

實踐因倍數教學模組的課室寫真

何鳳珠

台南縣鹽水國民小學

judy_h@mail2000.com.tw

壹、前言

愛遊戲是孩子們的天賦本能，教學多年來常常思索一個問題：若教師們都能有能力善加利用學童此喜好遊戲的天性，引導到各科的教學與學習，那麼學習對孩子們來說就是一件超級快樂的事，也或許很多的學習就都能事半功倍了。為了增加自己的專業知能，因此平時常常閱讀相關的數學書籍，或是上網觀看相關的數學網站，從中找尋一些可用在教學上的素材或靈感，隨時轉化成適用於自己學生的教學活動，在互動之餘常令我不禁讚嘆或感受到孩子們的潛力是無窮的，只要能善加引導。

在教學上，遊戲是吸引孩子興趣的良方，它能让孩子在學習即將彈性疲乏時精神為之一振、眼神為之一亮，但除了利用它來吸引孩子外，更重要的是遊戲的設計要能緊扣著教學目標，且教師要能在活動進行中抓住關鍵點適時提問，藉以引發孩子們的思考及澄清概念，這樣才能有效發揮遊戲的功用。撲克牌老少咸宜，它相當適合用於數學課室中，因此當學童們有了基本的因倍數概念時，筆者則引入“撲克攻防戰”及“搶數大賽”活動，活動點子源自於“實踐小學因數教學模組之研究”（劉祥通、黃國勳，2003）及“中華民國萬萬稅”（黃敏晃，2005），筆者會依據任教之學童程度做適時的改編。此活動除了能檢驗學童的因倍數及質數概念外，同時也能達到與紙筆練習相同效果的熟練度，更重要的是，在遊戲→解題→溝通討論→修正→歸納中，教師適時的引導或追問，常能提升學童的思考層次，激盪出數學火花。筆者在課室實踐此教學活動，總是看到學童積極投入且熱烈參與討論，其認真思考像個小小推理家的神情很讓筆者感動，因此將活動整理記錄下來供各位教育先進參考，也許同樣的活動在您的課室中又會有不同的風貌。

貳、撲克牌融入因倍數概念學習之課室寫真

一、前置活動～撲克 DNA

仔細觀看撲克牌，其實是一部曆法的縮影，在課室中引用撲克牌做教學媒材時，筆者常會先挑戰學童的思考，讓學童從這些撲克牌所顯示的數據中連結生活中天文歷法的

概念知識，教學的指導語如下：

1. 一副新的撲克牌有幾張？它其實是與我們的天文曆法有相當大的關係哦～接下來我們要來猜猜看、想想看，這究竟有何關係？
→52 張+2 張大小鬼牌
2. 有幾種花色？代表什麼呢？
→4 種花色。代表四季：春、夏、秋、冬
3. 有幾張人像牌？代表什麼呢？
→12 張人像牌。代表 12 個月、12 星座、12 生肖、12 個時辰
4. 有幾種顏色？代表什麼呢？
→2 種顏色。紅色代表白晝，黑色代表黑夜
5. 共有 52 張牌，這又意味著什麼呢？
→代表一年有 52 週
6. 有幾種點數？代表什麼呢？
→13 種點數。代表一季有 13 週
7. 所有點數和是多少？與天文曆法又有什麼關係呢？
→總點數和為 364，若再加上小鬼牌，則變為 365，代表平年 365 天；若再加上大鬼牌，則變為 366，代表閏年 366 天。

二、撲克攻防戰～因數倍概念檢驗

因倍數概念影響日後分數四則運算的學習，因此在教學中當學童建立起基本的因倍數概念後，筆者常會將撲克牌引入課室中，讓學童進行“撲克攻防戰”的遊戲，不但能引發其學習興趣，且能藉由遊戲達到精熟的效果，活動內容是引自嘉義縣南新國小黃國勳老師所設計的教學活動—因數賭城，進行方式說明如下：

1. 學生 4 人一組，每組一副撲克牌。
2. 52 張牌每人分得 13 張，發牌者為首輪的莊家（亦可由猜拳決定）。

3. 莊家先打出一張牌（例：10），其餘的開始輪流出其因數牌（例：1、2、5、10），每次出一張。
4. 若沒有牌出則 pass，直到所有玩家都沒牌出（即所有 10 的因數全部出完為止）才停止第一輪，最後一位出牌者為第二輪的莊家。
5. 由新的莊家出牌，其餘的開始輪流出其因數牌，以此類推，最先把手上的牌出光者獲勝。

為能讓活動進行更具教學意義，教師需隨時引導學童檢視活動過程中有何發現，並進行討論，如此將有利於下一回合的比賽。筆者就教學現場中學童的對談情形部分整理如下：

Y甄：若我拿到 4 張 1，那麼我獲勝的機率很大，因為 1 是任何一張牌的因數。

宗郁：我覺得有 4 張 1 未必就容易獲勝，因為第一回合就會全部出出去了，你還是拿不到發牌權，倒是若你手中的牌有很多因數牌，那麼就容易獲勝了。

老師：你所謂的“手中有許多因數牌”指的是什麼？

宗郁：因為因數牌大部分是小牌，尤其是 6 以下，若你有很多張 6 以下的小牌，那麼莊家出 9、10、Q 對你來說都是有利的，因為它的因數不外乎都是 1、2、3、4、5、6。

柏安：我發現如果拿到 2 張以上的 J 牌或 K 牌，都很有機會可以當莊家，因為這兩張牌的因數只有自己和 1，通常一開始出牌時，1 就會先被洗出去了，4 個人中若我有機會拿到 2 張，全部 4 張而不在我手中的那兩張會在第一回合就出出來了，當大家的 J 牌都出完時，我則還剩下 1 張，那麼就可以取得發牌權了，但若不幸的，對方也有 1 個人同時拿到 2 張〈但機會不多〉，這時若我先出牌，那麼我就得不到發牌權了，所以最好的是我拿到 2 張以上的 J 牌或 K 牌，且又是後出牌，就百分之百就可以拿到發牌權了。

Y甄：我覺得不一定，雖然你擁有 2 張以上的 J 牌或 K 牌，若一開始莊家就出 J 牌或 K 牌，那麼你若沒有 1 牌來搭配也不一定會搶得到發牌權，若有一人同時擁有 J 牌或 K 牌及多張 1 牌，那麼你就完了。

士豪：我覺得手中的牌愈多偶數愈好，因為它們的因數較多，像 3、5、7、J、K 都只有 1 個因數而已，較不好出出去。

柏伸：一開始莊家若出 Q，那麼大家就會出牌出得很過癮，因為 12 的因數很多。

老師：若莊家一開始出 Q，那麼第一回合所出去的牌是不是就占所有牌的一半了？

柏伸：對啊，因為所有的偶數牌都出出去了，只剩奇數牌，剛好一半啊！

阿岳：我覺得不對，因為 Q 的因數不全是偶數啊，它也有 1、3 的因數啊！

老師：那麼你們再猜猜看，若莊家一開始出 Q，則第一回合所出去的牌有沒有占掉一半？

宗郁：我覺得沒有超過一半，因為 Q 的因數有 1、2、3、4、6、Q，只有 6 種，但撲

克牌有 13 種，所以沒有超過一半，只出掉全部的 $\frac{6}{13}$ 而已。

當活動在課室中進行時，可能會遇到一些問題，就筆者的教學經驗將之整理如下，並提供解決策略供參考：

1. 全班人數若無法剛好分成 4 人一組的情況怎麼辦？

解決策略：若 3 人一組，52 張牌會多出一張，在開始玩之前先隨機抽出一張牌放旁邊。若 5 人一組，則先抽出 2 張牌放旁邊。

2. 學生出錯牌怎麼辦？

解決策略 1：即判出局

解決策略 2：將此輪桌面上所有牌全部收回自己手上，並由當次的莊家再重新出牌。

※有時將桌面上的牌全部收回者不一定會輸哦～因為手中的因數牌相對多了，若有機會輪到當莊家，那麼就有可能大獲全勝了。

3. 若有“藏牌”的情形〈有牌但卻故意不出或是不熟悉其數字的因數而忘了出〉怎麼辦？

解決策略 1：即判出局。

解決策略 2：能察覺到學童有“藏牌”的嫌疑則表示此學童熟悉因數外，也有相當強的記憶力及敏銳性，因此為鼓勵學童除了出牌外也能仔細觀看及記憶別人出牌情形，最先抓到有人“藏牌”者，則有權利可停止此局並當新莊家重新出牌。

同一個教學活動設計也可以依據學童的學習狀況及能力做各種不同的延伸及改變，由於筆者所任教的班級是資優班，學童玩了兩三回合後就相當熟悉此活動，因此就嘗試變換遊戲規則，讓學童再做不同的嘗試及更大的挑戰，以下就個人的想法所做的延伸活動內容，供各位先進做參考：

1. 由“出因數牌”改玩“出倍數牌”。

※當初次轉換成出倍數牌時，學生在第一回合開始沒多久就察覺“只要莊家一開始是出 A，那麼所有牌就會跟著出出去了，會獲勝者是 4 人中最先一個出牌的，其他的人根本沒有勝算”，因此教師在進行“出倍數牌”活動時，可事先將 A 抽出，每人改發 12 張牌來玩。

2. 設定 K 為王牌<即為救命牌>，中途可出此牌來轉換遊戲規則。

例如：當牌局是出 10 的因數牌時，玩家發現手中沒有因數牌，但手中還剩 K、3、3、4、6、9、9、8 時，則可出此王牌 K 來轉換遊戲規則→“改出 3 的倍數牌”，此時玩家也需再出 3 這張牌，以此為基準牌，其他玩家開始出 3 的倍數牌。

3. 一次玩兩副撲克牌，加多牌的數量，提高挑戰性。
4. 將所有的撲克牌全部混合，每人先發 13 張後，再隨機分組進行比賽，如此活動進行變數就很大了，幾乎無法事先預測輸贏。
5. 將撲克牌改為數字卡，加大數字，使其更加熟練數字的因數。

三、搶數大賽～因數進階挑戰

當學童有了基本的因倍數概念之後，除了利用撲克牌來玩“撲克攻防戰”外，還可以更進一步玩“搶數大賽”來熟練各數的因數，在活動中也涉及質數、質因數的概念，筆者常在課室中進行此活動，且依據不同年齡層（五年級或六年級）做不同的引導，學童的學習興致相當高昂，進行方式說明如下：

1. 在黑板上貼上一組撲克牌（A、2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K）。
2. 全班學生一起挑戰老師，其規則是學生拿走一張牌後，必須將此張牌的因數牌全部給老師。

3. 若此張牌已沒有因數牌可以給老師，則此張牌不能拿走，且最後歸老師所有。

4. 最後結算雙方的點數和，多者獲勝。

當學童熟悉遊戲規則後，則可改換成全班分成兩組來進行挑戰，一組選牌（主攻），另一組則拿走其因數牌，如此一來，可以檢驗學童的因數概念是否完備，同時考驗學童選擇拿牌的能力，他們必須思考如何拿才能獲得較高的點數而給出最少的點數？在活動進行中可以發現很多有趣的對談或爭執，例如對於拿哪一張牌同組的學童有不同的意見，此時老師可以抓住機會引導與追問：“你為什麼認為先拿 10 比較好呢？”、“你為什麼覺得拿 8 不好？要說出你的理由，而不能只是一味的反對別人拿 8 哦～”，鼓勵學童能說出自己堅持的理由讓同組的人信服，亦可讓其他同學針對他的看法再提出質疑，以形成共識，在每次活動結束後與學童討論其中的過程，並歸納獲勝的祕訣。此活動筆者已實施多次，覺得學童相當有興趣，且一次比一次更深入，此是一個很具挑戰性的活動，尤其是深入活動到探究最佳解時，更是精彩。筆者就教學現場中學童討論對談情形做簡單的整理，並用圖 1、圖 2、圖 3 呈現學生之間的解法：

阿偉：先拿 K，因為 K(13)最大，愈大的數愈好。而且只要給老師 A 就好了。

老師：再來要拿多少呢？

伯億：拿 Q 啊，因為 Q 是第二大。

柏伸：不行啦，那會有好幾張牌被老師拿去。

小婷：那就拿 J 啊！J 只有兩個因數，且 J 本身又很大。

柏伸：不可以拿啦～因為 J 唯一的因數已經不在了，所以那一張我們拿不到。

宗郁：可以拿 9，只要給一張 3 就好了。

Y 甄：那等一下 6 怎麼拿啊？噢……，對啦，可以拿 9，因為 6 還有 2 可以給。

老師：確定呢？

全班：確定！

老師：那接下來你們要拿多少呢？

宗郁：可以拿 6，因為只要給一張 2 就好了。

Y 甄：不行啊，那等一下 4 怎麼辦？

宗郁：不會怎樣啦，4 的倍數還在所以沒關係。

<以下省略>

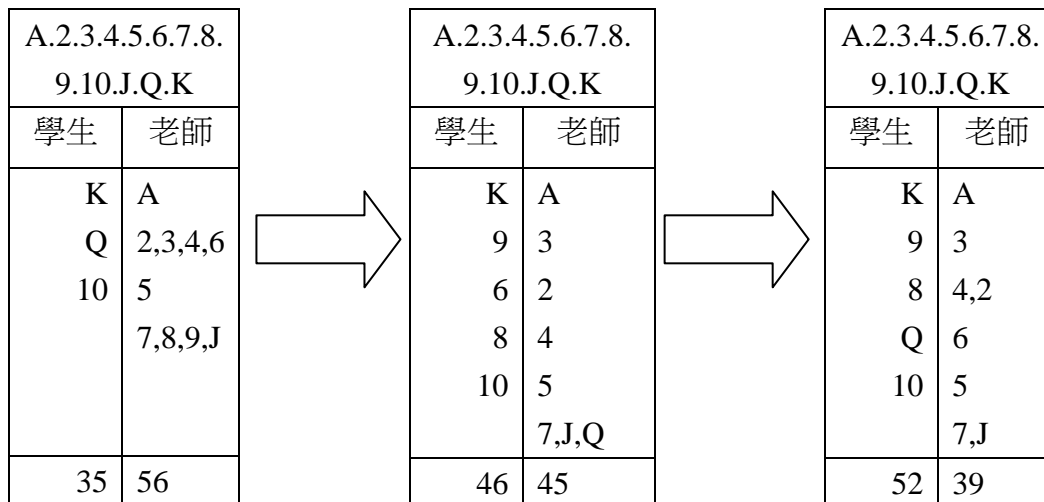


圖 1. 學生初始討論

圖 2. 學生掌握要訣

圖 3. 最後遊戲結果

.....

【歸納討論】

老師：玩了幾次之後，你們已經可以輕而易舉就搶到比老師更多的數了，現在要請你們思考並歸納出選牌的原則，要怎麼拿才能搶到較多的數呢？

士豪：要先拿大的數，而且因數愈少愈好。

柏伸：最好是拿了一張，只需給老師一張牌最好，而且給的牌愈小愈好。

宗郁：這些數裡面有一些質數，只要拿了一張質數，那麼後面這些質數我們就拿不到了，因為它們的因數只有 1 和自己，而 1 一開始就會被拿走了，所以，我們應該先拿最大的質數，其它的質數就只好犧牲掉都給老師了，至少我們還保有一張大的質數。

阿岳：我覺得不是所有質數都會被犧牲掉，因為像 3，我們雖然一定拿不到，但是我們可先拿 6，再把 3 給老師，那麼 3 就不算是犧牲了，但像 J 就一定是犧牲了，因為我們已無法拿出它的因數牌給老師。

宗郁：我想到了，全部 13 張牌的一半是 6.5 張，在右半邊比較大的質數（如：7、J、K）就可能全部會被犧牲，因為那些質數都沒有倍數可以拿了，所以我們從絕對會被犧牲掉的牌中留住最大的 K，而在左半邊比較小的質數（如 2、3、5）

它們還有倍數在，所以至少不會白白犧牲。

Y甄：我覺得拿牌的順序也有很大的關係，可能會影響最後所得的總數。

.....
【延伸活動】

可將撲克牌改換成數字卡挑戰不同範圍的搶數大賽，例如 1~10、1~12、1~20、1~24、1~30 等，並引導學童做進一步分析，推論出可能的最高解，以探索其中的奧秘。在下課前 10 分鐘，筆者讓學童挑戰數字卡 1~12，看看能拿到多少，結果最後學童以 48:30 獲勝，學童很高興，筆者請他們回去再試試看，有沒有辦法再拿到比 48 更高的分數？經過一個星期後回到課室裡，Y甄很高興說她拿到 50 了，但是她繼續試了很久，都無法突破 50，也請爸媽加入戰局全家一起思考還是無法突破，因此決定在課室中與學童共同來討論～能否再拿到更高的數，其目的是引導學童去做理論性的分析〈參考黃敏晃教授所編著的“讓我們來玩數學吧！”〉。

1. 數字範圍為 1~10

學童先前歸納出來的原則為：先拿最大的質數、最好是拿一張給一張、盡量拿大一點的數

老師：想想看，最多你們可以拿到幾張牌？

士豪：拿一張給一張，那麼有 10 張牌，就分成一半，可以拿到 5 張。

老師：最多可以拿到 5 張，那麼最好是拿到哪些數，所得到的數字和才會最大呢？

Y甄：當然是愈大愈好，最好是拿到 10、9、8、7、6，給老師最小的 1、2、3、4、5。總計最高可以拿到 40。

老師：還有沒有可能拿到比 40 更高的數呢？

Y甄：不可能了啊，因為最多只能拿到 5 張牌，而我們又都拿到 5 張最大的牌，所以不可能會超過 40。

老師：嗯～很不錯，那麼你們一起來拿拿看，怎樣拿才會拿到最高的解 40。

學生的解法	1.2.3.4.5.6.7.8.9.10	
	學生	老師
	7	1
	9	3
	6	2
	8	4
10	5	
40	15	

2. 數字範圍為 1~12

老師：1~10 你們已經合作拿到我們推論出來的“最高解”了，那麼現在來看看 1~12，Y甄說她怎麼拿都無法拿超過 50，我們現在來推推看可不可以推出一些端倪來。

老師：先推推看你們最多可以拿到幾張牌？

俊偉：有 12 張牌，平分成兩份，所以我們最多可以拿到 6 張牌。

老師：你們推出最多可以拿到 6 張，那麼最好是拿到哪些數，所得到的數字和才會最大呢？

俊偉：當然是最大的 6 個數了，包括 12、11、10、9、8、7，總計和為 57，所以 Y甄還沒有拿到最高的解。

老師：嗯~~照這樣推出“最高解”為 57，那麼你們現在拿拿看。

<學童試過一陣子後一直拿不出最高解 57>

老師：大家來想想看為什麼會這樣？我們的推論哪裡出問題？

Y甄：我覺得問題出在質數牌耶，因為拿走最大的質數 11，其它的質數都犧牲掉了，共損失了 4 張牌（2、3、5、7）。

宗郁：我想起來了，上次我們不是有提到有的質數牌必定要犧牲，有的質數牌並沒有白白犧牲，例如一半以上（後 6 張牌）的質數就要犧牲，一半以下（前 6 張牌）的質數可以先拿走它的倍數，再將此質數送出去給老師就好了。

阿岳：所以 12 張牌中，我們一定要拿最大的質數 11，因此 7 是肯定要犧

老師：依推論推出來的“最高解”是124，那麼你們就來拿拿看，有沒有辦法拿到最高解呢？

<由於數字較大，所以學童大約試了三四次才有幾位學童拿到最高解>

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20		1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20		1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20	
學生	老師	學生	老師	學生	老師
19	1	19	1	19	1
10	2,5	9	3	18	9,2
15	3	15	5	14	7
18	9	14	2,7	10	5
14	7	18	6	15	3
16	4	12	4	20	4
12	6	16	8	12	6
	20,17,13,11,8	20	10	16	8
104	106		17,13,11	124	86
		123	87		

老師：有很多小朋友都能拿到124的最高解了，真是厲害。那麼再想想，我們推論出來的“最高解”是不是都一定能拿得出來呢？大家可以改個數字範圍繼續試試看。

4. 數字範圍為1~24

老師：用你們先前的推論方法先來推推看，可以拿到的最高解是多少？

阿岳：一半以上的質數有13、17、19、23，我們要拿走23，其餘的3張都得犧牲，所以24張牌只剩21張，平分成兩份，是10餘1，所以我們最多可以拿到10張，那麼最大的10張為24、23、22、21、20、18、16、15、14、12，總和是185，也就是拿到185就是最高解了。

老師：那麼究竟是否可以真的拿得到185，大家可以回去試試看，看看誰有辦法拿到最高的數。

參、教學省思

透過一系列撲克牌遊戲融入因數、倍數的教學，學生不但擺脫以往枯燥、乏味的制式化學習，而在娛樂的同時也再次強化、穩固因、倍數數學概念。前置活動～撲克 DNA 的安排協助學童們建立基本的因倍數概念後，“撲克攻防戰”及“搶數大賽”活動的鋪排，除了引發學生尋找因、倍數及進行因、倍數概念討論外，從學童的討論解題過程亦能瞭解及檢驗學童的因、倍數及質數概念，同時也達到與紙筆練習相同效果的熟練度。而更重要的是，在遊戲→解題→溝通討論→修正→歸納的過程，教師適時的引導或追問，常能提升學童的思考層次，激盪出數學火花。此外，為讓學童再做不同的嘗試及更大的挑戰，“搶數大賽”遊戲之延伸活動中更涉及了質數、質因數的概念。但是遊戲如入教學的學習方式，讓學生越挫越勇，不怕困難勇往直前，不僅學習興致均相當高昂，且亦有不錯的表現。師生合作又成功打贏了一場勝戰！！

由於筆者任教的班級是資優班，在數學科教學上更具有挑戰性，因此平時就常常將“數學”放在心上，時時去體驗生活中的數學，並於在課室裡與學童分享。在教學素材的選擇上會參考相關書籍、網站或進修研習尋找靈感，將可用之素材進行轉化使其符合自己任教的學童。在這樣的撲克牌融入因倍數概念學習活動中，筆者更是肯定遊戲教學的無限魅力，學童能從活動中強化及熟練因倍數概念，又能從「思考」贏的策略歸納「獲勝的祕訣」，實在是一舉兩得。至於活動進行的深度，現場教師擁有很大的主宰權，只要教師夠敏感，再搭配技巧性的追問與引導，同時營造高度挑戰的情境，並用極度讚賞的眼神或口語來增強學童信心，相信學童將會引爆對數學熱愛的火花。

肆、參考書目

- 劉祥通、黃國勳 (2003)。實踐小學因數教學模組之研究。《科學教育學刊》。11 (3), 235-256。
黃敏晃 (2005)。讓我們來玩數學吧！台北：小天下。