於說你是不是真的知道學生在想什麼(ST₁，上，教後，額5)」，究其原因，寧寧表示「一方面我覺得老師也不是很強調這一方面，……一方面是我覺得花的時間會比較多，然後這樣的概念就會比較少(ST₁，上，教後，額5)」。由此可見，寧寧會因為在課堂上和學生溝通會花比較多時間，使得教數學概念的時間相對地減少，而不在課堂上強調師生溝通。

預習試教中，她比較重視：數學概念是否能與現實生活的事物更貼切地連結在一起。寧寧表示，本來在設計教案時「選擇要教的數學概念的順序跟南一版的比較像，可是南一版的起始例不是爬山，是爬樓梯，然後被我換掉，因為我覺得不是很好講……，(因為)如果說一個標準的樓梯的話，它應該每一階的垂直跟水平的比例是一樣的，……，(所以)我覺得它(南一版)的斜率定義跟它的起始例(樓梯)好像沒有多大的關係，…它只是去算每一階的底跟高的比…(ST₁，上，教前，2)」，也就是說，寧寧覺得使用樓梯來當作斜率的起始例並不恰當，因為樓梯每一階的垂直跟水平的比例是一樣的，因此斜率就固定了，但是事實上，直線的斜率會隨著該直線的傾斜程度而改變，因此不可能是固定的一個值。因此，寧寧最後

決定利用爬山的例子來當作介紹斜率概念的起始例，從坡度概念來引入斜率的概念，因為「從坡度講到斜率……感覺好像比較可以連接(ST₁，上，教前，2)」。在預習試教之後的訪談中，個人可以察覺到寧寧對於使用山坡的坡度來當斜率單元的起始例仍然感覺不是很貼切，她認為這次的教學中「最不滿意的就是起始例，…我覺得我從起始例要引入到斜率那邊啊，就覺得再怎麼講好像都是不相關的兩塊圖(ST₁，上，教後，主 2)」。當問寧寧下次再教這個單元時會怎樣修正這個部分時，她表示「本來想要起始例可能就是作個引起動機，然後跟斜率的定義作一個連結，可是好像到目前為止，我看到的起始例不管是用爬山的、用走樓梯的…還有…沒有了！我都覺得好像如果只是按照課本內容，幾句話，好像沒有辦法接得很好的感覺，……如果這樣子很糟的話，我會回到最原點，就是不去引起動機(ST₁，上，教後，主 2)」。因此，寧寧雖然非常重視起始例是否能夠貼切地和數學概念連結，但是若真的找不到適當的起始例，她寧可不用起始例。

從實做前期的表現中，個人覺得寧寧很注重數學概念、定義和形式。因為，她很明確地指出「數學內涵和數學形式(ST₁，上，教前，6)」兩個教學價值，想強調數學內涵的原因是「以前自己在學的時候……，好像都比較注重數學形式，……那有時候你為什麼要這樣子去作？不太知道為什麼，所以自己在教的時候反而會想要去強調這一點(ST₁，上，教後，額 1)」，而強調數學形式的原因是「…考試要考，而且你不能保證他不會用到…(ST₁，上，教後，額 1)」。不過當問及何者比較重要時，寧寧選擇數學內涵。此外她也表示這段教學「著重的重點在…斜率正負代表的意義，……因為我覺得學了斜率之後，要算是基本能力，然後你要知道算出來的東西它代表了什麼意義(ST₁，上，教前，6)」。而當研究者問到「透過這段教學妳最想傳達給學生的是什麼(ST₁，上，教後，主 5)」時，寧寧回答「斜率可以表現出一條線的傾斜程度還有方向性，就是數學涵義(ST₁，上，教後，主 5)」；另外，問及「如果下次妳還要上台教斜率這個部分的話，那你會比較著重或淡化哪一方面(ST₁，上，教後，主 6)」時，她說會「著重定義(ST₁，上，教後，

主 6)」，因為「斜率的絕對值的意義跟方向性還是很重要(ST₁，上，教後，主 6)」。當研究者再追問為什麼會著重這一個部分，寧寧表示「我就是覺得定義都很重要！因為我覺得不知道為什麼要這樣定義，不知道他的定義是什麼，那接下來就都沒戲唱啦(ST₁，上，教後，主 6)」。

個人認為在這個階段的預習試教中，寧寧相當重視概念教學所用的起始例，並且會用心、努力地去設計或找尋更加貼切的概念起始例。雖然預習試教之中能與學生多多互動，但是她卻很希望能提升師生間互動的頻率與品質，促進課堂活潑的氣氛。不過她並不強調在課堂上和學生溝通，一方面是因為授課的教授不是很強調，另一方面是因為她認為在課堂上和學生溝通會花很多時間，而使得講授數學概念的時間變少。

二、實做後期

寧寧的學校試教內容包含了高二下的樣本空間與事件(簡稱樣本空間)、機率的性質(簡稱機率)、數学期望值(簡稱期望值)和統計抽樣(簡稱統計)四個單元，研究者個人以期望值單元教學為例說明實做後期的表現。

這個單元一共三節課，在第一節課的一開始，寧寧請學生念一段巴斯卡質疑上帝是否存在的短文，文中的意思大概是「巴斯卡疑惑上帝是否存在，上帝如果存在的話，應該要顯現；上帝如果不存在的話，就會完全沒有神跡的顯現。因為沒有辦法做出決定，而他又是數學家，所以想要用數學來解決，他到底該不該相信上帝(ST₁，下，教，(一)A)」。之後，她先舉樂透為例說明「假設買樂透時，一張彩票的價值是用中獎機率去乘以中獎後所會獲得的錢，這樣子的話，雖然說中獎機會非常地小，可是如果中獎的話，價值就會很大，所以這樣子的話，樂透還

是有買的價值(ST₁, 下, 教, (一)A)」;接著舉一個抽獎的例子「有十支籤, 有一支籤若抽到的話有 100 元, 有兩支籤若抽到的話有 50 元, 其它籤若抽到的話就沒錢, 而且抽籤之前要先付 30 元(ST₁, 下, 教, (一)B)」, 她問學生是否要玩這樣的遊戲? 有學生說「不要」。寧寧接著問「為什麼?」最後寧寧用兩種不同的方式來解釋抽獎例, 第一種方式是「十支籤全買的話要花 300 元, 一定有三支會中獎, 可是中獎的總值只有 200 元, 所以虧了 100 元(ST₁, 下, 教, (一)B)」, 另一種方式是「平均一支籤的價值是 20 元, 可是我們卻花 30 元去買, 當然不划算(ST₁, 下, 教, (一)B)」, 再用這個例子引出期望值的概念, 並強調期望值就是平均值的概念;之後, 寧寧講解課本的幾個例子, 並請學生上臺作隨堂練習。在講解時, 寧寧一直強調期望值就是平均值的概念, 她說「取 n 個硬幣的期望值就是取一個硬幣的期望值的 n 倍(ST₁, 下, 教, (一)G)」。最後, 寧寧在講解課本一題關於「保險」的例題時, 她告訴學生「期望值最常用在保險的部分, 因為保險公司讓你花很少的保費, 然後去獲得很大的賠償, 譬如說去畢業旅行時, 都會買平安保險, 雖然保 200 萬, 但是只要付 30 元, 200 萬和 30 元的差異很大, 但是保險公司會去算他們賺錢的期望值是否為正數(ST₁, 下, 教, (一)H)」。本單元的第二和第三節課大多是在講解題目, 因此, 以下分析將著重於本單元的第一節課。

寧寧在試教時期經常會談到生活上的例子, 或是在單元的第一堂課就會介紹和該單元相關的一些數學史料。例如, 在期望值這個單元第一堂課, 她先以「巴斯卡質疑上帝存在與否」以及「樂透例」來讓學生對期望值概念產生感覺, 在試教結束後的晤談中, 寧寧也表示「在教學的時候就是都有加一點數學史的東西進去, 然後就是在第一堂課講觀念, 目的好像是為了是讓他們覺得說這東西…怎麼來的或者是這東西其實是有用的…(ST₁, 下, 教後, 主 4)」。當正式引入期望值的概念時, 她舉了一個「抽獎例」是想「……把龍騰版和康熙版的教材揉合在一起講(ST₁, 下, 教後, 主 4)」, 雖然寧寧試教的學校的學生是用康熙版的教材, 但是她覺得「康熙(版)的就很直接, 就告訴你說要這樣子做, 很直接地告訴你說期望

值就是平均值……，龍騰(版)的…他就是會從那個…跟媽媽玩(抽籤遊戲開始)…譬如我講了三個嘛……，一開始是用全部去看划不划算嘛，接下來是看單獨一支籤划不划算嘛，這個好像是比較偏龍騰的(ST₁，下，教後，主4)」。在最後，講到「保險例」(ST₁，下，教，(一)H)時，她跟學生說「期望值最常用在保險的部分，因為保險公司讓你花很少的保費，然後去獲得很大的賠償。……去畢業旅行時，都會買平安保險，保200萬，但是只要付30元，200萬和30元的差異很大，……所以保險公司會去算他們賺錢的期望值是否為正數……(ST₁，下，教，(一)H)」。當研究者問寧寧在試教的其它單元中是否也想強調「連結現實」時，她表示「因為我覺得題目都還滿生活化的，所以我就沒有特別想要去做什麼連結現實的事情，就只是說在每個單元的第一堂課的時候…在講觀念…如果說可以跟那個東西…像什麼小故事啊，或者是說數學史，或是說生活上跟那個東西會用到的，扯得上邊的我知道的，大概都會想一下(ST₁，下，教後，額1)」，例如，在教機率這個單元時，就曾介紹機率的起源「……十七、十八世紀那時候，好像大家有錢，然後比較愛賭博，然後就有人開始去研究怎樣比較會贏錢(ST₁，下，教後，額1)」。當追問「如果說那個單元很難去連結現實的話(是否還會想要做到連結現實呢?)(ST₁，下，教後，額1)」，她說「像三角函數就有很多公式，那我就不知道要怎麼辦(ST₁，下，教後，額1)」，不過「……我就是盡量收集資料，然後覺得這裡可以扯得上別的我就去用……(ST₁，下，教後，額1)」。由此可知，寧寧在介紹數學概念時會儘可能地將概念先利用數學史或是生活中的實例包裝之後再介紹給學生，而非直接講授數學或解法。

此外，她也很強調運用不同的例子說明數學概念的內涵。例如，寧寧在期望值單元的第一堂課中，一共有四個部分特別強調「期望值就是平均值的概念」，她一開始就說「這個跟加權平均的概念很像。…現在期望值就是把機率當作權數去算，所以期望值其實就是一個加權平均的概念(ST₁，下，教，(一)C)」；在講解完一題關於「取球」的例題之後，又再次強調「……期望值算出來的東西不一定會

是一個整數，這個意思代表說…你每次取球可能取到的紅球個數的…期望值就是五分之六顆紅球…，它是一個平均的概念，所以它不一定會是一個整數(ST₁，下，教，(一)D)」；在講解完一題關於「取硬幣」的例題之後，又強調「……它不是一個整數是因為它今天算的是一個期望值，是一個平均值，所以它算出來不一定會是整數(ST₁，下，教，(一)F)」；最後，當寧寧說到「取兩個硬幣的期望值會是取一個硬幣的期望值的兩倍」的概念時，又再度提到「……因為期望值是一個平均值的概念，…假設現在要算(取)兩個(硬幣的期望值)的話，你是不是要先把平均每一個的(期望值)算出來去乘以兩倍就好了……(ST₁，下，教，(一)G)」。寧寧自己也談到「……我很想要把觀念……為什麼要這樣子來……講清楚，大部分的時間我覺得我有做到(ST₁，下，教後，主 6)」。當研究者問「如果下次再上臺教這個單元的話，妳會比較著重或淡化哪些方面(ST₁，下，教後，主 5)」時，她覺得學生對期望值跟平均值之間的連結還不是很清楚，因此會想要把這個觀念講清楚些，她說「我覺得應該去講清楚……期望值跟平均值之間的連結，就是它有些題目不是可以直接用平均值去算嘛，然後有些好像沒有，然後學生就會很疑惑說『那到底我什麼時候才可以用平均值，那為什麼可以這樣子去做』，我覺得他們有些題目平均值用得不是很好，……像那個換錢(的例題)，像那個 A 袋跟 B 袋裡有多少錢，然後抽兩張出來放到裡面去，這個一定要用平均值去算嘛，……然後他們就好像很難接受說為什麼可以這樣子用……(ST₁，下，教後，主 5)」。

這個階段中，寧寧的上課方式大部分是用講述，即使有互動也是「……比較少關於數學的對話……(ST₁，下，教後，主 3)」。於是，研究者追問「妳本來就預定要用那一種方式去上課了嗎？(ST₁，下，教後，主 3)」，寧寧表示之前幾個單元的教學時有想要和學生互動，只是「……有試幾次就是…回答問題啊，讓他們上臺(ST₁，下，教後，主 3)」，不過她覺得「……他們好像不是很願意，然後後來就是回到我自己講(ST₁，下，教後，主 3)」，例如，在教樣本空間的時候，「……好像也是一題課本的例題請他們上去寫，可是我看他們就是寫得很痛苦……我記得

我第一堂課的時候，有問同學問題，然後就用抽籤的，然後不知道為什麼抽籤都會抽到那種上課沒在聽的，……他很麻煩，我也很麻煩，…就是有一個他就直接站起來說『ㄟ•某某某同學，你幫我回答』，然後我就指定某某某同學回答…。然後還有另外一個是…他就呆呆站在那裡，然後說『我不會』……(ST₁，下，教後，主3)」，所以後來上課時就比較少和學生互動，因此也「…比較沒有很特別的說讓人上來直接做個題目或者是讓他們去想一下(ST₁，下，教後，主3)」。所以，寧寧在試教的前幾個單元曾經試著要和學生互動，可是礙於學生的反應不佳，她在後來的幾個試教的單元中就比較少有師生互動的情形。而當研究者問到「如果說妳到實習學校去的話，你會想跟學生做互動嗎(ST₁，下，教後，主5)」，寧寧表示「……會試一下(學生的)反應，因為我覺得有時候你要跟學生做互動必須要花很長的一段時間去跟他們培養默契，就是一種老師跟學生上課的型式，然後因為我覺得我們只是去附中一個月，他們基本上已經很不習慣我們的教法、講法…之類的，他們應該會比較習慣原本的老師吧，像他們原本的老師已經帶他們一年了，…我覺得要做什麼，譬如說你要跟他們玩遊戲呀，或者是要做一些互動，我覺得要看那班學生的配合度高不高(ST₁，下，教後，主5)」。由此可知，基本上寧寧在教學時還是想進行師生互動，但是要看學生的反應而定；她認為要和學生互動也要學生配合才辦得到，而這需要很長的時間和學生培養默契才做得到，在附中只試教一個月，若學生無法立即適應不同的上課方式她也不會強求。

在實做後期的試教前後，個人發現寧寧有時會用比較幽默的口吻和學生對話，例如，期望值第一節課的最後，當講到「保險題」時，她用有點開玩笑的語氣向學生說「……最好不要領到，因為領到了也不是自己花(ST₁，下，教，(一)H)」。另外，寧寧在課堂上也會邀請其他旁聽的學生教師講一些笑話，她說「……我覺得愉悅學習有達到一點點，好像我那時候就是可能上課會準備笑話…還是講些比較好玩的事情，覺得上起課來比較不會那麼悶，可是不是跟數學一點關係都沒有，有啦，數學史的部分算……(ST₁，下，教後，額1)」，不過她也知道其實「…

…那種愉悅好像不是讓他們玩數學的那種愉悅(ST₁，下，教後，主6)」。由此可知，寧寧的上課也滿重視課堂的氣氛，希望氣氛不要太沉悶，所以她會在課堂教學時引入一些數學史或者用比較幽默的方式和學生對話，甚至直接邀請其他人講笑話。不過她並未讓學生「從玩數學的過程中產生愉悅」。

個人認為在這個階段的正式試教裡，寧寧會使用生活中的例子或是數學史料來引入數學概念，並且會用比較幽默的方式和學生對話，希望提升課堂的學習氣氛；她也很強調數學概念的理解，因此不斷地強調「期望值就平均值」的概念；此外，寧寧也很重視師生的互動，只是這需要長時間和學生培養默契才能見效。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，寧寧在實做前期雖然試著實踐「數學內涵、數學形式和連結現實」，卻缺少與學生互動的活動。在訪談中，寧寧表示有察覺到自己預習試教時強調的數學內涵和數學形式，不過卻不是十分確定是否有做到連結現實，她表示「如果這個引起動機有跟現實連結的話，我覺得有一點點做到啦，可是感覺還好，沒有很多(ST₁，上，教前，6)」。而且她表示，不強調在課堂上和學生溝通是因為授課的教授並不鼓勵，而她也認為與學生溝通會花很多的教學時間，使得講授數學概念的時間變少。不過，她卻希望爾後的教學能夠增加和學生間互動的頻率，進而藉此能使課堂氣氛更為活潑。

在真正試教時，寧寧實踐了「數學內涵、數學形式、連結現實和愉悅學習」。在訪談中，寧寧表示有察覺到在正式試教單元期間曾經強調數學內涵和數學形式，以及運用生活中的例子或是數學史料來引入數學概念，並且會用比較幽默的方式和學生對話，希望能藉此讓課堂氣氛比較不沉悶。在試教中，她雖未展現出「

師生溝通」，也只和學生有少許的互動，但是，她曾經在一開始的幾堂課試著和學生有較多的互動或溝通，只是因為學生的反應不佳，而且她並不是長期地來教這個班，所以她放棄和學生培養上課時和老師互動的習慣。

本研究的兩個階段中，寧寧一直認為「數學內涵和數學形式」在課堂教學中是相當重要的，並且在試教時也都付諸實現。但是她卻表示，在排序時並不會將數學形式排在最優先，但是它還是很重要，因為考試還是要考，而且並不保證以後用不到。此外，她也努力實踐「連結現實」，特別是在實做後期察覺到它的教學實現，同時相當有意願透過數學史或生活實例讓學生感受到。雖然寧寧不強調「師生溝通」這項教學價值，而在研究者觀察的試教單元中，寧寧也未展現「師生溝通」。但是，她仍然相當注重與學生的教學互動，並希望往後的教學中能有機會實踐它。我們可以用表 4-1 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-1 寧寧兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	愉悅學習	—	???	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學內涵	☺	✓	<input checked="" type="checkbox"/>
	師生溝通	—	察覺到沒實踐	<input type="checkbox"/>
	數學形式	☺	✓	<input checked="" type="checkbox"/>
	連結現實	☺	—	<input checked="" type="checkbox"/>
實做後期	愉悅學習	???	✓	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學內涵	☺	✓	<input checked="" type="checkbox"/>
	師生溝通	???	✓	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學形式	☺	✓	<input checked="" type="checkbox"/>

	連結現實	☺	√	☑
--	------	---	---	---

符號的意義：☺有表現，☹沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，☑有意願，☒沒有意願，—似有似無，???資訊不足以判斷。

資料來源：作者自製

第二節 芝芝

一、實做前期

芝芝的預習試教內容是國中教材「圓和圓的關係以及圓和直線的關係」單元的第一堂課(約三十分鐘)，大致的教學過程簡述如下。她在課堂一開始先在黑板上畫一個圓，以粉筆當作飛鏢，以黑板上的圓當作標靶，然後請一位學生玩射飛鏢的遊戲，學生射的粉筆分別落在黑板上圓內、圓外，芝芝就利用這個結果來講點和圓的關係。在介紹的同時，她也順便提到在點和圓的三種關係中，其點到圓心的距離和圓的半徑的關係。然後，接著介紹圓和直線的關係。接下來，她利用圓圓國中春嬌和志明兩人的相戀史來介紹圓和圓的各種關係，接著利用志明和春嬌的戀愛史的故事來複習兩圓的距離從遠到近的關係。在講解每一個圓和圓的關係時，靜芝會先以故事中兩人的關係的演進階段來提示學生，要學生回答兩圓的關係是什麼。再來她把圓和圓的關係作詳細的分類並講解。最後，她利用 powerpoint 展示一個類似人臉的圖來複習該堂課所學的所有概念，之後並請學生回家思考在日常生活中「點、直線與圓在不同位置關係」的例子。

預習試教中很明顯地可以發現，芝芝在解釋圓和圓的各種關係時，完全都是用比喻的方式來進行；她利用圓圓國中春嬌和志明兩人從相戀到結婚的過程，來

形容圓和圓的各種關係。例如，她說「在某個風雨交加的夜晚，志明與春嬌有了第一次親密的接觸，…第一次親密的接觸只能輕輕地碰到一個點，相對於剛剛說的直線跟圓交於一點我們把它叫做切線、切點，我們用『切』來表示，所以在現在這個情況，兩個圓輕輕碰到，交於一個點，我們就叫它作『外切』。……所以中間這個交點就是他們親密接觸的見證(ST₂，上，教，F)」、「隨著兩個人交往久了，所以對彼此的認識也越來越深，兩個人又更靠近了一點，就好比…剛剛第一次外切是第一次親密的接觸只敢手牽著手，現在交往久了總是要有一點進展，……在上面是搭著肩，在下面是在摟著腰，這個時候我們說他們……『相交於兩點』(ST₂，上，教，F)」、「在經過多次的溝通之後，終於大家能夠慢慢地互相包容、接納彼此，…跟剛剛外切很像的是，還是有著親密的接觸，所以還是有交於一個點，…但是大圓已經把小圓包在裡頭了…，我們叫它作『內切』(ST₂，上，教，F)」。之後，她利用這個故事來複習兩圓的距離從遠到近的關係，接著把圓和圓的關係作詳細的分類並講解。當問及這樣安排的用意是什麼時，她表示「我就覺得這一個部分其實它的……深度比較沒那麼深，……是比較偏認識而比較不是了解，……你如果能夠感受到它的話，你可能會對這個名詞…就是比較容易記得住，然後對它感受深，可是就是它比較偏直觀上的，所以我就覺得你如果直接講定義的話，……對一般的國中生來講，它們可能會比較不好接受，……應該是把它越具體化的話，應該學生比較容易記得住吧，……所以我會比較偏向…故事化一點、生活化一點，然後去把它表達出來，等於是好像讓它有趣一點，然後不想要太定義化，太制式化的，等於就是給你定義要你記得住(ST₂，上，教前，3)」。芝芝也相當認同在教學生概念時使用一些例子或是口訣，因為這樣可以加強學生的印象和記憶。於是研究者追問「如果是在其它的單元內要上比較不直觀的概念時，是否還會這樣做？」她表示不能確定在上別的單元時是否還會這樣做，但是「在我們教學實習課上的話，一定會盡量比較希望讓它變得有趣一點(ST₂，上，教前，3)」。

在課堂的一開始，芝芝利用玩射飛鏢的遊戲來引入點和圓的關係；在課堂的最後，她請學生回家思考在日常生活中有哪些地方可以找到「點、直線與圓的位置關係」的例子。因此，個人覺得她想要讓同學能夠將數學概念和現實生活做連結。她表示在課堂的一開始設計射飛鏢的遊戲「只是很簡單的想要讓我自己很順地可以把點在圓內、點在圓外給引出來，…然後因為動機嘛，當然是會想要讓它越生活化，然後越不要太刻意，所以……盡可能會期望越生活化一點，越跟我們日常生活有關，這當然是最好的(ST₂，上，教前，補)」，並且，她希望藉此能讓學生感受到「生活中都是數學(ST₂，上，教後，p4)」這句話所言不假。當問及為什麼會想要強調這一點時，她認為「學數學不要那麼枯燥……特別說是針對國中教材，國中的話是全民教育嘛，國民教育的話那就是所有你在這個年紀的學生本來就應該要學的，所以就是盡量營造……生活化一點、有趣一點讓他們去接受(ST₂，上，教後，p4)」。她同時也表示曾考慮「一剛開始可以帶同學看看……交通標誌，標誌不是一個圓圈紅色的，然後裡頭那一個白色圓的外頭這樣子，那也就算是一個，好像我們這裡說到的同心圓嘛。或者是說腳踏車的兩個輪子，那它們就算是外離嘛(ST₂，上，教前，補)」，但是因為有一些圓和圓的關係(例如，外切、內切)在生活中比較難找到例子，所以她才沒在試教時這樣做。不過在課堂的最後，她還是請同學去留意一下日常生活中的點、直線與圓的位置關係的例子，表示她相當重視學生能將數學概念和生活做連結。在訪談中芝芝自己也表示十分喜歡這個教學片段，她說「我的 ending 就是蠻有連結性質的那部分，其實我還蠻喜歡的(ST₂，上，教後，p1)」。而且，若下次有機會再教同一個單元的話，她表示有可能會再嘗試這樣的做法，「也有可能一剛開始引起動機的地方，引入生活中的數學，就像這部分：生活中的點、直線跟圓(ST₂，上，教後，p1)」。

此外，芝芝也很重視課堂的氣氛。她表示「我本身這堂課就是希望營造氣氛，不要太枯燥(ST₂，上，教後，p1)」，她指出，在課堂最後利用畫圖來統整的部分、一開始的射飛鏢活動以及利用春嬌和志明的戀愛史來引入數學概念的部分，

都有想要引起學生愉快的學習氣氛，因為可以「吸引班上同學的注意，然後讓全班精神好一點(ST₂，上，教後，p9)」。研究者也發現，芝芝的教學的確讓臺下扮演學生的同學非常愉悅地在上這堂課。

在芝芝這堂課的教學中，很巧妙地將數學概念融入春嬌和志明的故事中，希望學生能快樂地學習，並希望能幫助學生記住其中的數學概念，但最終的目的則是想讓學生能真正習得其中的數學知識。她表示在上課時需要特別注意重點的表達，她說「我所講的故事，但是我的重點是最後我要他們認識這些，而不是要他們去認識這些故事，……每一個區塊不管我的動機、活動、過程是什麼，但是…更重要的是我最後說明的部分，…等於是比較數學化的東西，是他們應該要接收到的，而不是說我會了射飛標、我知道圓圓國，這樣好可愛，可是到頭來好像其它並沒有學到太多(ST₂，上，教前，7)」；「著重的話就是它本身圓的性質、切點、切線、點的性質，我覺得我應該要再更強調一點(ST₂，上，教後，p5)」，因為她認為「我這個就是希望他們能夠對圓的認識更貼切一點，就是對點、對圓心的定義下得更深刻一點(ST₂，上，教後，p5)」。所以，當她講授完「點和圓的關係」後，用 powerpoint 做了這部分的重點整理並投影給學生看；同樣地，在講授完「直線和圓的關係」後，也用 powerpoint 做了這部分的重點整理並投影給學生看；在講解完「圓和圓的關係」後，也用 powerpoint 來總結兩圓的關係。芝芝表示，用 powerpoint 做總結的目的就是要強調「數學本身」，「用表格是讓他們比較容易比較，就是把各種情形都列上去，然後就像點在圓內、圓上、圓外的差異性，就比較明顯、可以馬上看得到，我覺得這樣比較容易感受到、比較容易記起來(ST₂，上，教後，p6)」。而且若是下次教的是不同單元的話，她也會考慮這樣做。但她在整堂課的教學中，做重點整理的時間佔的比重相當少，因此研究者問她「妳覺得妳有要去強調它嗎？還是說只是想要讓學生知道？(ST₂，上，教後，p13)」。她回答「我之前預計要花更久，可是這樣講一講……我會覺得我會怕可能講不完那些，所以可能會帶得有點快，否則其實在那個表格，我會認為是應該可以再

多停留久一點的(ST₂，上，教後，p13)」。因此，芝芝在教學時滿重視數學內涵的表達，只是因為經驗不足，而花較少時間在這上面。

個人也觀察到，芝芝在課堂上和學生的互動還算不錯，但是問學生問題的答案都是屬於比較制式化的，她自己也表示「一般而言，我整個設計的問題，都是比較屬於……制式化的回答，……因為我並不太敢讓他們回答太超出我能夠掌握的答案(ST₂，上，教後，p9)」。她表示問學生問題的用意是「吸引他們(學生)的注意力嘛(ST₂，上，教後，p14)」，而且也希望「同學能夠透過圖，自己說出他們感受到的東西(ST₂，上，教後，p14)」。所以，在這次的試教中就先設定了兩個大問題，分別是問點和圓的關係以及直線和圓的關係，希望讓學生「自己去感受到這個圖形中，我想要表達的數學部份，就是點跟直線可以不相交，……圓跟直線可以不相交，圓跟直線也可以相交兩點(ST₂，上，教後，p14)」。但是她並不打算設計問題讓學生在臺下討論或讓他們上臺發表，因為她覺得「不適合在上台試教這個時候用，因為一來時間不好掌握，二來得到的答案我也不好掌握，所以就……不敢在這個時候用(ST₂，上，教後，p14)」。此外，她也表示，在上課時「會希望學生不用作太多太離譜的思考，很怕被牽走(ST₂，上，教前，6)」，所以「師生溝通的話主要的溝通應該不是太深入的溝通，而是比較偏單純化的就是我問他答，…我的溝通只是比較淺層的溝通(ST₂，上，教前，6)」。

在預習試教中，芝芝用了一個生活中的實例以及圓圓國的故事，很貼切地引入了所要教的數學概念，以及在課程的後半段，運用一個類似人臉的圖片幫學生復習這堂課所教的概念，使得學生能在非常愉快的氣氛下學習數學。因此，個人認為她希望用生活化且有趣的例子，讓學生能在快樂的氣氛中習得數學概念。但是因為經驗的不足，使得在教學時花了太少的時間在有些預定要強調數學內涵的部分，也使得僅管在課堂上和學生互動良好，但和學生的對答偏向於制式化，因為她怕學生若做太多太離譜的思考，可能自己會被牽走，而且時間也不好掌握。

二、實做後期

芝芝的學校試教內容包含了國中教材的商高定理單元的習作以及命數系統與科學記號(簡稱命數系統)、一元二次方程式及其解的意義(簡稱一元二次方程式)和十字交乘法(簡稱十字交乘)三個單元的內容，個人以一元二次方程式單元為例說明實做後期的表現。

這個單元一共三節課，在第一節課的一開始，芝芝先寫了兩個一元一次方程式($x-1=0$ 、 $3x+5=0$)在黑板上，幫學生復習一元一次方程式及其解的意義。再來芝芝用四個例子(x^2+4x 、 x^2+6x+9 、 x^2-2x+1 、 x^2-9)向學生介紹一元二次多項式，然後將這四個式子的最後加上「 $=0$ 」(即 $x^2+4x=0$ 、 $x^2+6x+9=0$ 、 $x^2-2x+1=0$ 、 $x^2-9=0$)，向學生介紹一元二次方程式。並說明不一定要在最後加上「 $=0$ 」，只要最後加上「 $=$ 某常數」，就可以用移項法則將式子變成 $ax^2+bx+c=0$ 的形式。接著指出在 a 不等於 0 的情況下， $ax^2+bx+c=0$ 這個式子，就稱之為 x 的一元二次方程式。接著，她將黑板上的四個方程式(即 $x^2+4x=0$ 、 $x^2+6x+9=0$ 、 $x^2-2x+1=0$ 、 $x^2-9=0$)因式分解為兩個一次式的乘積(例如： $x^2+4x=0 \rightarrow x(x+4)=0$)，然後詳細地向學生說明當 $a \cdot b=0$ 時，只要 a 等於零或 b 等於零即可讓等式成立，不一定要兩者都等於零。之後，她將這個概念應用在已經分解為兩個一次式乘積的一元二次方程式上，來求得那些一元二次方程式的解。而在解 $x^2+6x+9=0$ 的根時，芝芝特別提醒學生最後在寫答案時要寫「 $x=-3$ 或 $x=-3$ 」或是寫「 $x=-3$ (重根)」，並說明原因。接著，她用「房子的門及鑰匙」的例子，來比喻方程式及其解的意義。她先說「每個一元一次方程式就好比是一棟房子，每個房子都會有一個門，門上會有一個鑰匙孔，解的意思就是那把鑰匙，例如 $x-1=0$ 是房子的名稱，那它的解 $x=1$ 就是 $x-1=0$ 這棟房子的門上的鑰匙。而每個一元二次方程式都是一棟大房子，因為房子比較大，所以就

會有兩個門，而每個門各有一個鑰匙孔，例如 $x^2+4x=0$ 這個房子就有兩個門，而開這兩個門的鑰匙分別為 $x=0$ 和 $x=-4$ (ST₂，下，教，(-)E)；接著她以 $x^2-2x+1=0$ 這個方程式為例告訴學生，「一元二次方程式有重根的情形則是表示屋主錢不夠，只好把兩個門做成一模一樣的，所以他的兩把鑰匙會一模一樣，都是 $x=1$ ， $x=1$ (ST₂，下，教，(-)E)」。然後，她用三個成倍數關係的一元一次方程式(即 $x+3=0$ 、 $2x+6=0$ 、 $100x+300=0$)，讓學生知道當一元一次方程式呈現倍數成長時，它的解不會變。再來，她講解一個一元二次方程式($x^2+4x+4=0$)，解完後將它乘以兩倍(即 $2x^2+8x+8=0$)並求解，讓學生了解一元二次方程式呈現倍數成長時，它的解也不會變。最後，她再度用房子以及門的鑰匙來比喻「一元二次方程式呈現倍數成長時，它的解也不會變」的關係。本單元的第二和第三節課大多是在講解題目或是請學生上臺做題目，因此，以下分析將著重於本單元的第一節課。

芝芝在課堂上絕大部分的時間都在講解一元二次方程式的概念及其解的意義。她在介紹一元二次方程式的意義前，會先幫學生復習一元一次方程式以及一元二次多項式的意義。在講解如何求得一元二次方程式的解時，她先將一元二次方程式分解成兩個一次式的乘積等於零，然後再向學生講解當 $a \cdot b=0$ 時，可推得 $a=0$ 或是 $b=0$ ，最後才用這個結果來解出一元二次方程式的解。在教「方程式呈倍數成長後，解不會改變」的概念時，芝芝先舉三個之間有倍數關係的一元一次方程式，並算出它們的解，讓學生知道一元一次方程式乘以不為零的倍數後，解是不會變的，然後先解出一個一元二次方程式的解之後，再將這個方程式乘以某個倍數，再算它的解，讓學生看到兩個呈倍數關係的一元二次方程式的解是一樣的，最後才下結論。由此可知，芝芝在向學生介紹新的概念之前，會從學生已習得之相似數學概念來引入。而在試教之後的訪談中她也表示，她最想傳達給學生的是「上課內容(ST₂，下，教後，主4)」，因為她認為「課程內容該會的是學生第一個要學到的(ST₂，下，教後，主4)」。

在學校試教中，芝芝利用房子來比喻方程式，方程式的解就是房子的門的鑰匙。一元一次方程式表示一個房子只有一個門，而一元二次方程式則表示一個房子有兩個門，方程式乘以正整數倍後表示房子變大了，但是它的門還是一樣，所以還是要用同一把鑰匙來開，因此解不會改變。也就是說，她利用房子、門、鑰匙的比喻，很貼切地形容每個要介紹給學生的數學概念。她自己也表示「那只是想要讓他們…就是強調一下解的意義、……就是解的一些性質(ST₂，下，教後，額 1)」，目的是「加強他們(學生)的印象，…因為如果只是按照定義講下去，學生可能…就是會很容易就看過去就沒有了(ST₂，下，教後，額 1)」。當問及是否在其它的學校試教單元中也有用比喻的方式來形容數學概念時，她表示「3~2(十字交乘)的話比較沒有，因為……一來時間真的很趕，然後老師也比較強調說 3~2 就是讓他們學生會算十字交乘法……，而且真的要找比喻或是例子那一些，在 3~2 感覺起來好像也不是那麼好找(ST₂，下，教後，額 1)」。

芝芝也很重視課堂的學習氣氛，她表示「我不會希望我的學生是一副快哭的臉在聽我上數學課(ST₂，下，教後，額 2)」，因此，她用房子、門、鑰匙來表示方程式及其解，在某個片段，還特地將她畫的房子多加了幾筆而成為一隻章魚，讓學生感到比較有趣。她還指出「在 2~3……羅馬命數系統，然後就有跟他們開玩笑就是『LV 那個包包的話，你在羅馬命數系統的話，也不過只有五十五而已』(ST₂，下，教後，額 2)」。並且她也表示這堂課本來有設計活動，但是因為「時間不夠就全部都砍掉了(ST₂，下，教後，主 5)」，不過下次若再上臺教這個單元而且「如果時間夠多的話，那當然可以再增加一些活動，然後或者是讓他們在課堂上多做一點練習，然後或者是帶一些小活動、遊戲等等那一些，然後讓他們感覺起來學得開心一點(ST₂，下，教後，主 5)」。

在這個單元的教學中，未觀察到芝芝將教學內容和現實做連結，她表示「基本上一元二次方程式它連結現實的地方就……不像之前 2~3 命數系統來得那麼地

直接(ST₂，下，教後，額1)」，所以，在比較好連結現實的命數系統單元，她印給學生郵局存款單的表格，讓他們進行活動。而且，雖然她認為自己在課堂上曾做到師生溝通，但是研究者認為她和學生在課堂上的溝通算是比較淺層的。

個人認為在這個階段的正式試教裡，芝芝非常重視將數學內涵傳達給學生，在教學生某個數學概念之前，會先幫他們複習和這個概念相關的已學數學概念。而且用適當的例子來比喻該數學概念，以幫助學生記憶。她也相當重視上課時的學習氣氛，故有時會講一些和課堂上的教學內容有關的笑話，但是因為時間不足，因此將原本已設計的活動刪去了。而且，因為單元內容較難和現實做連結，因此她並未在課堂上呈現此項教學價值。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，芝芝在實做前期實踐了「連結現實、擅長比喻、愉悅學習和數學內涵」。在訪談中，她表示有察覺到在教學時強調所教單元的數學內涵，以及設計能讓學生感覺到愉悅的教學內容，並且使用許多貼切的比喻來形容要傳授學生的數學概念，但是卻不是很清楚在教學中是否有做到連結現實。經研究者一再詢問後，她表示在課堂一開始的射飛鏢例子是屬於比喻，而課堂的最後要學生回家後留意一下日常生活中的點、直線與圓的位置關係的例子，則是屬於連結現實的例子。雖然芝芝表示有察覺到在教學時做到師生溝通，但是經過研究者的觀察後發現，她和學生的溝通屬於比較淺層的；她自己也表示和學生的對答比較屬於制式化的，因為她怕學生若作太多太離譜的思考，可能自己會被牽走，而且時間也不好掌握。

在真正試教時，芝芝實踐了「數學內涵、擅長比喻和愉悅學習」。在訪談中，

芝芝表示有察覺到在教學時強調所教單元的數學內涵；以及使用貼切的比喻來形容要傳授學生的數學概念，並且在課堂中穿插一些有趣的言談，讓學生不會感到那麼無聊。她也表示，該堂課原本有設計活動，但因為時間不足，因此將活動刪去。而且，因為單元內容較難和現實做連結，所以未在課堂上呈現此項教學價值，但是她在別的試教單元有展現「連結現實」。

在本研究的兩個階段中，芝芝一直認為「數學內涵和擅長比喻」在課堂教學中是相當重要的，並且在試教時也都付諸實現。強調擅長比喻的原因是，她覺得這樣做能讓學生比較好接受該數學觀念，而且也比較容易記得住。她也一直試著在教學中實踐「愉悅學習」，因為，她在實做前期的課堂上很明顯地讓學生有愉悅的學習氣氛；她也會在實做後期的課堂中穿插一些有趣的言談，讓學生不會感到那麼無聊。在大三時，雖然芝芝曾表示「師生溝通」是很重要的，並且在教學中也有實踐；然而，到了實做前期，她和學生的溝通是屬於比較淺層、制式化的，因為她認為若是學生作太多太離譜的思考，可能自己會被牽走，而且時間也不好掌握；在實做後期，她和學生的溝通也是屬於比較淺層的。在實做前期，芝芝在教學時有做到連結現實，但是並不是很清楚在教學中是否有做到連結現實，經研究者一再詢問後，她表示在課堂一開始的射飛鏢例子是屬於比喻，而課堂的最後要學生回家後留意一下日常生活中的點、直線與圓的位置關係的例子，則是屬於連結現實的例子，而且若是往後有機會再教同一單元的話，她表示會將會將課堂最後要學生回家想的關於連結現實的例子，直接放在課堂一開始的地方講；在實做後期，因為單元內容較難和現實做連結，所以她未能在課堂上呈現此項教學價值。但是，芝芝表示她在別的試教單元有展現「連結現實」此項教學價值。我們可以用表 4-2 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-2 芝芝兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	數學內涵	☺	√	???
	師生溝通	☺	√	???
	愉悅學習	☺	√	???
	連結現實	☺	察覺的和觀察之 片段不同	???
	擅長比喻	☺	√	???
實做後期	數學內涵	☺	√	???
	師生溝通	☺	極少	???
	愉悅學習	☺	√	???
	連結現實	☹	×(單元的性質)	☑
	擅長比喻	☺	√	???

符號的意義：☺有表現，☺不明顯，☹沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，☑有意願，☒沒有意願，—似有似無，???.資訊不足以判斷。

資料來源：作者自製

第三節 翰翰

一、實做前期

翰翰的預習試教內容是國中教材「三角形的全等」單元的第一堂課(約二十五分鐘)，大致的教學過程簡述如下。他在課堂一開始就直接介紹全等三角形的定義，並用兩個三角形紙板實際操作給學生看。接著介紹對應點、對應邊和對應角的概念，以及兩全等三角形的對應點、對應邊和對應角均相等。再來，他介紹全等

的符號以及兩個全等三角形的表示方法。接著向學生說明，兩個三角形要滿足三組對應邊以及三組對應角相等(以下相關描述之中簡稱三個條件相同)才是全等，然後利用「三角國」的故事來提出「是否一定要六個條件全滿足才能判定兩個三角形為全等」的問題。然後，他從兩個三角形只有一組對應邊(或對應角)相同的情況下來討論這兩個三角形是否會全等，在討論兩個三角形只有一個邊相等時，是否會全等，他用 powerpoint 做出一個三角形(ABC)，並複製其中一個邊(BC 邊)，再用這個邊做出另一個三角形(DEF)，然後將這兩個三角形疊在一起，讓學生觀察這兩個三角形是不全等的。接著他也用同樣的方式來向學生介紹兩個三角形只有一個角相等時，也不會全等。再來他用同樣的方式分別介紹兩個三角形只有兩組對應邊(或對應角)相等時也不會全等。當討論到兩個三角形有三組對應邊(或對應角)相等時，他先用 powerpoint 討論兩邊一夾角的情形，最後得到當兩個三角形有兩個邊及一夾角相等時，它們會全等。接著問學生「三個條件相等的情形有沒有別的情況也能判定兩個三角形是全等？(ST₃，上，教，H)」然後便開始介紹 SAS 全等的定義以及 S 和 A 所代表的意思。再來他用 powerpoint 的動畫來介紹 ASA 全等，並說明會全等的原因。然後他將三根筷子所綁成的三角形拿給學生傳閱，讓學生知道三個邊都固定的三角形其實是不能再改變形狀的。接著就直接介紹 SSS 全等性質。之後，他把這堂課所教授的內容做個復習。最後，他要學生回家思考「SSA 可不可能作為三角形全等的條件」。

在此階段的教學活動中，翰翰主要是先討論是否只滿足一組對應邊(或對應角)相等的兩個三角形會全等；然後討論到兩個三角形只滿足兩組對應邊(或對應角)相等的情形是否會全等；最後才討論到兩個三角形滿足三組對應邊(或對應角)相等的情形是否會全等。他自己也表示最強調而且花最多心血準備的部分就是這個部分。在訪談中，他也表示最滿意的就是這個部分，他說「我希望同學知道兩個三角形要全等，它如果有三個條件滿足的話就可以，那三個條件有分幾種，希望同學去思考(ST₃，上，教後，p3)」。翰翰認為這個部分的教學傳達了「懂得說理

」這個教學價值，因為他覺得「教給學生東西，如果他們能夠理解，能夠講出這些東西的意義是什麼，我覺得這比較重要，不要只是記一些，要知道他的意義(ST₃，上，教後，p9)」。而且如果下次有機會的話，他還會用這個方式來教。因為在約二十五分鐘的預習試教當中，他只有講到兩個三角形有三組對應邊(或對應角)相等三種情形的其中一種，所以研究者追問「如果說現在多給你十分鐘來上這堂課，就比如說給你四十分鐘或四十五分鐘，那你會怎麼規劃(ST₃，上，教後，p6)」，他表示「……套用那個，就是一個條件已知，兩個條件，那三個條件……然後確認是不是……，三個條件就包含這些東西嘛。……三個條件也會繼續介紹，如果有的話。而且如果講到 SSA 那部分的話，還要舉例(ST₃，上，教後，p6-p7)」。也就是說，如果有更多的時間可以講課的話，他會再把兩個三角形有三組對應邊(或對對角)相等的其他情形介紹給學生。在訪談中，他多次提到由「滿足一組條件的兩個三角形是否會全等」一直討論到「滿足三組條件的兩個三角形是否會全等」，看來十分強調數學內涵，但是在訪談時他只提到這一段在強調傳達「懂得說理」的教學價值，因此研究者追問「那你覺得這個跟數學內涵有什麼關聯(ST₃，上，教後，p8)」，他並沒有正面回答「我覺得數學內涵可能就是，你可以把他講得很清楚(ST₃，上，教後，p9)」，隨後研究者追問「在試教前，你那時候不是講兩個(在教學中會強調的教學價值)，一個是懂得說理，一個是數學內涵，然後你現在已經改變了嗎(ST₃，上，教後，p9)」，他回答「不知道，其實我對那意思有點模糊(ST₃，上，教後，p9)」，由此可知，翰翰因為對於某些教學價值的意思有點模糊，造成無法察覺在教學時是否強調該項教學價值。

翰翰在驗證兩個三角形是否全等時，都是利用 powerpoint 上的動畫來展示給學生看，若兩個圖形有重疊的話就是全等，反之則不全等。而且當他在討論兩個三角形有一(二、三)組對應邊(或對應角)相等的情況下是否會全等時，也是在 powerpoint 上先做出一個角(邊)然後再複製它，讓學生清楚地看到這兩個角(邊)的確是相同的。例如：在討論只有一個角相等的情形時，他先在 powerpoint 上呈

現出一個三角形($\triangle ABC$)，然後複製一個和角 B 一樣大的角在 $\triangle ABC$ 的右邊，最後就把角 B 的兩個邊的端點連起來，成為另一個三角形($\triangle DEF$)。在訪談中，他表示這個部分花了相當多的心血在準備，但是當問及「下個學期你到學校教的時候，你會不會也是想要用這個 powerpoint 上(ST₃，上，教後，p7)」時，他表示「之前我是附中的啦，也是有個老師去實習，他們上去也是用講的、用寫的，其實教室也沒有電腦阿(ST₃，上，教後，p7)」，於是研究者追問「是因為環境的限制，…可以去借嗎?(ST₃，上，教後，p7)」，他回答「應該也不會吧，……就是我們實習老師也是全都用板書阿，然後用講的(ST₃，上，教後，p7)」，而且「任課教授是滿希望用電腦，他滿喜歡電腦教學(ST₃，上，教後，p7)」，因此個人推論，翰翰在預習試教時會使用這麼多的 powerpoint 動畫來展示，可能是因為教學實習課的任課教授強調要用電腦來輔助教學。

翰翰也想要在課堂上穿插一些有趣的內容。例如：他在課堂上講了一個三角國的故事。他表示，設計這一段的用意是想要「引起學生興趣(ST₃，上，教後，p9)」，並且有達到預期的目標，但是，因為接下來的教學內容並沒有用到三角國的故事，因此他認為如果能讓接下來的教學內容也套用到三角國故事的內容會更好。並且，在訪談中他也表示，如果下次再上臺教這個部分的話，會「挑較有趣的去講(ST₃，上，教後，p4)」。而當問及是否在其他的部分曾想要傳達「愉悅學習」的教學價值時，他表示「我並沒有想那麼多耶，就是想說怎麼教會比較順而已，沒有想到說要愉悅學習或是怎麼樣的(ST₃，上，教前，6)」。

在預習試教中，翰翰利用三根竹筷子做成一個三角形，讓學生看到三個邊固定的三角形是無法改變形狀的，以介紹 SSS 全等性質，似乎傳達了「連結現實」的教學價值，然而在訪談中，他未指出想在這個教學片段傳達「連結現實」的教學價值，而是提到他在講三角國的故事時有意傳達「連結現實」的教學價值。同時他也提到「我們班之前有一個同學講二次函數的最大最小值，他剛開始是用農

夫圍田地來作例子，然後就慢慢引出來，我是覺得還不錯，就是剛開始是用一個實例嘛。…那他有些東西剛開始也都是用生活上的例子去帶出來(ST₃，上，教前，7)」，但是他在自己的預習試教時，一開始並沒有用生活上的例子來引入數學概念，他表示「全等三角形我不知道生活上有什麼例子可以帶出來，我是有想過啦……那時候可能一時想不到吧(ST₃，上，教前，7)」。也就是說，他非常欣賞用生活實例來引出數學的教學內容，而且也曾試圖去找生活中的例子來和他的教學內容做連結，但因為無法找到合適的生活實例，因此作罷。

在訪談中，翰翰指出想用實物讓學生操作的意願，但是因為用 powerpoint 做動畫讓學生看也不錯，而且怕讓學生做實物操作會無法掌控時間，因此在預習試教時，並沒有讓學生做實物操作。但若是和多媒體教學相比的話，他覺得實物操作會比使用多媒體有趣，因為「我覺得用電腦只能讓同學看，如果能去玩會比較有趣(ST₃，上，教後，p7)」。

個人認為在這個階段的預習試教中，翰翰循序漸進地討論兩個三角形有一組、二組、三組對應邊(或對應角)相同時是否會全等的情形，想藉此傳達「懂得說理」的教學價值。在介紹上述概念時，他幾乎都是使用 powerpoint 上的三角形做角或邊的複製來形成另一個三角形，然後再將複製出來的三角形和原本的三角形做疊合的動作，讓學生看到是否會全等；只有在教 SSS 全等性質時，用三根竹筷子做成一個三角形，讓學生看到三個邊固定的三角形是無法改變形狀的。但是他反而希望讓學生在課堂上有較多實物操作勝於使用多媒體教學。此外，他在教學時講了三角國的故事，希望能引起學生的學習興趣，而且表示若往後有機會再上同一個單元的話，希望能多加入有趣的題材。他也表示想要利用生活實例來引入教學概念，但礙於找不到合適的例子，而無法付諸實現。

二、實做後期

翰翰的學校試教內容包含了高二下的樣本空間與事件(簡稱樣本空間)、機率的性質(簡稱機率)、數學期望值(簡稱期望值)和統計抽樣(簡稱統計)四個單元，個人以期望值單元教學為例說明實做後期的表現。

這個單元一共四節課，在第一節課的一開始，翰翰先問學生一個擲骰子的問題「投一個骰子，若投出偶數點，就可以得到五元，若投出奇數點的話，就要給老師 3 元，那你們會想參加這個賭局嗎？(ST₃，下，教，(一)A)」，以引入期望值的概念，接著開始解釋期望值的意義。然後他開始講解課本的例題，在解講時，他向學生表示，遇到期望值的題目會習慣用列表的方式來處理，並列出表格來講解。本單元的第二、三、四節課大多是在講解題目，因此以下分析將著重於本單元的第一節課。

在訪談中，翰翰表示在教學中曾展現「師生溝通」這項教學價值，例如，他提到「上課的時候有些學生會跟我提問題(ST₃，下，教後，額 1)」，並且在回答學生問題時，會「引導他們的想法，我是不會直接跟他們講說『這個應該要怎麼解』(ST₃，下，教後，額 1)」，有時候也會「請他們(學生)上臺做題目(ST₃，下，教後，額 1)」，他還提到「我講解的時候就問他說為什麼會這樣想(ST₃，下，教後，額 5)」，「看看他們到底是不是真的懂，或是不懂(ST₃，下，教後，額 5)」。但是，「之後就比較少了，之後我覺得我可能趕進度有壓力吧(ST₃，下，教後，額 5)」。所以，在這四堂課的教學中，絕大部分的時間都是看到他在講解題目，並未請學生上臺演練，也極少有讓學生更深入探討題目的機會。他表示「是可以的話就讓他們可以提到自己的想法是最好的…個人的想法……我覺得現在學生就是爲了考試，然後他們高三的時候要推甄，…這個都很重要(ST₃，下，教後，主 3)」，以及

「我們就是帶一個期中考的範圍，…如果是自己上課的話，我是希望題目不要做那麼多…可能是觀念的呈現吧(ST₃，下，教後，主3)」。也就是說，翰翰不希望讓學生做那麼多題目，而是可以有機會讓他們提出自己的想法，以了解學生是否真的學會上課內容，但是因為有考試的壓力，而不得不這樣做。例如，在(ST₃，下，教，(三)A)這個教學片段中，他特別在講解完題目之後，稍微變化一下題目再問學生，可是在解其他題目時卻沒這樣做。他解釋「其實是因為有看到考試題目，…題目是變化過的，…就是跟他們講說這個觀念而已，讓他們自己回去想(ST₃，下，教後，額2)」。

在本單元第一節課一開始，翰翰利用生活中(擲骰子)的例子來引入期望值的概念。他自己也表示，在課堂上曾展現「連結現實」這項教學價值。此外，他也表示在教學中想要營造愉悅的學習氣氛，他指出在課堂上有「叫他們(學生)講笑話，…我覺得上課還滿輕鬆的啊(ST₃，下，教後，額1)」。

個人認為在這個階段的正式試教裡，翰翰會使用生活中的例子來引入數學概念，並且會用比較輕鬆的方式來上課，但是並沒有特別顯著地實行任何一個教學價值。在教學時絕大部分的時間都是在講解題目，未請學生上臺演練，也極少有讓學生更深入探討題目的機會。不過他指出，會這樣做的原因是因為有考試的壓力，其實他不希望讓學生做那麼多題目，而是可以有機會讓他們提出自己的想法，以了解學生是否真的學會上課內容。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，在實做前期，翰翰實踐了「懂得說理、數學內涵、愉悅學習和連結現實」，並且在教學中使用了大量的多媒體素材。在訪談中，

他表示有察覺到在教學時強調「為什麼判斷兩個三角形全等最少要有三組對應邊(或對應角)相等」,希望學生不只是知道有哪些全等性質,而是知道原理;以及設計能讓學生感覺到愉悅的教學內容,並且使用許多 powerpoint 動畫來輔助教學。他也非常欣賞用生活實例來引出數學的教學內容,並曾試圖去找生活中的例子來和他的教學內容做連結,但因為無法找到合適的生活實例才作罷。不過他表示在課堂中說三角國的故事時就做到了連結現實。而且想在課堂上讓學生做較多的實物操作,不過怕自己不太會掌控時間,因而只在課堂中只有少數的實物操作,同時他認為實物操作是師生溝通的例子。並且翰翰表示他對數學內涵的意思有點模糊,因此在訪談中他並未指出教學中有展現數學內涵這項教學價值。

在真正試教時,翰翰實踐了「連結現實和愉悅學習」。在訪談中,翰翰表示有察覺到在教學時將數學概念和生活實例做連結,以及用輕鬆的方式上課。同時他也表示相當有意願和學生互動,且在其他單元的教學中曾展現「師生溝通」這項教學價值,然而因為有考試的壓力,所以在這個單元的教學中,並未觀察到他展現出此項教學價值。

在翰翰試教的兩個階段中,一直認為「愉悅學習」在課堂教學中是相當重要的,並且在試教時也都付諸實現。他也認為「連結現實」相當重要,但是在實做前期由於找不到合適的例子因而作罷;到了實做後期,由於教學單元較易和現實做連結,因此他能夠順利地展現此項價值。在兩個階段中,「師生溝通」也是翰翰一直覺得重要的教學價值,但是他並未徹底實踐,例如,他曾在實做前期指出實物操作是師生溝通的例子,不過在預習試教沒有讓學生有實物操作的機會,並且也沒有展現師生溝通這項教學價值;在實做後期,他表示因為有考試的壓力而未能展現出師生溝通這項教學價值,但是,他在其它單元的教學中確實有問學生問題、引導學生想法以及請學生上臺做題目。在兩個階段中,翰翰只在實做前期階段實踐了「懂得說理和數學內涵」,不過他表示對數學內涵的意思有點模糊,並且

在訪談中也未指出教學中曾展現數學內涵這項教學價值。我們可以用表 4-3 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-3 翰翰兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	數學內涵	☺	???	???
	師生溝通	☹	×	☑
	愉悅學習	☺	√	☑
	連結現實	☺	×(單元的性質)	☑
	懂得說理	☺	√	☑
	多媒體教學	☺	√	☒
實做後期	數學內涵	☺	×	???
	師生溝通	☹	√(察覺的和觀察之片段不同)	☑
	愉悅學習	☺	√	☑
	連結現實	☺	√	☑
	懂得說理	☹	√	???

符號的意義：☺有表現，☺不明顯，☹沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，☑有意願，☒沒有意願，一似有似無，???

資料來源：作者自製

第四節 統統

一、實做前期

統統的預習試教內容是國中教材「三角形的全等」單元的第一堂課(約四十分鐘)，大致的教學過程簡述如下。他在課堂的一開始，先問學生早餐吃些什麼，然後藉機談到御飯糰，接著介紹製造御飯糰的機器(如圖 4-3)「只要把飯放在三個鐵板的中間，然後按一個按鈕之後，外圍的三個鐵板就會往中間移動，就可以弄出一個三角形的御飯糰出來(ST₄，上，教，B)」。

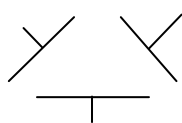


圖 4-3 製造御飯糰的機器

資料來源：作者自製

接著他問學生「這個機器做出來的飯糰的形狀是不是都是固定的？(ST₄，上，教，C)」然後就發給每一組一張投影片(上面有三條異色線段所形成的三角形)和三條異色紙條，要學生用三條異色紙條拼出投影片上的三角形，接著他要學生拼出和投影片上的三角形不一樣的三角形，並請學生將拼出來的三角形貼在投影片上。然後他把各組已貼好三角形的投影片收回，並將它們疊在一起，讓學生觀察到各組所拼的三角形都是一樣的。再來統統介紹平面圖形全等的定義，接著介紹三角形全等中，對應角和對應邊的涵義，最後介紹兩個三角形全等的數學符號表示法。

在此階段的教學活動中，他在教學的一開始，用了約六分鐘的時間來引起學生學習動機，並且用了約二十二分鐘的時間讓學生分組操作。因為他認為一堂課一開始的引起動機很重要，他說「我會覺得起始例跟一開始的引起動機很重要，…我也會想說，去開發那種可能性，把那種看起來很艱深又很枯燥的教材，變成不要那麼枯燥，就是讓學生不要去討厭，會覺得每次上數學課就是……就睡著了

…。我想盡量讓學生覺得數學不是那麼無聊的(ST₄，上，教後，額2)」。所以，他表示花最多心血去準備的就是一開始引起動機的例子，「第一個例題…，我大概整個週末都在想這個(ST₄，上，教前，4)」。他也認為「一開始這樣設計就是去讓他們感覺，…就是有些同學是可以感覺得到的，…而且我覺得先做一個活動的話，就是會引起動機，就是不是感覺好像數學課進來，然後老師就開始講定義、名稱、證明，然後下一節課你就要會用了，…我就不喜歡那個樣子(ST₄，上，教前，1)」。不過，在訪談中他覺得臺下學生上課氣氛似乎沒有很愉悅，他表示可能是因為剛好是上早上的第一堂課，而大家本來在上第一堂課時的精神就不太好，他說「我已經觀察好幾個禮拜了，只要是第一堂課，其實連我自己都想睡覺，我覺得只要是每次早上8點那一個就沒什麼人要理他(ST₄，上，教後，額3)」；也有可能因為扮演臺下學生的是大學生，所以對於已經懂的東西沒有多大的興趣。

統統也覺得利用和數學教學內容相關的生活實例來當作起始例是個很好的做法，好處是可以讓學生連結舊經驗以及讓學生將所學數學知識和生活做連結，他說「我會覺得第一個就是連結舊經驗啊，就是老師一進來的時候不是講一個很深奧的定義啊，或證明啊，而是老師一開始進來先感覺好像在聊天，然後提到一個『我知道的東西』，然後學生自然而然就會『我想聽、我想參與說你到底要跟我講什麼』，然後尤其是國中，國中的時候你就可以讓他知道說原來我們學這些東西是我生活上是可以看得到的或者是可以應用到的，就是常常會有人問我們說，學數學要幹嘛，我只要會加減乘除，出去買東西不要找錯錢就好了啊，但是我會覺得有更多東西其實是他不知不覺就用上的，就是他有那個數學能力，可是他沒有那個數學知識。或者是我就是想要帶給他就是說，我們可能學到的東西是和生活可以結合在一起的(ST₄，上，教前，5)」。而當問及使用「御飯糰」的例子當作起始例，是否傳達連結現實這項教學價值時，他表示「其實我覺得御飯糰的例子還不夠連結現實，…就是在我的感覺裡面，我想要一個就是我還可以接受的例子，其實我覺得如果可以更生活化一點的話(ST₄，上，教前，5)」。

在讓學生進行操作的活動時，統統會分別走到各組巡視並和學生對話，當遇到學生有問題時，他並非直接告訴他們答案，而是反問學生，讓他們有思考的空間。他表示，原本就已經規劃在操作時要和學生作對話，尤其「如果是跟他舊有的知識有衝突的地方，或是他不太確定的地方，我都會套一個問題然後讓他想一下(ST₄，上，教後，額 2)」，並且也察覺到在試教時曾和學生對話，「我記得我下去小組的時候講了蠻多的，我還記得這堂課我一直講就是：你覺得呢？我一直問同學：你覺得呢？(ST₄，上，教後，額 2)」、「所以這堂課我至少問了三四次以上吧，就問他說：你覺得呢？你要不要講講看你的想法(ST₄，上，教後，額 2)」、「我在證明 SSS 之前我不會跟他說到底可不可以，所以假設現在有同學說：老師我覺得可以，那我就說：『你確定嗎？那你可以…就發那個下去阿…那你拼另一個給我看。』…就算有人說不可以，我就會說：『是你找不到？還是真的不可以？』(ST₄，上，教後，額 2)」，而且他也表示，和以前比起來，現在上課的時候和學生的對話次數變多了，「其實比我…就是大一大二的時候多很多了，……因為像以前還沒上 TE 課的時候我就覺得說幹嘛跟學生對話，就是我會覺得不要跟學生對話，……上 TE 老師的課，然後他就一直有在跟我們講說要跟學生對話，然後我覺得比我之前阿，上課的時候其實就是多很多了(ST₄，上，教後，額 2)」，而和學生對話的用意是想了解學生的想法，例如「我會覺得說沒關係你就跟他對話嘛！有時候你會問出一些學生的想法(ST₄，上，教後，額 2)」；或是培養學生懂得說理的能力，例如「因為我覺得下小組，那個時間其實就是跟學生對話，跟對學生對話其實就可以培養學生懂得說理的能力(ST₄，上，教後，額 4)」、「我覺得有時候同學沒辦法講出很精確的話，但是他已經可以講出七八成了，那我覺得就已經很不錯了。像下小組的讓他們講的時候，我覺得就有在培養他們懂得說理(ST₄，上，教後，額 4)」；或是讓學生有思考的機會，例如「我在私底下的互動就是『你找不到你就可以確定它沒有嗎？』就是我會讓他去想，就是在學生操作的時候我會下去巡，但我從頭到尾絕對不會跟任何一個學生講說『我確定有，或我確定沒有』(ST₄，

上，教前，2)」。

統統也相當強調教學內容的數學概念，他表示「我覺得我上的課我要給他們的數學概念我都會特別強調(ST₄，上，教前，4)」，因為他覺得「今天如果是一堂課，然後你又很多引起動機很多操作，但是你都沒有跟同學講數學概念，我覺得這堂課就是浪費掉，所以我會覺得，就是在這個地方要教給他們一些數學概念(ST₄，教後，額5)」。當問及是否在教學中的哪些部分強調數學內涵或數學形式時，他表示「沒有特別想過耶，…因為我在設計的時候沒有特別想數學形式和數學內涵(ST₄，上，教前，6)」，而且他也指出他不太清楚數學形式和數學內涵到底代表的是什麼。

個人認為在這個階段的預習試教中，統統十分重視在教學中能引起學生的學習動機，所以他使用「御飯糰製造機」的例子作為起始例，並且他設計了一個活動能讓學生分組進行操作。在讓學生進行操作的活動時，他會分別走到各組巡視並和學生對話，當遇到學生有問題時，他並不會直接告訴他們答案，而是反問學生，讓他們有思考的空間，並且藉著和學生對話的機會培養他們懂得說理的能力。然而，他覺得在這個教學單元比較難找到合適的生活實例和教學內容相連結，因此對於自己在課堂中舉的「御飯糰製造機」的例子並不是很滿意。另外，他也相當強調教學內容的數學概念，他認為一堂課一定要教給學生一些數學概念，否則就是浪費掉了。然而他並不清楚數學形式和數學內涵到底代表的是什麼，所以在設計教學內容的時候沒有特別考慮強調數學形式和數學內涵。

二、實做後期

統統的學校試教內容包含了高二下的樣本空間與事件(簡稱樣本空間)、機率

的性質(簡稱機率)、數學期望值(簡稱期望值)和統計抽樣(簡稱統計)四個單元，個人以機率單元教學為例說明實做後期的表現。

這個單元一共五節課，在第一節課的一開始，他利用三分鐘的時間讓學生在臺下做一題關於機率的題目，題目是「擲三個骰子，擲出點數是 15 的機率」(以下簡稱三骰例)。等到有幾個學生算出答案後，他先不直接公佈正確解答，而是開始介紹機率的觀念，先由較簡單的問題「擲一個骰子，擲到一點的機率是多少」(以下簡稱一骰例)引入，當學生回答出機率是六分之一時，他追問學生答案(六分之一)的分母和分子分別是如何得到的，以初步引出機率的算法就是「指定的情形」除以「全部出現的情形」。然後他再以「硬幣例」問學生「擲兩個硬幣，一正一反的機率是多少？」(ST₄，下，教，(-)C)」，並問學生「這個問題的樣本空間是什麼？」(ST₄，下，教，(-)C)」，以及「樣本空間 S={二正,二反,一正一反}和 S={二正,二反,一正一反}有什麼差別？」(ST₄，下，教，(-)C)」。然後他藉由學生國中生物學過的顯隱性基因配對表來講解此題的樣本空間(如圖 4-4)。

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

	+	-
+	++	+-
-	+-	--

圖 4-4 顯隱性基因配對表

資料來源：作者自製

接著以本節課所討論的結果來修正機率的算法為「指定的情形」除以「全部出現的情形」，且全部出現情形的每一個的機會都要一樣。然後統統介紹古典機率的定義。接著他舉買樂透的例子(以下簡稱樂透例)來說明，如果樣本空間 S={中,不中}，那麼中獎的機會就是二分之一了，因此樣本點的機會要均等。再來他舉兩個人猜拳的例子，先用數狀圖講解一遍後，再用乘法原理講解一遍。接著他請學生上

臺做習作的題目，並且當學生寫完後，他要該位學生在臺上講解。最後他請在課堂一開始就答對「三骰例」的學生上臺講解「三骰例」的作法。在第二堂至第五堂課，當統統在講解題目時，常常會問學生為什麼要這樣做，或是在講解完題目後，稍微改變一下題目，讓學生去思考要如何做。

在介紹數學概念時，統統都會先舉生活中的實例，然後再利用和學生問答的方式，慢慢引出數學概念。例如，他先利用「一骰例」，讓學生說出機率的算法為「指定的情形」除以「全部出現的情形」，然後和學生討論「硬幣例」，來引出在算機率時，樣本空間的樣本點的機會要均等。接著利用「樂透例」來說明，若不要求樣本空間的樣本點的機會要均等的話，那樣本空間就是{中獎, 不中獎}，那麼中獎的機會就是二分之一。因此，個人認為統統在正式試教中傳達了「數學內涵、師生溝通和連結現實」。他也表示，在這幾堂課的教學中，最想傳達給學生的是「數學概念(ST₄，下，教後，主2)」，他說「主要我還是放在就是他們有沒有學習到數學內涵，就是數學知識(ST₄，下，教後，額1)」。當問及是否察覺到在教學時曾做到師生溝通時，他則是把焦點放在課後和學生聊天的時間，他說「師生溝通我是覺得如果是私底下的話，就是那常常來找我的就是大概那十個左右吧，我覺得我們還可以聊滿多的(ST₄，下，教後，額1)」。另外，他特別指出在教學時十分盡力實踐「連結現實」，但是，他覺得自己做得不太好。而且在設計教學時，不一定會想到教學價值，例如，在教學中舉「樂透例」來說明樣本點的機會均等的概念時，他未察覺到已實踐連結現實這項教學價值，而是當研究者在訪談中提及時，他才察覺到。因此，雖然統統在教學中有許多部分做到連結現實，但是他自己並未察覺到。

在這個階段的教學中，統統也很重視「個別思考和懂得說理」這兩項教學價值。因為，他在教學時會經常問學生問題或叫學生上臺做題目，有時還會請學生講解，他自己也表示有察覺到，他說「上來的人如果做對的話，我就想說那就是

一個考驗的機會，就是讓他們磨練他們的臺風，……就(算)是他講錯、寫錯，我也是想要說『那你解釋一下你為什麼這樣寫』，然後再問同學說『你們覺得他哪裡錯了』我覺得是可以……訓練他們的臺風啊、口才啊，然後去判斷別人怎麼寫錯(ST₄，下，教後，主 1)」。此外，在其它單元的教學中，他有時會故意寫錯，因為「我覺得在排列組合的這一節當中，很重要的是『你如何從解題跳到第二個層次』(ST₄，下，教後，主 2)」，他解釋「第一個(層次)是…就是純粹只是解題，然後第二個層次是知道為什麼要這樣解題，…就是有點像後設認知這樣子的吧，就是知道為什麼要這樣子做(ST₄，下，教後，主 2)」，也就是說，他想要學生不只會解題，而且也要知道為什麼要這樣解。他也認為機率、排列組合這個單元比較容易做到「個別思考」，他說「這一章節的個別思考很多啊，就是他會用他自己的想法去解那些題目(ST₄，下，教後，額 2)」，即使遇到解法固定的題目或單元，雖然不太可以讓學生個別思考，他還是會想傳達「個別思考」的教學價值，他說「我覺得像說你讓他發表的話，其實我覺得是個別思考的過程……雖然每個人的想法都跟這個想法差不多，……把他自己的想法講出來，我覺得那就是一個個別思考的過程……在這個過程當中，他(學生)就一起做了懂得說理跟個別思考(ST₄，下，教後，額 2)」。

在教學時，統統營造了相當輕鬆的上課氣氛，並和學生打成一片，例如，在第二節課的一開始(ST₄，下，教，(二)A)，學生在臺下起鬨，說值日生不擦黑板。他便趁機問學生「他不擦黑板的機率是多少？」而引起臺下學生熱烈回應。他也表示「我覺得我上課氣氛真的還滿輕鬆的，而且我都沒有講笑話(ST₄，下，教後，主 4)」。

個人認為在這個階段的正式試教裡，統統相當強調利用生活中的實例，以及和學生問答的方式，讓學生慢慢建構出數學概念。在課堂中和學生對話時，他經常會問學生「為什麼要這樣做」，並且會請學生上臺做題目以及講解，因為他希望

學生能有自己的想法並把想法講出來；同時他也營造輕鬆的學習氣氛。雖然他相當重視將數學概念和生活做連結，但是在設計教學時不一定會想到要去做這件事，即使在教學的許多片段曾實踐連結現實，他自己卻未能察覺，而是在研究者提醒後，才察覺自己有做到。另外，雖然他極希望藉由和學生問答的方式來慢慢引入數學概念，而且在正式試教時也付諸實踐，但因學生無法適應以及輔導教師的反應，導致他在往後的教學單元中減少使用這種教學方式。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，統統在實做前期實踐了「引起動機、師生溝通、連結現實、懂得說理、個別思考和數學內涵」。在訪談中，他表示有察覺到在教學時想設計貼切的起始例來引起學生學習動機；讓學生做小組實物操作的活動時，到各組間巡視並和學生對話，且不直接告訴學生答案，而是反問學生讓他們能夠有思考的空間，以及培養懂得說理的能力。他也非常強調在課堂中要教給學生數學概念，但是並不是很清楚在教學中是否有做到數學內涵，因為他一直搞不清楚數學內涵和數學概念的意義。但是，他卻不覺得自己在教學時實踐了連結現實，因為他覺得課堂一開始舉的例子還不夠生活化，但是他相當有意願去實踐，只是找不到合適的例子而已。

在真正試教時，統統實踐了「師生溝通、連結現實、懂得說理、個別思考、數學內涵和愉悅學習」。在訪談中，他表示有察覺到在教學時強調所教單元的數學內涵；營造輕鬆的學習氣氛；讓學生能夠有個別的想法；以及讓學生上臺講解以培養其懂得說理的能力。然而統統未提到在教學時有做到連結現實，而是在研究者提醒後，他才察覺自己曾做到。另外，他也會利用和學生問答的方式，慢慢引出數學概念。

在統統試教的兩個階段中，一直認為「個別思考、懂得說理和連結現實」在課堂教學中是相當重要的，並且也都在教學中實踐。在這兩個階段中，統統也展現出「師生溝通和數學內涵」，不過在實做前期時，他表示對數學內涵的意思有點模糊，並且在訪談中也未指出教學中曾展現數學內涵這項教學價值，而是到了實做後期，他才察覺到在教學中實踐了數學內涵。我們可以用表 4-4 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-4 統統兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	引起動機	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	師生溝通	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	連結現實	☺	(不滿意)	<input checked="" type="checkbox"/>
	懂得說理	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	個別思考	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學內涵	☺	數學概念	數學概念
實做後期	愉悅學習	☺	√	???
	師生溝通	☺	???	???
	連結現實	☺	× → √	???
	懂得說理	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	個別思考	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學內涵	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>

符號的意義：☺有表現，☺不明顯，☹沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，有意願，沒有意願，—似有似無，???

資料來源：作者自製

第五節 宇宇

一、實做前期

宇宇的預習試教內容是國中教材「數形關係」單元的第一堂課(約三十分鐘)，大致的教學過程簡述如下。她在課堂的一開始，先問學生誰家裡有兄弟姊妹，然後隨機點一位同學(A 同學)起來回答，她依序問了 A 同學三個問題，分別是「你和弟弟各幾歲？兩人相差幾歲？你弟弟出生的時候你幾歲呢？(ST₅，上，教，A)」，接著問全班同學「當 A 同學 20 歲時，他弟弟是幾歲？(ST₅，上，教，A)」當有學生回答正確時，宇宇就邀請該學生講解自己的算法。隨後，她在黑板上列出兩列數字，第一列數字由左到右依序是 1、3、5、7、9、11、……，第二列數字由左到右依序是 2、4、6、8、10、12、……(如圖 4-5 所示)。

1	3	5	7	9	11	……
2	4	6	8	10	12	……

圖 4-5 兩列有規律的數字

資料來源：作者自製

接著她要學生觀察並說出這些數字的關係。然後在上排數字和下排數字間畫一直線區隔開來，並問學生「上面排數字之間的關係是什麼？(ST₅，上，教，C)」然後她把每個數字間畫直線區隔開來，並在最底下多畫出一行，把 1、2 編為第①組，把 3、4 編為第②組，把 5、6 編為第③組、……(如圖 4-6)，然後問學生「第 n 組的數字分別是多少？(ST₅，上，教，D)」

1	3	5	7	9	11	……
2	4	6	8	10	12	……
①	②	③				

圖 4-6 將兩列有規律的數字編組

資料來源：作者自製

接著，她在表格的最右邊再多畫出一列寫上第 n 組(如圖 4-7)。

1	3	5	7	9	11	……	
2	4	6	8	10	12	……	
①	②	③					④

圖 4-7 第 n 組時此兩列有規律的數字會是多少？

資料來源：作者自製

後來有學生問「 n 是什麼？(ST₅，上，教，F)」，宇宇回答「未知數(ST₅，上，教，F)」，但是學生似乎還是不清楚，所以一直問「未知數」和「已知數」的相關概念。然後，宇宇問學生家裡的門牌號碼是多少，並請學生回想是否家裡隔壁的門牌號碼會比家裡的號碼多 2 或少 2？然後再帶學生寫講義的相關題目。後來再度有學生問「 n 是什麼？(ST₅，上，教，K)」，宇宇只是照先前的回答再回答一遍，學生依然不能了解，於是宇宇請學生下課後再找她。

在預習試教中，宇宇利用門牌號碼為例，要學生回想家裡隔壁的門牌號碼和自己家的門牌號碼的關係。她表示設計這個部分的用意是想讓學生可以連結現實。此外，她在教案中還設計了「火車座位號碼」的活動，也是想要讓學生能將數學和生活做連結，她說「我上課的內容就是連結現實，我的題目就是用現實上

的題目，如果他們有去看自己家裡的門牌號碼，他們就會發現這是有規律的；還有火車座位也是現實會遇到的(ST₅，上，教後，p8)」，以及在課堂的一開始問學生「弟弟幾歲」的問題，也是想要做到連結現實。然而，卻因為經驗上的不足，宇宇無法掌控教學時間，只教了原本設計的教學內容的三分之一，她說「因為是第一次試教，所以不太會控制時間(ST₅，上，教後，p2)」，「課堂的時間掌握的不好，課堂的秩序也掌握不好……，我打算要教的東西只教了三分之一(ST₅，上，教後，p1)」。另外，當問及「如果這個課程一開始和連結現實沒有關係或是只有一點點關係，妳會特別去連結到現實嗎？(ST₅，上，教後，p9)」，宇宇回答「還是會，雖然還是覺得有點牽強(ST₅，上，教後，p9)」。

在課堂的一開始，她藉由和師生對話的方式，幫學生復習「兩個人之間的年紀差成定值」的概念；以及在講解學習單中門牌的題目((c)小題)時，有學生回答了正確的答案，她就請該學生說出原因，似乎想傳達師生溝通的教學價值。在訪談時，宇宇表示溝通就是「了解對方到底在講什麼(ST₅，上，教後，p8)」，因此她認為在這兩個部分都有做到「師生溝通」，她也說「我一直都在傳達師生溝通，我一直都有在問學生問題，學生回答以後，我再接著問：『為什麼你會這樣想？』這一部分就是師生溝通。如果我單純只是問個問題要他們回答，這就不是溝通(ST₅，上，教後，p8)」。另外，她原本不清楚在教學當中，回答學生所問的「未知數是什麼」問題的部分算不算師生溝通，然而在和研究者晤談後，她認為這個部分有做到師生溝通，因為她「了解對方(學生)到底在講什麼」。不過她也表示，在教學當中問學生問題時並沒有做到「引導」學生回答的過程，因為「我準備得實在太匆促，我覺得這應該要會的，沒有預期到他們不會(ST₅，上，教後，p4)」。也就是說，學生的反應和她的預期不同，導致她不知如何去應對。

另外，宇宇在教門牌的規律時(ST₅，上，教，B~D)，依序問了一些相關問題，並且沒馬上公佈答案，似乎有意要引導學生的思考。她認為「在我問問題的時

候，他們(學生)都應該要做個別思考(ST₅，上，教後，p5)」，並且她認同在她的教學中「只要有製造對話，就會有個別思考(ST₅，上，教後，p5)」。此外，在訪談中她也指出在預習試教中，最想傳達給學生的就是「讓他們(學生)有推理的能力(ST₅，上，教後，p2)」，由門牌的規律推理出一般式為 $2n$ 及 $2n-1$ ，並且由火車座位號碼的規律推理出一般式為 $4n$ 、 $4n+1$ 、 $4n+2$ 、 $4n+3$ 。然而因為時間掌握不佳，來不及講火車座位號碼的例子。

宇宇也表示，在這次的教學中想強調數學形式，她說「每個題目的最後一步都是數學形式。中間是推導過程，推導過程就是爲了要得到這個結果，而這個結果就是用數學形式來表示(ST₅，上，教後，p5)」。

個人認為在這個階段的預習試教中，宇宇十分強調數學和生活做連結，因此，在教學設計時，一開始就用對話的方式，以學生和弟弟的年齡差為問題主軸，幫學生復習數學概念；並以門牌號碼以及火車座位號碼為例，想讓學生推演出其一般式分別為 $2n$ 、 $2n-1$ 以及 $4n$ 、 $4n+1$ 、 $4n+2$ 、 $4n+3$ ，藉以實踐此教學價值，同時培養學生推理的能力。然而卻因為經驗不足，無法掌握教學時間，因此並未在課堂上提到火車座位號碼的例子。在教學當中宇宇也有意圖地問學生問題，想做到師生溝通，但是學生的回答和他的預期不同，所以她並沒有做到引導學生回答的過程。不過她認為，在她問學生問題的時候，學生會產生個別思考。因此在她問學生問題時，同時也做到了個別思考這項教學價值。

二、實做後期

宇宇的學校試教內容包含了高二下的樣本空間與事件(簡稱樣本空間)、機率的性質(簡稱機率)、數學期望值(簡稱期望值)和統計抽樣(簡稱統計)四個單元，

個人以期望值單元教學為例說明實做後期的表現。

這個單元一共五節課，在第一節課的一開始，宇宇分別問了學生兩個課本上的問題，學生回答出答案後，她都會先問學生是怎麼算出來的，最後才由自己講解。然後她出了一題關於擲骰子的期望值題目，在講解完題目後，就點學生回答，當學生回答錯誤時，她會稍微提示該學生，可是那位學生卻回答「我只會算不會講(ST₅，下，教，(一)D)」，因此宇宇點另一個學生來回答(這位學生也沒解釋算法)。接著，她開始介紹數學期望值的定義，並用數學語言將詳細的定義寫在黑板上。再來她先講解課本的一題關於抽球的例題的題意，並請學生回答，被點到的學生沒回答，她就再將題目解釋一遍，之後就直接講解算法。她接著問學生「有沒有人有另一種想法可以算出答案的?(ST₅，下，教，(一)F)」，並再點了兩個學生回答(學生都未回答)，然後才自己解釋另一種作法。在第二節課，宇宇主要是講解課本的題目。一開始，她點學生做隨堂練習，並請學生講解(但學生沒講解)。然後，在講解完一題題目後，她還解釋答案的涵義。接著，她讓學生寫課本上的一題例題「3個不同的球，放入3個不同的箱子，空箱子數以x表示，x可能的情形為？x的期望值？」，然後點學生上臺寫作法，最後才是由她自己講解。其後她講解的兩題例題，也都是先讓學生上臺寫或是先問學生答案，最後才由她自己講解。在第三節課，宇宇主要也是在講解課本的例題，在講解完頭兩題的算法後，她還會解釋所算出之答案的涵義。接著因為講解的題目會用到 Σ 的公式，所以她先將 $\sum_{k=1}^n k$ 、 $\sum_{k=1}^n k^2$ 、 $\sum_{k=1}^n k^3$ 這三個級數的公式寫在黑板上。接著，她抽學生上臺寫算式，上臺的學生寫錯了，她便問臺下的學生「有沒有發現哪裡有錯誤?(ST₅，下，教，(三)E)」，最後才由她自己講解。接著，在講解「有五個選項的複選題，全對可得6分，答錯要扣S分才可使其期望值為0？」的題目，她先問學生「得分的情形有幾種可能?(ST₅，下，教，(三)F)」學生一開始沒回答出來，她就慢慢引導，並問學生「所有的答案的情形有三十一種還是三十二種?(ST₅，下，教

，(三)F)」有學生回答「三十一(ST₅，下，教，(三)F)」，但是她說「是三十二才對(ST₅，下，教，(三)F)」，後來她發現臺下的學生一直在討論到底是三十一還是三十二，於是便請臺下的學生發表他們的疑問，最後才由自己講解。然後，她補充說明賭博的和期望值的關聯，她說「莊家設計期望值，如果要賺一百元，那我就設計一個賭局，使得它的期望值對你們而言是負一百，對我而言是正一百(ST₅，下，教，(三)H)」。在第四節課，宇宇主要也是在講解題目，她先請學生寫習題，然後抽學生上臺寫，並請學生講解。後來，因為化簡式子要用到 $\sum_{n=1}^{25} 100k = 100 \sum_{n=1}^{25} k$ ，所以她特別把這個式子的意思再解釋一遍。在第五節課，宇宇主要也是在講習題，其中有一題她點了一個學生上臺寫，並在該位學生寫完算式後請他在臺上講解。

宇宇在正式試教中，經常會點學生回答，或是抽學生上臺做題目，有時候上臺寫解題過程的學生算錯了，她還會問其他的同學是哪裡算錯了，因此她在課堂上和學生的互動相當不錯。因而研究者追問「在課堂上的哪些部分想強調師生溝通？」，她表示在教學時，比較難做到師生溝通，「因為他們(學生)…其實滿喜歡講話的，就是課堂上很吵，所以我覺得就是他吵的話你就會緊張，想要趕快把課上完，就是希望他們安靜，就會忽略掉師生溝通(ST₅，下，教後，p4)」。而且她認為師生溝通應該是在課後做的，她說「我覺得是課後問學生一學習狀態這樣才叫溝通吧(ST₅，下，教後，p6)」，因此，她表示她會在下課的時候做到師生溝通，「我還是有師生溝通啊，因為我下課後會問他們說『你覺得教得怎麼樣』，或是『哪裡聽不懂』。其實我會去問啊，就是問學生說『這樣教會不會太快』(ST₅，下，教後，p4~p5)」。也就是說，宇宇認為師生溝通是在課後才做的，在課堂上很難做到，因為學生很吵，她要掌握班上的秩序，不過她還是很有意願在課堂上實踐。此外，她也很重視學生的個別思考，例如，點學生上臺做題目的用意是要讓學生思考以及緩和上課的氣氛，她表示「你總是要緩和一下氣氛，不然都我上課，學

生會睡著，然後如果他上臺的話，他其實也會認真的在思考，就是至少可以幫助到一些學生，就是上課的時候還會在思考，不是在發呆(ST₅，下，教後，p2)」；在課堂中也會請學生自己做題目，「在他們課堂中，我會叫他們自己做題目啊，那就是在個別思考(ST₅，下，教後，p7)」；以及花較多的心力在講解題目時，「我講解題目會花比較多心力是因為我希望就是在講解題目的時候，就已經先引發他們思考了(ST₅，下，教後，p7)」。

另外，在宇宇教學的第一節課一開始，分別問了學生兩個課本上的問題，在學生回答出答案後，她都會問學生是怎麼算出來的。在第二、四、五節課，也都有在課堂上讓學生上臺做題目然後講解的例子(雖然有時候學生不一定想講解)。在訪談中，她表示這個部分確實做到了懂得說理。此外，她還表示有時候在教學時會詢問學生的想法，這樣也實踐了懂得說理的教學價值，她說「我在問完他們題目以後，我會問他們說『為什麼你會這樣寫』，那不就是應該要把它說出來嗎(ST₅，下，教後，p6)」。

此外，當宇宇在講解完題目之後，通常會再解釋一下答案的涵義，例如，在第三節課，她在講解完例題並得到答案(答案為 6)後解釋「……不是說你每一次一定要取到六個，才能把紅球全部取完，是平均而言，要取六次才可以把紅球取完(ST₅，下，教，(三)B)」；在第二節課，當算出例題的答案(答案為 $\frac{45}{16}$)後，她解釋「這一題的答案是十六分之四十五，表示說你每取一次的話，平均而言是拿到十六分之四十五元，那你可能取了十六次以後，你就拿到四十五元，就是平均而言，那一百六十次的話就是拿到四百五十元，平均而言得到的錢數(ST₅，下，教，(二)B)」；在第一節課，她在講解完某個例題並得到答案(答案是 75)也說「就等於做公益事業的樣子，幫你們把某 A 的錢給某 B(ST₅，下，教，(一)C)」。而當研究者問宇宇在教學中的哪些部分強調數學內涵時，她說「期望值的定義那些什麼

的，我都有講，講得很清楚啊，要怎麼算也講得很清楚(ST₅，下，教後，p4)」。

宇宇講解的題目大都和生活有關，例如，抽籤、擲骰子、擲硬幣、複選題猜對的期望值。在訪談中，她似乎不是很清楚自己是否在教學中做到連結現實，因為她起先表示「我一開始就連結現實呀，你上期望值就是去賭博嘛，就跟對發票、對樂透那些都非常有關聯，然後你要舉辦一些什麼活動啊，其實都會用到期望值的觀念(ST₅，下，教後，p4)」，然而在訪談的後半段，她卻突然表示「沒有做到連結現實(ST₅，下，教後，p9)」，在研究者的追問下，她才改口說自己有做到連結現實，並舉了兩個在教學中實踐連結現實的例子，例如，「那你如果要舉辦這場活動，那你至少應該要收多少錢，其實一般人大家都會答『總金額除以總支數』嘛，那這種是一種算法，那我還會跟他們講說那還有另一種算法，就是算它們一支籤本身的價值，你抽到那一支籤的機率是十分之一，十分之一乘上兩千，兩千塊拿到的機率就平均而言是兩百嘛，就是把一支的價值直接算出來也可以(ST₅，下，教後，p10)」，在她敘述例子的過程中，個人認為她比較強調的是數學內涵。也就是說，雖然宇宇的教學單元很自然地就可以連結到生活實例，然而，她本身卻不是很清楚在教學中是否有做到連結現實。即使是在研究者提示之後，然而當她在敘述教學中的連結現實的片段時，焦點仍是放在數學內涵上。

在訪談中，宇宇也談到傳達了自己所認定的「愉悅學習」教學價值。她認為在課堂中營造愉悅的學習氣氛的方式就是笑容，她說「因為我覺得你對學生笑的話，就是感覺就比較親切一點，就不會擺個酷臉這樣子，…應該是控制自己的情緒在一個水平上的話，學生也會跟著你保持心情愉快(ST₅，下，教後，p8)」。

此外，在第一節課(ST₅，下，教，(一)E)時，宇宇用詳細的數學語言寫下期望值的定義「設 S 為某試驗的樣本空間， $S=\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$ ， $A_1 \cup A_2 \dots \cup A_n=S$ ，又 $A_i \cap A_j \neq \Phi$ ，其中 $i \neq j$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ， $j=1, 2, \dots, n$ ，又設事件 A_j 發生的機率是 $P(A_j)$

，而事件 A_i 發生的報酬為 m_i ，則此試驗的期望值 $=P(A_1)m_1+P(A_2)m_2+\cdots+P(A_n)m_n=\sum_{i=1}^n P(A_i)m_i$ ，數学期望值可看成報酬之平均值」，並講解。因此，就這個部分而言，宇宇十分強調數學形式；然而，在第二至第四節課的教學中，未再出現如此強調數學形式的教學片段。

個人認為在這個階段的正式試教裡，宇宇相當喜歡在課堂上和學生互動。她經常會點學生回答問題，或是抽學生上臺做題目，當上臺做題目的學生算錯時，她還會問其他的同學是哪裡算錯了。她也很有意願在課堂上實踐師生溝通，但是她認為要掌握班上的秩序，所以很難在課堂上實踐，而且她也不認為在課堂上有做到，只有在課後的時間有做到師生溝通。此外，她在教學時經常詢問學生的想法、讓學生自己做題目，並花較多的心力在講解題目，想藉此引發他們的思考；並且讓學生上臺講解以培養說理的能力。雖然，宇宇的教學單元很自然地就可以連結到生活實例，然而，她本身卻不是很清楚在教學中是否有做到連結現實。即使是在研究者提示之後，當她在敘述教學中的連結現實的片段時，焦點仍是放在數學內涵上。尤其是，當她在講解完題目之後，通常會再解釋一下答案的涵義，以強調數學內涵。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，宇宇在實做前期努力想實踐「連結現實、數學推理、個別思考、師生溝通和數學形式」。在訪談中，她表示在課堂中有意圖要使用貼切的生活實例來當作教學的主軸；問學生問題，讓學生產生個別思考；藉由問答的方式了解學生的想法以培養學生數學推理的能力；在黑板上不斷地列出表格好讓學生觀察數列的第 n 項該如何表示。但是當她在問學生問題時，由於學生的反應和自己的預期不同，導致不知如何去應對，而沒有做到引導學生回答的動

作。而且因為教學經驗不足，她在預定的時間內只教了設計的教學內容的三分之一。

在真正試教時，宇宇實踐了「連結現實、個別思考、懂得說理、師生溝通和數學內涵」。在訪談中，宇宇表示有察覺到在教學時強調所教單元的數學內涵；詢問學生的想法、讓學生自己做題目，並花較多的心力在講解題目，想藉此引發他們的思考；以及讓學生上臺講解以培養其懂得說理的能力。但是，她卻不是很清楚在教學中是否有做到連結現實。即使是在研究者提示之後，宇宇在敘述教學中的連結現實的片段時，焦點仍是放在數學內涵上。另外，她覺得自己在課堂上為了要掌控秩序而沒做到師生溝通，但是在下課時間有做到師生溝通，而且她覺得是課後問學生一些學習狀態這樣才叫溝通。

在宇宇試教的兩個階段中，一直認為「個別思考」在課堂教學中是相當重要的，並且都付諸實現。她雖然也一直認為「師生溝通」在課堂教學中是重要的，但是在實做前期並沒做得很好，到了實做後期，宇宇表示在課堂上很難做到，而是在下課時才有做到師生溝通。在實做前期和實做後期，宇宇均實踐了「連結現實」，然而在實做後期，宇宇似乎不很清楚在教學中是否有做到連結現實。我們可以用表 4-5 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-5 宇宇兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	連結現實	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	數學推理	☺	√	???
	個別思考	☺	√	???
	師生溝通	☺	√	???

	數學形式	☺	???	???
實做後期	連結現實	☺	對定義不清	???
	個別思考	☺	√	???
	懂得說理	☺	√	???
	師生溝通	☺	對定義不清	☑
	數學內涵	☺	√	???
	愉悅學習	☺	√	???

符號的意義：☺有表現，☹不明顯，⊗沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，☑有意願，☒沒有意願，—似有似無，???.資訊不足以判斷。

資料來源：作者自製

第六節 瑩瑩

一、實做前期

瑩瑩的預習試教內容是國中教材「商高定理」單元的第一堂課(約三十五分鐘)，大致的教學過程簡述如下。她在課堂的一開始，先說了一個「方方國」的故事來作為介紹商高定理的起始例。她在故事的最後提到，為了要幫方方國的公主慶生，因此公開徵求以正方形為主要圖形以及隱含方方國公主生日(三月一日)所設計的圖案，評選的結果有兩件作品(如圖 4-8、圖 4-9)不分軒輊，因此要讓公主來判定到底是哪件作品為優勝。公主說「哪一件作品的粉紅色面積比較大的就獲得優勝」。接著瑩瑩便抽學生起來回答，並讓全班學生舉手表決認為哪一個的粉紅色面積大，接著再從舉手贊成右邊或左邊的粉紅色面積大的學生中，各選一個發表

意見。

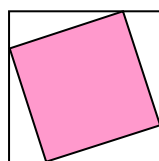


圖 4-8 方方國圖案設計競賽入選圖之一

資料來源：作者自製

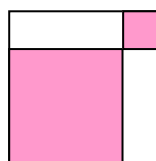


圖 4-9 方方國圖案設計競賽入選圖之二

資料來源：作者自製

然後她介紹直角三角形各邊的名稱。在介紹時，她先畫了一個直角三角形(如圖 4-10)，然後分別問學生這個三角形的三個邊要如何稱呼，學生答了「高(左邊)、底(下面)、右邊(ST₆，上，教，B)」的答案；然後她將原來的圖轉了一個方向後(如圖 4-11)，繼續問學生這個三角形的三個邊要如何稱呼，學生答了「右邊、左邊、下面(ST₆，上，教，B)」的答案；她向學生解釋「同樣的一個三角形，轉了一個角度後，它的三個邊的稱呼就改變了，這樣會很困擾，所以就給它的三個邊一個統一的名稱(ST₆，上，教，B)」。

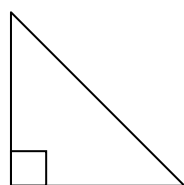


圖 4-10 直角三角形

資料來源：作者自製

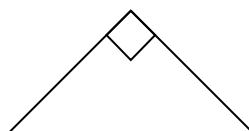


圖 4-11 經旋轉後的直角三角形

資料來源：作者自製

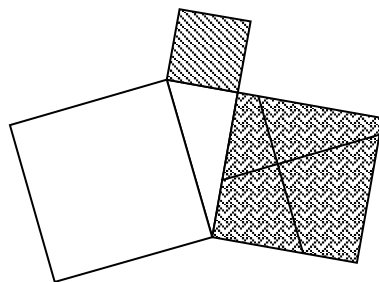


圖 4-12 畢氏定理的拼圖法證明

資料來源：作者自製

然後就開始介紹「直角的兩個夾邊稱為『股』，直角的對邊稱為『斜邊』」。隨後她的課堂流程都是照著自編的學習單內容來進行，學習單內以起始例中的兩個圖(如圖 4-8、圖 4-9))為主軸，依次推導出兩個圖的粉紅色面積是相等的，以及商高定理的式子($股^2 + 股^2 = 斜邊^2$)。在講解的過程中，她都會點學生回答。在課堂的最後，她讓大家親自動手操作「用拼圖法證明畢氏定理」(如圖 4-12)。

在預習試教中，瑩瑩利用「方方國」的故事，來當作引入商高定理的起始例。她表示，在整個教學中，這個部分是最滿意而且也花最多心血準備的。這樣做的目的是想要「引起學習動機……當然也是摻雜一些比較活潑的成分嘛，然後我覺得是企圖在生活當中找連結(ST₆，上，教後，額 6)」。她也察覺到在上課時的确帶動了整個班級的氣氛，並認為如果下次有機會的話在課堂的一開始還會使用故事當作起始例，她說「如果能使用故事的話，我還是會選擇(ST₆，上，教後，主 1)」。儘管她認為讓學生愉悅學習是很重要的，但是並不會刻意去做，她說「我覺得那個(營造上課學習的愉悅氣氛)很刻意欸，可是我應該是本來的想法就是覺得要開心的(ST₆，上，教後，額 2)」。若是到了真實的國中或高中教書的話，她認為「不見得會講故事，可是至少我……一定會聊天。我這麼愛喇勒(聊天)的個性實在是很難不聊天，其實故事跟喇勒(聊天)的效果是一樣的阿，就是要先把大家的注意力集中阿，集中到你身上嘛，然後就是企圖從喇勒(聊天)，……(聊)到你要教的東西嘛(ST₆，上，教後，主 4)」。也就是說，瑩瑩希望能從生活中尋找和教學內容相關的起始例；或是用聊天的方式先把大家的注意力集中到老師的身上，然後試圖聊到要教的東西，目的都是要引起學生的學習動機。她在預習試教時使用的起始例的确營造了愉悅的課堂氣氛，同時也希望學生能在她的課堂中愉悅學習，但是她並不會刻意去做。

另外，瑩瑩以自編的學習單內容來進行，學習單內以起始例中的兩個圖(如圖

4-8、圖 4-9)為主軸，依序推導出兩個圖的粉紅色面積是相等的，以及商高定理的式子(股²+股²=斜邊²)。她在教學前就表示要「不斷地強調『股』『邊』，然後要讓他實際上算 a 平方加 b 平方等於 c 平方，…然後讓他們(學生)知道，然後他們就變成很自然地接受 a 平方加 b 平方要等於 c 平方，我是希望可以達到這樣的效果(ST₆，上，教前，補 3)」；在教學結束後，瑩瑩也保持同樣的看法，她說「例如說我把甲阿、乙阿、丙阿列出來(兩股為 a、b，斜邊為 c 的直角三角形，甲是以 a 為一邊所形成的正方形，乙是以 b 為一邊所形成的正方形，丙是以 c 為一邊所形成的正方形)，邊長 a、b、c，面積 a²、b²、c²……，因為假設他甲加乙等於丙嘛，所以 a² + b² = c²，因為我一直在努力的讓他們有一種，某一個平方加某一個平方會等於某一個平方，因為這就是畢氏(商高定理)的格式嘛(ST₆，上，教後，額 1)」；而整個從甲加乙等於丙推導至 a² + b² = c² 的過程，她認為是在說明數學內涵。此外，在推演「粉紅色面積相等」的過程，她也認為是在強調數學內涵，她說「我把什麼東西拿掉剩下來的東西一定要一樣，其實這算是一種內涵。就是拿掉一樣多的東西剩下還是一樣多的東西(ST₆，上，教後，額 7)」。而且她也表示數學形式是很重要的，「爲了他們考試我覺得(形式)很重要(ST₆，上，教後，額 1)」。

在這個階段的教學中，她一共點了十二個學生回答問題，因此研究者想了解她的用意，進一步釐清是否在教學中想強調師生溝通和個別思考的教學價值。她表示，在教學中只有在最後的拼圖活動可能讓學生產生個別思考，她說「這裡全都是我個人的思考，學生必須要跟著我的學習單走，所以我不認爲他們在這之間會有他們個人的個別思考，可能有個別思考的地方可能會出現在，我最後面有一張學習單是拼圖的嘛，可能在拼(圖)的時候他們會有個別思考，在填(學習單)的時候我並不認爲會有什麼個別思考(ST₆，上，教前，補 3)」。她也指出，在足夠的時間內會想要了解學生的想法，但是在試教時，只想迅速地結束這一堂課，而沒去了解學生的想法(ST₆，上，教後，額 3)；她同時也表示在教學中沒有做到師生溝通，「因爲雖然說我有問他們的意見，可是我還是會…我有我的方向嘛，我就

是讓他們走過來嘛，那我不認為我的那種問題可以等於是師生溝通，所以我不覺得我有做到師生溝通(ST₆，上，教前，6)」。至於在教學時問許多學生問題，瑩瑩表示那是希望讓學生有參與感，就算是下學期到國高中試教時，她還是會點很多學生回答，因為她非常希望可以跟學生對話。

個人認為在這個階段的預習試教中，瑩瑩十分重視用生活實例或故事當作起始例，以引起學生的學習動機。而且她也希望學生能在課堂中愉悅的學習，但是她並不會刻意去做。另外，她在課堂中不斷地強調商高定理的形式(兩股的平方和等於斜邊的平方)，並且在導入商高定理的過程中，點了很多學生回答。然而她表示，整個學習單的流程都是她的想法，所以即使當她問學生問題時，也難以使學生產生個別思考，而且她也覺得沒做到師生溝通。但是她相當喜歡和學生對話，所以她會點很多學生回答。

二、實做後期

瑩瑩的學校試教內容包含了國中教材的商高定理單元的習作以及命數系統與科學記號(簡稱命數系統)、一元二次方程式及其解的意義(簡稱一元二次方程式)和十字交乘法(簡稱十字交乘)三個單元的內容，個人以一元二次方程式單元教學為例說明實做後期的表現。

這個單元一共六節課，在第一節課的一開始，她先利用和學生問答的方式，漸漸引出一元二次方程式的定義。接著她請學生舉一個方程式的例子以及一個一元二次方程式的例子。再來她利用正方形的大紙板教具來講解課本上的一題題目(邊長是 x 的正方形，相鄰的邊長各減去2和3後，剩下的面積是多少)，並請學生上臺操作。然後，利用和學生問答的方式來講解課本上的例題(判斷

$(x+2)(x-1)=(x+2)(x+3)$ 是否為一元二次方程式)，其中，有一個學生說 x 的平方項被消掉了，於是她就請這個學生說出自己的作法，隨後瑩瑩把這個學生的作法寫在黑板上，並推導出 $-4=0$ 的答案，讓學生知道不能這樣做。再來她講解該題(判斷 $(x+2)(x-1)=(x+2)(x+3)$ 是否為一元二次方程式)的解法，首先講解當 $a \times b=0$ 時， a 和 b 的可能情形，以及為何剛剛不能把 $(x+2)$ 消掉的原因，然後用提出公因式的作法來繼續講解 $(x+2)(x-1)-(x+2)(x+3)=0$ 這個題目。在講解完此題後，她問學生這個式子是不是一元二次方程式，並請學生說明原因。再來她開始介紹一元二次方程式的解的意義，並用科南找出真相的例子來形容解的意義，她說「科南找到很多線索，他要去解壞人是誰，他也會去尋求「所有線索的交點」，然後得到的東西就是解(ST₆，下，教，(一)H)」。接著，她寫了一個一元二次方程式，再將一些數字代入方程式的未知數中，來尋求方程式的解。在第二節課，瑩瑩先複習「一元二次方程式的意義」以及「一元二次方程式的解的意義」，並問學生「 $(x-1)(x+2)=0$ 這個式子是否為一元二次方程式？(ST₆，下，教，(二)A)」，當學生回答出來後，她接著問「 $(x-1)(x+2)=0$ 和 $x^2+x-2=0$ 之間有什麼關係？(ST₆，下，教，(二)A)」，以及「方程式的解是什麼？(ST₆，下，教，(二)A)」當臺下又有學生回答時，她便接著問學生「為什麼解會是那兩個？(ST₆，下，教，(二)A)」接著，她複習第一節課教過的「 $a \times b=0$ ，則 $a=0$ 或 $b=0$ 」概念，並將它應用在說明為何 $(x-1)(x+2)=0$ 這個式子的解是 $x=1$ 或 $x=-2$ 。並特別舉例說明若 $a \times b=0$ ，且 $a=0$ 時， a 不可約掉。接著，在講解 $(3x+1)(x-2)=(2x-1)(x-2)$ 的例子時，她先問學生作法，臺下學生發表了兩種不同的作法，於是她就將這兩種作法都寫在黑板上並分別講解一次。接著在解 $(17x-1)(3x-5)=(15x+1)(3x-5)$ 的例子時，她告訴學生在看到一長串的式子時，要先移項，然後化簡，再來就可以求解。在第三節課，瑩瑩都在講解類似 $4(2x-1)^2-20(2x-1)+25=0$ 的這種題型的求解方式，她要求學生要把複雜的變數(如 $(2x-1)$)設為 A ，在解出 A 為多少後，再換回 x 。在第四節課，瑩瑩先講了一些題目後就給學生進行隨堂測驗。在第五節課的後半段，瑩瑩請學生在臺下做「 0 是 $3x^2+4mx+(m-3)=0$ 的一個解，求 m 是多少」的題目，之後她邀請自願上臺的學生

寫解題過程，該學生寫完後，瑩瑩要求他解釋他在黑板上寫的內容。而在第六節課，瑩瑩則是設計許多一元二次方程式以及一次多項式的紙卡，和學生玩九宮格的賓果遊戲。

在正式試教中，瑩瑩和學生的互動良好，而且經常和學生對話(例如在(ST₆，下，教，(一)A)、(ST₆，下，教，(一)D)和(ST₆，下，教，(二)A)的教學片段))。她表示在課堂上有做到師生溝通，她說「師生溝通有啊，…因為像就是不管是我問出一個問題啊，他們會說這個問題那我可不可以這樣，然後或者是像他們小考啊，或者是巡堂的時候看到他們有問題的，我可能會問一下說怎麼樣…(ST₆，下，教後，額 1)」以及「……像我會閒聊啊，我也會問說『這個東西會不會啊』『知不知道怎麼做啊』(ST₆，下，教後，額 1)」。但是，她也表示當她和學生對話時，並沒有刻意想要引發學生的個別思考，因為「有很多東西是很自然的，就是我這樣子做，你在看我這樣子做的時候，你如果知道為什麼我會這樣子做的時候，你已經在思考了(ST₆，下，教後，額 1)」。所以她也認為，「個別思考……在班級上比較沒有那麼明顯(ST₆，下，教後，額 1)」。

瑩瑩在教學中，有幾次在請學生上臺做題目之後，讓該學生在臺上講解他的解題過程(例如在(ST₆，下，教，(五)A)的教學片段)，她表示有意圖要這樣做，她說「懂得說理，就是我有叫學生上臺做題目，然後要他去說給大家聽，這個還好，其實我有企圖去這樣做……當然學生不見得會如我預期地把它完整講出來(ST₆，下，教後，額 1)」，瑩瑩並舉例說明，「我們數學小老師啊，他就會講說『因為這樣這樣這樣』，跟他黑板上寫的，所以這樣就結束了嘛，然後我也有叫班長講，我也有叫很愛吵的一個學生上去寫，然後我也有叫他講，可是他就沒有講得很清楚，因為其實我有企圖去問說『為什麼這一步這樣做，這一步這樣做』(ST₆，下，教後，額 1)」。於是研究者追問「讓學生上臺講解的用意是否在於訓練學生會講(懂得說理)?」，她回答「不是，因為我覺得你會講表示你真的會，你會寫沒

有用，你如果只是會寫，那再題目稍微變一下你就不會了，…我想要知道的是他是不是真的會了(ST₆，下，教後，額 5)」。也就是說，瑩瑩有意圖在課堂上叫學生上臺做題目並講解，以了解學生是否真的學會。

在正式試教中，當瑩瑩遇到較複雜的題型時(例如在(ST₆，下，教，(二)F)的教學片段)，她會特別列出三個步驟出來，分別是：1. 移項，2. 化簡，3. 求解。而且在其餘的教學片段中(例如在(ST₆，下，教，(三)A)的教學片段)，她也多次提示學生當遇到複雜的變數時，要先設 A。她表示，她要求的是「格式化」，但是她並不強調這種作法，她說「我不是很強調，…我覺得那個很自然。因為這個東西一直重覆嘛，所以會覺得它很強調(ST₆，下，教後，額 4)」。而在訪談中，她也提到「最想要傳達給學生的…就是解一元二次方程式。……以臺灣的教育來說，若是國中的時候這一段如果不會，那你就不用玩了(ST₆，下，教後，主 4)」。可見瑩瑩在教學時還是十分重視數學形式。

在第六節課，瑩瑩利用大部分的課堂時間和學生玩和教學內容相關的遊戲，而學生也樂在其中。因此，個人認為她不只想讓學生習得數學知識，更希望能寓教於樂。她說「我當然還有很多其他的方式啊，……採取遊戲式跟獎勵式當然是希望他們可以快樂地學會(ST₆，下，教後，額 6)」，可見在這個教學片段中她的確想讓學生快樂學習。另外，她也指出「我還是很努力地希望(學生)可以輕鬆學習數學。雖然我之前的問卷我一直在講說…愉悅學習我沒有把它擺在最重要的部分，因為我覺得那種東西是可遇不可求的，可是我還是會盡量希望說，不要板著一張臉上課，所以我幾乎都是從頭笑到尾(ST₆，下，教後，主 6)」。

在課堂上，沒觀察到瑩瑩有意圖地使用比喻來形容數學概念。在晤談時，瑩瑩指出她在設計這個教學單元時有企圖用比喻的方式來形容數學概念，但是後來發現學生尚未學過函數的概念，所以捨棄此種作法，她說「我之前這個單元我有

企圖做一個活動，是函數的，我把函數比喻成，就是說我有想要利用函數這種函數等於零就像一個任意門，然後它的解，輸入的解，就是兩個門的起點跟終點，我原本是要這樣做，可是後來就下課了。然後老師後來跟我講說『他們還沒有教函數』，所以我就放棄這個講法(ST₆，下，教後，額1)」。

在這個階段的正式試教裡，瑩瑩相當喜歡在課堂上和學生互動。她經常會點學生回答問題，但是當她和學生對話時，並沒有刻意想要引發學生的個別思考，因為她覺得有很多東西是很自然的。並且，她有幾次在請學生上臺做題目之後，讓該學生在臺上講解自己的解題過程，她覺得這部分做到了「懂得說理」，用意是想要了解學生是不是真的學會。特別是，當要教授比較複雜的題型時，她會一再重複數學形式，希望學生能學會這樣的解法。但是，她卻更希望學生能愉快地學習數學，因此，除了在課堂上保持笑臉，並特地利用此教學單元的第六節課的部分時間和學生玩遊戲。雖然她也曾想用比喻的方式來形容教學概念，但後來發現學生不具備此比喻的先備知識，因而作罷。

三、兩階段結果的比較和分析

綜觀此兩階段的發展可發現，瑩瑩在實做前期實踐了「數學內涵、數學形式、師生溝通、個別思考、愉悅學習和連結現實」。在訪談中，她表示在課堂中有意圖要和學生對話，因為想讓學生有參與感，但是在對話的過程中，主要還是自己的思考過程，因此她不認為有做到師生溝通以及個別思考；她讓學生了解推導出 $a^2 + b^2 = c^2$ 的過程，並企圖讓學生有「某一個平方加某一個平方會等於某一個平方」的感覺，藉以傳達數學內涵和數學形式的教學價值；並且使用故事當作起始例，來引起學生的學習動機，她同時表示很希望學生能在上課時愉悅地學習，但是並不會刻意去實踐「愉悅學習」。

在真正試教時，瑩瑩實踐了「數學形式、師生溝通、愉悅學習和懂得說理」。在訪談中，瑩瑩表示有意圖點學生回答問題，但是當她和學生對話時，並沒有刻意想要引發學生的個別思考，因為她覺得有很多東西是很自然的；她也點學生上臺做題目並讓該同學在臺上講解，以了解學生是否真的學會；並且當遇到比較複雜的題型時，她會一再重複數學形式，希望學生能學會這樣的解法；她在課堂上保持笑臉，並設計數學遊戲讓學生在課堂上玩，以期學生能愉快地學習數學。

在瑩瑩試教的兩個階段中，一直認為「數學形式和愉悅學習」在課堂教學中是相當重要的，並且也都付諸實現，而且她還特別表示，愉悅學習是很重要的，但是她不會刻意去做。瑩瑩雖然也一直認為「師生溝通」在課堂教學中是重要的並且研究者觀察到她在兩個階段中均實踐此項價值，但是在實做前期她認為自己在課堂上和學生的對話還不算是師生溝通，到了實做後期才實踐此項價值，因為她在課堂上很自然地 and 學生進行數學上的對話並引發學生的思考。「數學內涵」也是瑩瑩一直認為重要的教學價值，只是在實做後期並未明顯指出。瑩瑩曾在大三時期表達出認同「懂得說理」的教學價值，一直到了實做後期才實踐。我們可以用表 4-6 來綜合上述兩階段個案研究的觀察與分析結果：

表 4-6 瑩瑩兩階段的研究分析結果

階段	價值	研究者的觀察結果	個案的教學察覺	個案的實踐意願
實做前期	數學內涵	☺	√	???
	數學形式	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>
	師生溝通	☺	察覺到沒實踐	<input checked="" type="checkbox"/>
	個別思考	☺	察覺到沒實踐	???
	愉悅學習	☺	√	<input checked="" type="checkbox"/>

	連結現實	☺	???	???
實做後期	數學形式	☺	√	☑
	師生溝通	☺	√	☑
	愉悅學習	☺	√	☑
	懂得說理	☺	√	???
	擅長比喻	☹	察覺到沒實踐	☑

符號的意義：☺有表現，☹不明顯，☹沒有表現，√有察覺，×沒有察覺，☑有意願，☒沒有意願，—似有似無，???

資料來源：作者自製

第七節 跨個案分析

綜合上述六個案大四一年來某些特定數學教學價值的察覺和實踐意願的演變，個人比對了每名個案在大三時期的實踐意願和實做前期研究者的觀察情形，與個案在實做前期的實踐情形和意願以及實做後期研究者的觀察情形。結果顯示，寧寧、芝芝、翰翰和宇宇並未在實做前期展現所有自己曾在大三時期表示有意願實踐的教學價值，如表 4-7 所示，其中，若出現兩次以上的教學價值則列在虛線左邊，若僅出現一次的價值則列在虛線右邊。其原因可歸納為以下幾點：第一，對於教學價值的涵義模糊，例如，宇宇表示她在課堂上問學生問題的目的是想了解學生的想法，而她的確做到了這樣，也符合她心中所謂的「師生溝通」，然而這和真正的師生溝通意義有差距；第二，教學單元的教學特性，例如，翰翰非常欣賞用生活實例來引出數學的教學內容，而且也曾試圖去找生活中的例子來和他的教學內容做連結，由於無法找到合適的生活實例而作罷；第三，為了強調某一項價值而不得不犧牲另一項，例如，寧寧認為在課堂上和學生溝通會花比較多時間，

使得她教數學概念的時間相對地減少，而無法持續地在課堂上強調師生溝通，並且授課教授也不太強調師生溝通；第四，教學經驗的不足，例如，芝芝擔心學生作出太多超乎意料的答案而使得自己不知如何應對，因而只設計較制式的問題問學生，因此在課堂上只和學生進行較淺層的溝通。雖然，這些個案未能實踐某些教學價值，但是，他們都對這些價值表達相當認同。

表 4-7 大三時期之教學意願與實做前期之教學實踐比較表

個案教師	在大三時期表達有意願，而實做前期未明顯展現之價值	
寧寧	愉悅學習 師生溝通	擅長比喻
芝芝	連結現實 師生溝通	
翰翰	連結現實 師生溝通	
統統	√	
宇宇	愉悅學習 師生溝通	
瑩瑩	√	

註：√表示該個案在實做前期展現了所有他或她在大三時期表達有意願實踐之價值

資料來源：作者自製

另外，寧寧、芝芝、翰翰、宇宇和瑩瑩並未在實做後期展現所有自己曾在實做前期已實踐或表示有意願實踐的教學價值，如表 4-8 所示。其原因亦可歸納為以下幾點：第一，對於教學價值的涵義模糊，例如，翰翰在教學中極力想培養學生懂得說理的能力，然而個人認為他在教學中傳達的是數學內涵；第二，教學單元的教學特性，例如，芝芝和瑩瑩的教學單元都是一元二次方程式，她們同時表達因該單元的性質因素而難以做到連結現實；第三，現實條件的考量，例如，寧寧因為學生對於教師發問的反應不佳，而且她不是長期地來教這個班，所以放棄和

學生培養上課時和老師互動的習慣，翰翰則因為學生有考試的壓力，而不得不多講解題目並減少和學生溝通。

表 4-8 實做前期之教學意願與實做後期之教學實踐比較表

個案教師	在實做前期表達已實踐或有意願，而實做後期未明顯展現之價值	
寧寧	愉悅學習 師生溝通	
芝芝	連結現實 愉悅學習	
翰翰	師生溝通	懂得說理
統統	√	
宇宇		數學推理
瑩瑩	連結現實	數學內涵 個別思考

註：√表示該個案在實做後期展現了所有他或她在實做前期表達有意願實踐之價值

資料來源：作者自製

同時，我們也可以發現，個案在教學中未展現出有意願實行的價值通常包含了連結現實、愉悅學習或師生溝通。其中，大部分的個案(統統除外)在大三時期均實踐了師生溝通，然而，到了實做前期卻只有瑩瑩持續做到師生溝通，甚至到了實做後期，寧寧和翰翰仍然因為現實條件而無法在課堂上實踐師生溝通。

我們利用表 4-7 和表 4-8 的結果，結合張繼元(2005)所提出之具體與模糊兩種教學身分的狀態呈現取向，來區分六位個案在本研究中的教學身分狀態。在實做前期，瑩瑩和統統趨向於具體端，而寧寧、芝芝、翰翰和宇宇傾向於具體和模糊並存。在實做後期，統統仍處於具體的狀態，而瑩瑩、寧寧、芝芝、翰翰和宇宇則處於具體和模糊並存的狀態。最後，個人以圖 4-13 表徵六位學生教師在大三時

期、實做前期和實做後期的教學價值意圖與實踐狀態。圖中的位置只是一種相對的關係，是依所蒐集資料的分析結果來標示的，屬於順序量尺與名義的涵義。

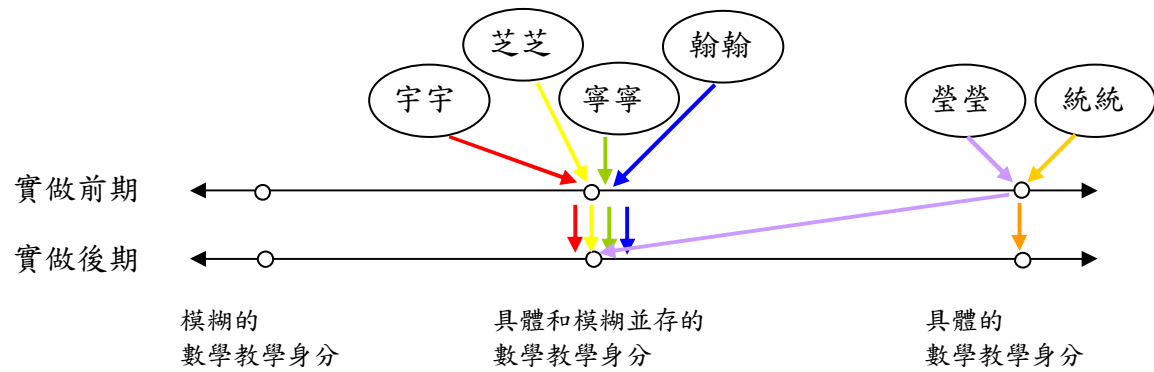


圖 4-13 六名學生教師兩階段的教學身分演變情形